Hochschule Düsseldorf
University of Applied Sciences

Institute of Sound and Vibration Engineering

Studiengang
Simulation und Experimentaltechnik

Master-Thesis

Numerische Methoden zur Berechnung und Darstellung der Schallabstrahlung von schwingenden Strukturen

von

Nicolai Stenzel
Matrikelnummer 551731

1. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Frank Kameier, HS Düsseldorf
2. Prüfer: Prof. Dr. phil. Michael Oehler, HS Düsseldorf

November 2015

Hochschule Düsseldorf
University of Applied Sciences
HSD

Institute of Sound and Vibration Engineering
ISAVE

Prof. Dr. Ing. Frank Kameier
Professor
im Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik / Professor of the Faculty of Mechanical and Process Engineering

Josef-Gockeln-Str. 9
Japan Gebäude, Raum E5.40
40474 Düsseldorf

T +49 211 4351-9721
F +49 211 4351-468
frank.kameier@hs-duesseldorf.de
www.stroemungsakustik.de

Hochschule Düsseldorf, Kameier, Josef-Gockeln-Str. 9, 40474 Düsseldorf

Thema einer Master-Thesis
für
Herrn Nicolai Stenzel
Matrikel-Nr. 551731

Numerische Methoden zur Berechnung und Darstellung der Schallabstrahlung von schwingenden Strukturen

Das ISAVE der Hochschule Düsseldorf verfügt bereits über ein breites Knowhow im Bereich von struktur- und strömungsmechanischen Simulationen. Im Fachgebiet der Akustik kamen bisher keine numerischen Methoden zum Einsatz. Um eine Grundlage für weitere Forschung auf diesem Gebiet zu legen, sollen nun erste Erfahrungen mit einer exemplarischen Anwendung gesammelt werden.

Ziel der Abschlussarbeit ist, die Erarbeitung von effizienten Methoden zur Simulation der Schallübertragung und der resultierenden Abstrahlung von schwingenden Strukturen zu dokumentieren. Dafür ist es nötig, die Reaktion einer Struktur auf eine gegebene Anregung, den Übergang von Körperschall auf Luftschall und die resultierende Schallausbreitung akkurat numerisch zu modellieren. Zu diesem Zweck soll das kommerzielle Softwarepaket „Ansys Workbench“ verwendet werden -, im speziellen das FEM-Programm „Ansys Mechanical“ mit „Acoustics“, einer Erweiterung für akustische Berechnungen. Ein besonderes Augenmerk liegt auch auf der Dokumentation der theoretischen Hintergründe, um die durchzuführenden Berechnungen bewerten zu können.

Des Weiteren soll die Qualität der Simulationsergebnisse auch anhand einfacher Experimente überprüft werden. Hierfür bieten sich Geometrien an, zu denen auch analytische Lösungen verfügbar sind (z.B. Platten, Balken, Zylinder etc.).

Folgende Schritte sind für die Bearbeitung erforderlich:

- Erstellen eines Projektzeitplans
- Erarbeitung der nötigen Kenntnisse in Strukturmechanik, Akustik, Numerik und Signalverarbeitung
- Schlüssige Zusammenfassung der wichtigsten theoretischen Hintergründe
- Literaturrecherche zu vergleichbaren Untersuchungen und Methoden zur analytischen Abschätzung
- Einsatz und Bewertung kommerzieller Software (Ansys Acoustics)
- Experimentelle Validierung numerischer Verfahren anhand einfacher Beispiele
- Erste Anwendung auf ein Beispiel aus Musik und/oder Technik
- Formulierung eines Ausblicks: Was ist noch möglich? Welche Fragen sind noch zu klären? Mögliche Anwendungsgebiete?

Kurzfassung

Der Gebrauch der akustischen Finite-Elemente-Methode durch den Einsatz der kommerziellen Software Ansys Acoustics sollte auf Praxistauglichkeit untersucht werden. Die relevanten theoretischen Grundlagen wurden in einer Literaturrecherche gesammelt und dokumentiert.

Um die Simulationsergebnisse bewerten zu können, wurden möglichst vergleichbare Experimente und Simulationen einer rechteckigen Stahlplatte durchgeführt. Die Platte wurde akustisch mit einem Lautsprecher und mechanisch mit einem Schwingerreger, sowie einem Impulshammer angeregt, wobei die Strukturschwingung mit einem Laser Scanning Vibrometer aufgezeichnet wurden. Die Ergebnisse wurden mit harmonischen und transienten Berechnungen verglichen. Trotz einiger Schwierigkeiten bei der akkuraten Angleichung der Randbedingungen, konnte der Schluss gezogen werden, dass die numerische Methode gute Ergebnisse erzielt. Wie auch in anderen Fachgebieten (CFD, Struktur-FEM) ist sie besonders gut geeignet um qualitative Ergebnisse zu erzielen und relative Änderungen geometrischer Variationen o.Ä. darzustellen. Um zuverlässig quantitative Ergebnisse zu erzielen ist eine weitere Optimierung der Methode bei größerem Berechnungsaufwand notwendig.

Abschließend wurde ein Ausblick formuliert, bezüglich numerischem Optimierungspotential und möglicher Anwendungen in Technik, musikalischer Akustik und Hochschullehre.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis

A	[m^2]	Fläche
c	[m/s]	Schallgeschwindigkeit
$[C]$	[Ns/m]	Dämpfungsmatrix
f	[Hz]	Frequenz
$\hat{f}_i$	[ ]	Partikelverteilungsfunktion
F	[N]	Kraft
G	[ ]	Greensche Funktion
j	[ ]	Imaginäre Einheit
k	[m]	Wellenzahl
$[K]$	[N/m]	Steifigkeitsmatrix
m	[kg]	Masse
$[M]$	[kg]	Massenmatrix
n	[min^{-1}]	Drehzahl
N	[ ]	Formfunktionen
P	[kW]	Leistung
p	[Pa]	Druck
q	[Pa]	Akustische Quelle
r	[m]	Radius
v	[m/s]	Schnelle
w	[m]	Verformung
ρ	[kg/m^3]	Dichte
μ	[Pa s]	Dynamische Viskosität
τ	[ ]	Relaxationsparameter
ξ	[m/s]	Mikroskopische Geschwindigkeit
ω	[Hz]	Kreisfrequenz
Ω	[m^2]	Oberfläche des Berechnungsgebiets

Abkürzungsverzeichnis

BEM	**B**oundary **E**lements **M**ethod (Randelemente Methode)
CAA	**C**omputational **A**ero**a**coustics
CFD	**C**omputational **F**luid **D**ynamics
ES	**E**lement **S**ize (Elementgröße)
FE	**F**inite **E**lemente
FEA	**F**inite **E**lemente **A**kustik
FEM	**F**inite **E**lemente **M**ethode
FFT	**F**ast **F**ourier **T**ransformation
ISAVE	**I**nstitute for **S**ound **A**nd **V**ibration **E**ngineering
LBM	**L**attice-**B**oltzmann-**M**ethode
LDV	**L**aser **D**oppler **V**ibrometrie
RMS	**R**oot **M**ean **S**quare (Effektivwert)
SPL	**S**ound **P**ressure **L**evel (**S**challdruck**p**ege**l**)

1 Einleitung

Im Rahmen dieser Masterthesis soll das vorhandene Knowhow des ISAVE der HS Düsseldorf zu numerischen Strömungssimulationen, FEM-Berechnungen und Akustik genutzt werden, um eine Methode zur schnellen Simulation von akustischen Problemstellungen zu entwickeln. Ein besonderer Fokus liegt dabei auf der Schwingungsübertragung von Festkörpern auf Fluiden und der resultierenden Schallentwicklung.

Dabei soll das kommerzielle Software-Paket Ansys Workbench zum Einsatz kommen, welches über eine Erweiterung für akustische und vibroakustische FEM-Berechnungen verfügt. Für die Erarbeitung praxisorientierter numerischer Methoden ist es notwendig die zugrundeliegenden theoretischen Zusammenhänge in Strukturmechanik, Akustik, Numerik und Signalverarbeitung aufzuarbeiten. Auch soll die Qualität und Nutzbarkeit der Simulationsergebnisse anhand vergleichbarer Messungen bewertet werden. Dafür eignen sich besonders geometrisch simple Beispiele. In diesem Fall wird eine einfach eingespannte, rechteckige Stahlplatte untersucht.

So sollen verschiedene Analysetypen und Methoden der Auswertung auf ihre Tauglichkeit für den Einsatz in der Praxis überprüft werden. Bei der Konzeption und Durchführung des experimentellen Teils, wird außerdem Wert darauf gelegt, die Bedienung der verwendeten Messtechnik (Laser Scanning Vibrometer, Impulshammer) gründlich zu dokumentieren, um neues Knowhow zu schaffen.

Neben Auswertung und Vergleich der Simulations- und Messergebnisse soll abschließend ein Ausblick bezüglich möglicher Anwendungsgebiete der erarbeiteten Methoden formuliert werden. Die frühzeitige Kenntnis des vibroakustischen Verhaltens eines Produkts ist in der Entwicklung von großem Vorteil, da das akustische Nutzererlebnis immer mehr in den Vordergrund rückt.

Des Weitern werden erste Ideen zur Verwendung der Simulationssoftware und Messtechnik in der Lehre gesammelt werden, da sie anschauliche Einblicke in grundlegende physikalische Vorgänge liefern.

2 Grundlagen

Die erste Voraussetzung für eine planvolle Durchführung von numerischen Simulationen jeder Art, ist ein gutes und intuitives Verständnis der zugrundeliegenden Physik. So bedingt der vorliegende Fall vor allem Kenntnisse in der Strukturmechanik (Bewegungsgleichung), Akustik (Wellengleichung) und der in der Akustik üblichen Signalverarbeitung (Pegelgrößen, Fourier Transformation). Nur so können plausible Ergebnisse erzielt und als solche erkannt werden.

Dieses Kapitel bietet eine schlüssige Übersicht der nötigen theoretischen Hintergründe, wobei auf die Erklärung absoluter Grundlagen aus Platzgründen verzichtet wird. Wer also im Umgang mit den Grundbegriffen der Mathematik, Mechanik und Schwingungslehre ungeübt ist, dem sei zuerst die Lektüre entsprechender Literatur, wie [Tipler, 2009] ans Herz gelegt.

2.1 Physikalische Grundgleichungen

Unter einer Grundgleichung versteht man eine Gleichung, die in ihrer sehr allgemeinen Form alle wesentlichen Vorgänge eines bestimmten physikalischen Fachgebiets beschreiben kann. Es handelt sich dabei fast ausschließlich um Differentialgleichungen höherer Ordnung, die durch die Wahl passender Randbedingungen für speziellere Fälle gelöst und angewandt werden können.

2.1.1 Strukturmechanik

Den Zusammenhang der physikalischen Größen für strukturmechanische Vorgänge liefert die Bewegungsgleichung der Strukturmechanik. Mathematisch handelt es sich dabei um eine inhomogene lineare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung, die entsprechend durch periodische Ansätze gelöst werden kann. Sie bildet die Grundlage für viele bekannte Spezialfälle, wie Newtons zweites Axiom ($F = m \cdot a$) und den Zusammenhang zwischen der Kraft auf eine Feder und der resultierenden Auslenkung.

Mit dem Verschiebungsvektor u, der Massenmatrix M, der Dämpfungsmatrix C, der Steifigkeitsmatrix K und den äußeren Kräften F lautet die lineare Bewegungsgleichung [Gasch, 1987], [Clough, 1993]:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = [F] \tag{2.1}$$

Anschaulich kann man also davon sprechen, dass eine Kraft eine Beschleunigung einer Masse bewirkt, einen Dämpfer in eine Geschwindigkeit versetzt und bei einem Körper eine Verformung erzeugt, die von seiner Steifigkeit abhängt. Befindet sich ein System

im Gleichgewicht, wird die rechte Seite mit den äußeren Kräften zu Null gesetzt und es ergibt sich die homogene Bewegungsgleichung.

Eine solche lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung lässt sich durch einen periodischen Ansatz lösen, was in Bezug auf die Schwingungslehre auch intuitiv plausibel erscheinen sollte.

Der Lösungsansatz lautet mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$:

$$u = -\frac{1}{\omega^2} \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t) = x(t) \tag{2.2}$$

$$\dot{u} = -\frac{1}{\omega} \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t) = v(t) \tag{2.3}$$

$$\ddot{u} = A \cdot \sin(\omega \cdot t) = a(t) \tag{2.4}$$

Zu beachten ist das Verhältnis von Amplituden in Abhängigkeit der Frequenz und der Phasen dieser drei Grundgrößen, welches für die Übertragung von Schwingungen eine entscheidende Rolle spielt (Abbildung 2-1). Die Beschleunigung eilt der Geschwindigkeit um 90° voraus und die Geschwindigkeit ebenso dem Schwingweg. Die Amplitude nimmt von Beschleunigung zu Geschwindigkeit und von der Geschwindigkeit zum Schwingweg jeweils um den Faktor $\frac{1}{\omega}$ ab.

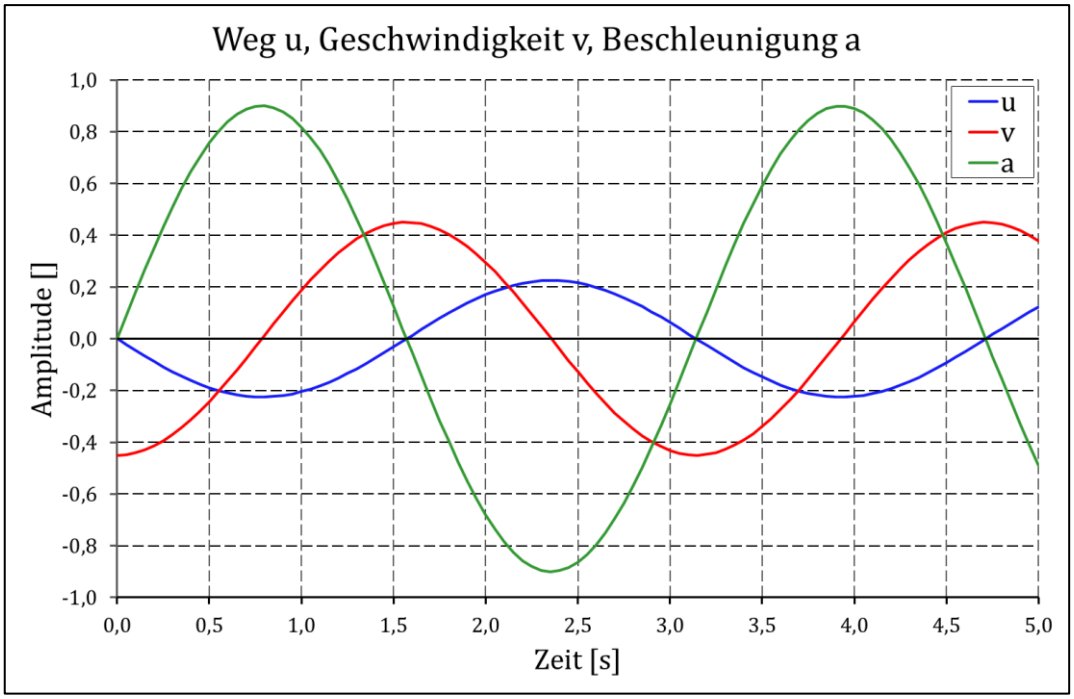


Abbildung 2-2: Qualitative grafische Darstellung von Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung

2.1.2 Akustik

Die Akustik befasst sich mit der Physik von Schallwellen in festen, flüssigen oder gasförmigen Medien. Die häufigste Anwendung ist der Luftschall, also die Ausbreitung von longitudinalen Kompressionswellen in der Luft bei Atmosphärendruck, da diese vom menschlichen Gehör unmittelbar wahrgenommen werden und so eine große Relevanz für technische, musikalische und alltägliche Vorgänge besitzen.

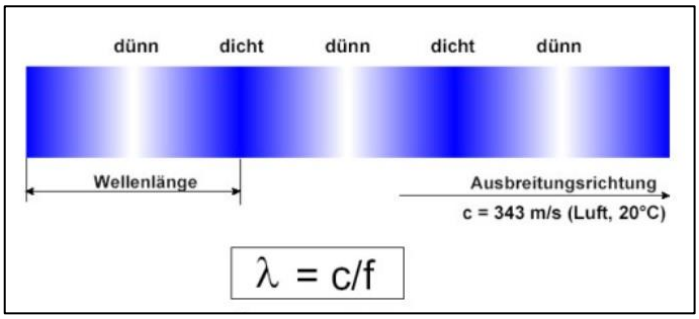


Abbildung 2-3: Visualisierung der Ausbreitung von Schallwellen [Niehoff, 2008]

Da es sich bei Schall in Fluiden um periodische Druckschwankungen handelt, kann die Akustik als Untergebiet der Strömungslehre verstanden werden und so im allgemeinsten Fall mit den entsprechenden Gleichungen beschrieben werden.

Da die Druckschwankungen im Vergleich zum Atmosphärendruck verschwindend klein sind (Schalldruck bei 120dB: 20 Pa, Atmosphärendruck: ~100000Pa), kann die Ausbreitung von Luftschall als inkompressibler Vorgang betrachtet werden.

Der Ausgangspunkt sind also die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen, der Impulserhaltungssatz der Strömungslehre [Schade, 2013]:

$$\rho\left(\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) = F_j - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu\left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2}\right) \tag{2.5}$$

Mit der Dichte ρ, dem Geschwindigkeitsvektor u, den äußeren Kräften F, dem Druck p und der dynamischen Viskosität μ.

Aus der Massenerhaltung folgt das Kontinuitätsgesetzt, welches das Gleichungssystem vervollständigt:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad bzw. \quad div\, c_i = 0 \tag{2.6}$$

Des Weiteren gilt in schwach kompressiblen Medien folgender linearer Zusammenhang zwischen Druck und Dichte [Howe, 2003]:

$$p = c_0^2 \cdot \rho \tag{2.7}$$

Mit der Schallgeschwindigkeit im jeweiligen Fluid c.

Da akustische Vorgänge zumeist in Medien mit vernachlässigbar geringer Viskosität, wie z.B. Luft, stattfinden, vereinfachen sich die Navier-Stokes Gleichungen zu den Euler-Gleichungen [Goldstein, 1976]:

$$\rho\left(\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) = F_j - \frac{\partial p}{\partial x_j} \tag{2.8}$$

Aufgrund der kleinen Schwankungen von Druck und Dichte werden diese linearisiert – also jeweils in einen stationären Mittelwert (p_0 bzw ρ_0) und einen überlagerten Schwankungswert (p' und ρ_0) aufgeteilt und quadratische Terme von Schwankungsgrößen werden eliminiert. Mit den linearisierten Gleichungen und dem linearen Zusammenhang (2.7) lässt sich die Geschwindigkeit eliminieren. Außerdem wird die Schallquelle q eingeführt, die für die Ausdehnung einer Volumeneinheit des Fluids steht und eine punktförmige Schallquelle darstellt.

Es ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Schall mit der Quelle q und den äußeren Kräften F in einem ruhenden Fluid:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \rho_0 \frac{\partial q}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{F} \tag{2.9}$$

Mit der bekannten Beziehung von Druck und Dichte (2.7), angewandt auf die Schwankungsgrößen, lässt sich die Wellengleichung formulieren, die nur noch die Druckschwankung p‘ als unbekannte beinhaltet [Howe, 2003]:

$$\left(\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right) p' = \rho_0 \frac{\partial q}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{F} \tag{2.10}$$

Mit der Fourier-Transformation (Näheres in Kapitel 2.3.2)

$$p(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) e^{i\omega t}\, dt \tag{2.11}$$

lässt sich die Wellengleichung in den Frequenzbereich überführen und man erhält die Helmholtz-Gleichung, also die homogene Wellengleichung für harmonische Druckschwankungen

$$\nabla^2 p(\omega) + k^2 p(\omega) = -j\rho_0 \omega q \tag{2.12}$$

mit der Wellenzahl $k = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Hierbei handelt es sich um eine lineare, partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung, die nur mit Hilfe von definierten Randbedingungen gelöst werden kann. Es wird allgemein zwischen drei verschiedenen Typen von Randbedingungen unterschieden [Lerch, 2009], [Desmet, 2005].

Tabelle 2-1: Randbedingungen zur Lösung der Helmholtz-Gleichung

	Homogen	Inhomogen	Vorgabe von…
Dirichlet	$p = 0$	$p = P$	Druck
Neumann	$v = 0 \rightarrow \frac{\partial p}{\partial x}$	$v = V \rightarrow V = -\frac{1}{j\omega\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$	Schnelle
Robin	/	$\frac{\partial p}{\partial x} = -j\omega\rho_0 Y p$	Impedanz

Wobei es sich bei der akustischen Impedanz um das Verhältnis vom Schalldruck, der an einer Strukturoberfläche anliegt und der Schnelle, die er auf dieser hervorruft, handelt. Sie drückt also die Empfänglichkeit einer Oberfläche für schallinduzierte Vibrationen aus.

2.2 Diskretisierung

Ein weiteres wichtiges Grundprinzip ist die Diskretisierung eines zeit- und wertkontinuierlichen Signals. Diese bildet die Grundlage für die digitale Messdatenerfassung und eine starke Analogie zur numerischen Modellbildung. Hierbei ist zwischen der zeitlichen und räumlichen Diskretisierung zu unterscheiden, welche im Folgenden grundlegend erläutert werden.

2.2.1 Zeitlich

Um ein zeitabhängiges, kontinuierliches Ausgangssignal in Form von digitalen Messdaten akkurat darzustellen oder in Form einer transienten numerischen Simulation realitätsnah zu modellieren, ist es wichtig, einige Parameter zu verstehen.

Mit Abtastrate oder Sample Rate bezeichnet man die Frequenz in der Messwerte aufgezeichnet werden. Hierbei ist es zunächst entscheidend, zwischen der Häufigkeit von Änderungen des zu messenden Signals und der anfallenden Datenmenge durch die Messdaten abzuwägen. Als Richtwert für die minimale Abtastrate bei einer Frequenzanalyse gilt das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem [Meyer, 2014], das besagt, dass die Abtastrate, mit der ein Signal gemessen wird, mindestens etwas mehr als das doppelte der höchsten relevanten Frequenz betragen muss, damit diese anschließend wieder aus den Messdaten rekonstruiert werden kann. Wesentlich ist auch, dass Frequenzen oberhalb der halben Abtastrate nicht im Signal vorhanden sind und vor der Frequenzanalyse eliminiert (heraus gefiltert) wurden, man spricht auch von sogenanntem Aliasing.

Weiterhin relevant für die digitale Messdatenverarbeitung, besonders bezüglich der Frequenzanalyse, sind Blockgröße bzw. Blocksize und Blocklänge. Digitale Datenverarbeitungssoftware fasst stets mehrere Datenpunkte in Blöcke zusammen, welche dann angezeigt und weiterverwertet werden können.

Der Zusammenhang zwischen Abtastrate, Blockgröße und –länge, sowie der Frequenzauflösung Δf einer FFT der Messdaten lautet:

$$Blocklänge = \frac{1}{\Delta f} = \frac{Blockgröße\ N}{Abtastrate}\ [s] \tag{2.13}$$

Das numerische Gegenstück zur Abtastrate bilden die Timesteps oder auch Zeitschritte. Sie geben an, in welchen zeitlichen Abständen Lösungen für das Berechnungsgebiet bestimmt werden. Auch hier gibt es Richtwerte für die kleinstmögliche Auflösung, wie die Courant-Zahl (CFL) [Lecheler, 2011]:

$$CFL = \frac{\mathrm{u} \cdot \Delta t}{\Delta x} \tag{2.14}$$

Sie bezieht sich auf Strömungssimulationen bewegter Fluide und liefert einen Zusammenhang zwischen der Strömungsgeschwindigkeit und der Zeitschrittdauer. Es ist leicht verständlich, dass schnelle Strömungen eine feinere zeitliche Auflösung erfordern.

Soll allerdings der akustische Zeitverlauf in einem Fluid berechnet werden, muss wesentlich feiner aufgelöst werden, als für die Darstellung großskaliger Strömungsvorgänge. Hierbei kann man sich an der minimalen Abtastung für die „optische“ Darstellung eines Signals orientieren, was etwa das Zehnfache der höchsten Frequenz erfordert. Abbildung 2-4 zeigt dieses sogenannte Oversampling anhand einer einfachen Sinusfunktion.

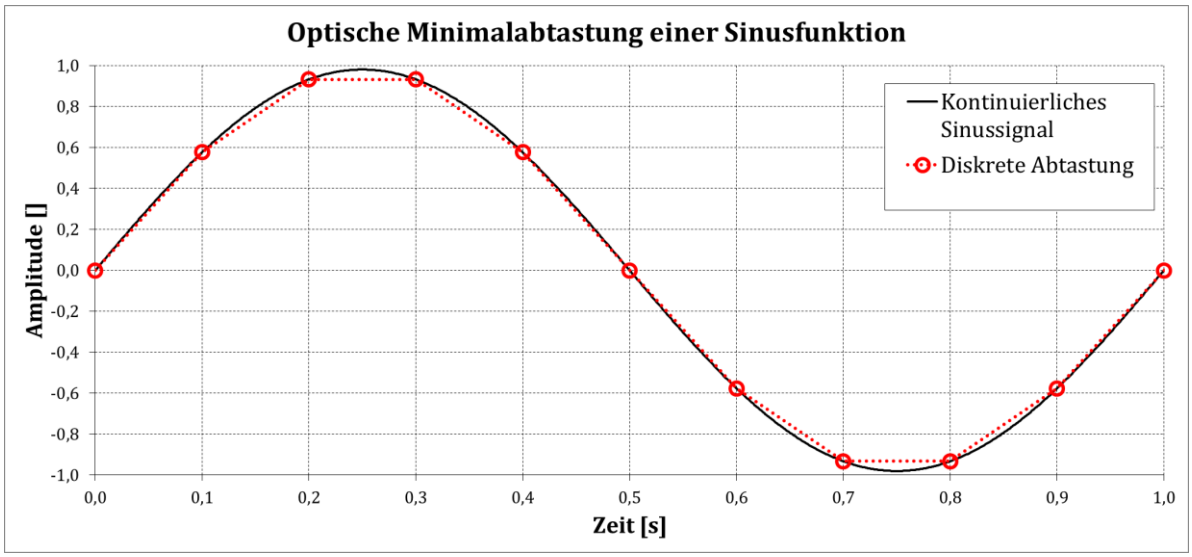


Abbildung 2-4: Minimale Abtastung eines Sinussignals im Zeitbereich

2.2.2 Räumlich

Sowohl messtechnisch als auch numerisch ist es nötig, auch die Diskretisierung des Raumes zu berücksichtigen. Die gleichen Faktoren von Messgenauigkeit, zu verarbeitender Datenmenge und verfügbarer Messtechnik wie bei der zeitlichen Auflösung sind zu beachten. Beispielsweise ist bei der Aufnahme des Geschwindigkeitsprofils einer Rohrströmung der Wandbereich höher aufzulösen als die Kernströmung, da hier die größten Geschwindigkeitsgradienten auftreten. Abbildung 2-5 zeigt das Raster für eine Messung der Strukturschwingungen einer Akustikgitarre durch ein Laser Scanning Vibrometer.

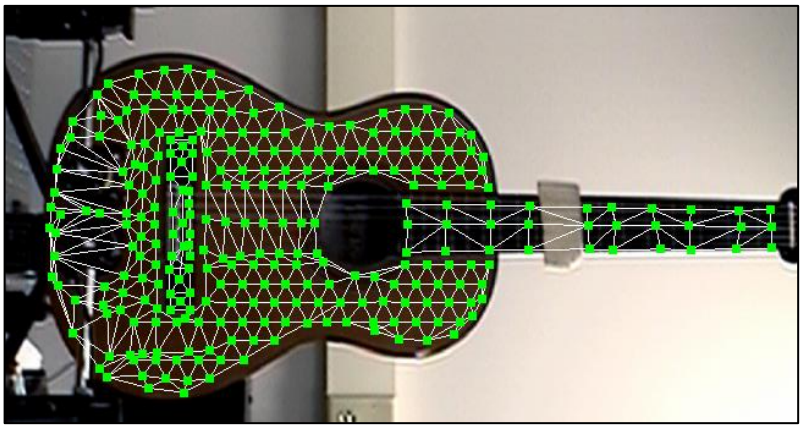


Abbildung 2-5: Räumliches Abtastmuster einer Akustikgitarre für LDV Messungen [Huber, 2011]

In Bezug auf numerische Berechnungen spricht man hier von der Vernetzung des Berechnungsgebiets. Die Geometrie wird meistens mit einem 3D-CAD-Tool erstellt und anschließend mit einem Netz von Berechnungspunkten durchzogen. Die Qualität des Rechennetzes ist hierbei von allerhöchster Bedeutung für die Güte der Simulationsergebnisse. Abbildung 2-6 zeigt die Vernetzung von Turbinenschaufeln mit den nötigen Grenzschichtauflösungen, die eine korrekte Darstellung der wandnahen Strömungseffekte sicherstellen.

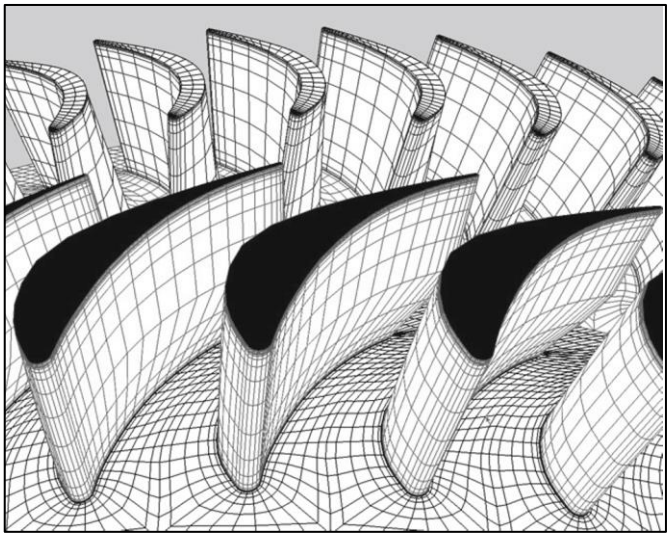


Abbildung 2-6: Erfolgsversprechende Vernetzung von Turbinenschaufeln [Lecheler, 2011]

Es gibt zahlreiche Methoden und Richtwerte, um die Qualität eines Berechnungsnetzes zu beschreiben. Gängige Parameter sind das Längenverhältnis der längsten und der kürzesten Seite eines Elements (Aspect Ratio), sowie die Winkel in den Elementecken und die Elementschiefe (Skewness) [Eppstein, 2001]. Welche Werte hierbei zulässig sind bzw. korrekte numerische Berechnungen gewährleisten hängt vom Berechnungsverfahren und der benötigten Genauigkeit ab. Das in der CFD übliche Finite Volumen Verfahren ist beispielsweise robuster gegenüber geometrisch ungünstigen Elementen als die FEM.

Bezüglich akustischer FEM-Berechnungen liegen die empfohlenen Richtwerte für die Netzauflösung zwischen und sechs und zehn Elementen pro kleinster darzustellender Wellenlänge [Marburg, 2003].Tabelle 2-2 zeigt einige beispielhafte Werte für die räumliche Auflösungen mit sechs bzw. zehn Elementen pro Wellenlänge, sowie einem Zeitschritt für transiente Simulationen gemäß dem erwähnten Oversampling in Abhängigkeit von der höchsten interessanten Frequenz.

Tabelle 2-2: Beispielhafte Werte für die räumliche und zeitliche Diskretisierung von Akustiksimulationen

Frequenz [Hz]	6 Elemente [m]	10 Elemente [m]	Timestep [s]
10	5,733	3,440	0,010000
50	1,147	0,688	0,002000
100	0,573	0,344	0,001000
200	0,287	0,172	0,000500
300	0,191	0,115	0,000333
400	0,143	0,086	0,000250
500	0,115	0,069	0,000200
600	0,096	0,057	0,000167
700	0,082	0,049	0,000143
800	0,072	0,043	0,000125
900	0,064	0,038	0,000111
1000	0,057	0,034	0,000100

2.3 Akustische Signalverarbeitung

Da diese Arbeit sehr Grundlegende Untersuchungen beinhaltet, die zuallererst der Überprüfung der Funktion eines Simulationstools dienen, sind keine allzu fortgeschrittenen Techniken der Signalverarbeitung notwendig. Dieses Kapitel behandelt dementsprechend nur die nötigen Grundlagen für die rudimentäre Auswertung von akustischen Signalen. Bei weiterführender Untersuchung der Thematik, könnte die numerische Ermittlung von Übertragungsfunktionen, Korrelationen und Ähnlichem in den Vordergrund rücken, dafür ist allerdings zunächst ein grundlegenderes Verständnis der Numerik und Software Voraussetzung.

2.3.1 Pegelgrößen

Die Behandlung von Schall in Form von linearen Schalldruckwerten ist zwar physikalisch naheliegend, aber nur schwer mit dem menschlichen Hörvermögen vereinbar. Sowohl Lautstärke, als auch Tonhöhen werden von unserem Gehör logarithmisch empfunden. Um diesen Umstand zu berücksichtigen, wurde das Dezibel (dB) eingeführt, eine Pegelgröße, die Schalldrücke auf die menschliche Hörschwelle bezieht, also den kleinsten wahrnehmbaren Schalldruck [Lerch, 2009].

$$L_p = 20 \cdot \log\left(\frac{p_{rms}}{p_0}\right); \;\; p_0 = 2 \cdot 10^{-5} Pa \tag{2.15}$$

Wobei sinnvollerweise keine Momentanwerte umgerechnet werden, sondern Mittelwerte über bestimmte Zeiträume. Der aufschlussreichste Mittelwert für Schwankungsgrößen ist der Effektiv- oder RMS-Wert (Root Mean Square), dessen Berechnungsvorschrift im Namen enthalten ist und folgendermaßen lautet:

$$p_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2(t)dt} \tag{2.16}$$

Auf diese Weise ist es möglich, den großen Dynamikbereich, den das menschliche Ohr abdeckt in handlichen Werten auszudrücken. Abbildung 2-7 zeigt eine Einordnung verschiedener Geräuschquellen auf der Dezibel Skala mit den entsprechenden Schalldrücken in Pascal.

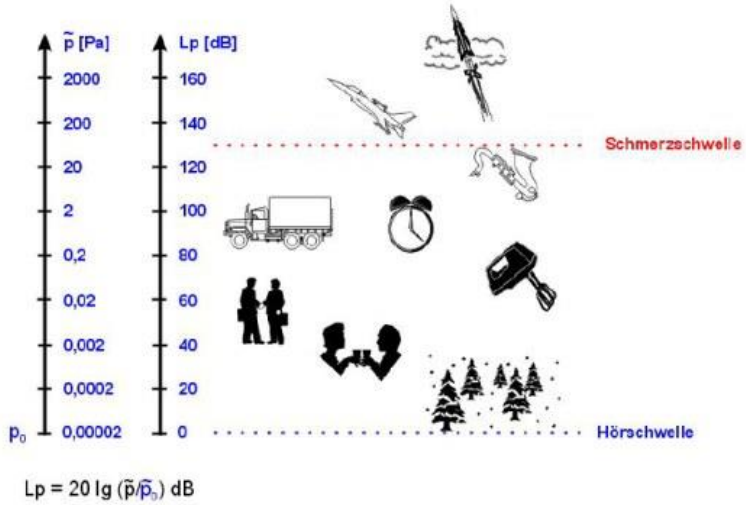


Abbildung 2-7: Der menschliche Hörbereich in Pascal und Dezibel [Niehoff, 2008]

Für die nachfolgenden Versuche und Simulationen wird vorwiegend mit Schalldruckpegeln gearbeitet, da ein starker technischer Bezug besteht und die Darstellung in Pascal sehr wahrscheinlich zu fein ist, um die zu erwartende Genauigkeit der numerischen Berechnungen sinnvoll einordnen zu können.

2.3.2 Frequenzspektrum / Fast Fourier Transformation

Neben dem dynamischen Zeitverlauf eines Signals ist es für fast alle Anwendungen von großer Bedeutung, welche Frequenzanteile es enthält. Der am weitesten verbreitete Weg dies auszuwerten, ist die Berechnung eines Frequenzspektrums durch die Fast Fourier Transformation (FFT). Diese soll hier in kompaktem Umfang zuerst mathematisch und anschließend intuitiv erläutert werden.

Die kontinuierliche FFT für harmonische Funktionen lautet [Ohm, 2014]:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t}\, dt \tag{2.17}$$

Wobei die Eulersche Formel beachtet werden kann, um den Bezug zu harmonischen Funktionen ersichtlicher zu machen:

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t) \tag{2.18}$$

Für eine Liste mit N Werten, bzw. eine Blockgröße N, von Zeitdaten wird die diskrete FFT angewandt:

$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{\frac{-j\omega n}{N}} \tag{2.19}$$

Das Theorem von Parseval verdeutlicht die Tatsache, dass die Betrachtung im Frequenz- und im Zeitbereich gleichermaßen vollständig bezüglich des Ausgangssignals ist. Es besagt, dass die Signalenergie, also der Gesamtpegel, in beiden Domänen folgendermaßen bestimmt werden kann:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \tag{2.20}$$

Intuitiv betrachtet, zerlegt die FFT eine harmonische Funktion in mehrere Sinusfunktionen, also einzelne Frequenzanteile. Das Signal wird dabei vom Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert. Abbildung 2-8 zeigt eine anschauliche Darstellung dieses Vorgangs, die allerdings in der Praxis nicht verwertbar ist.

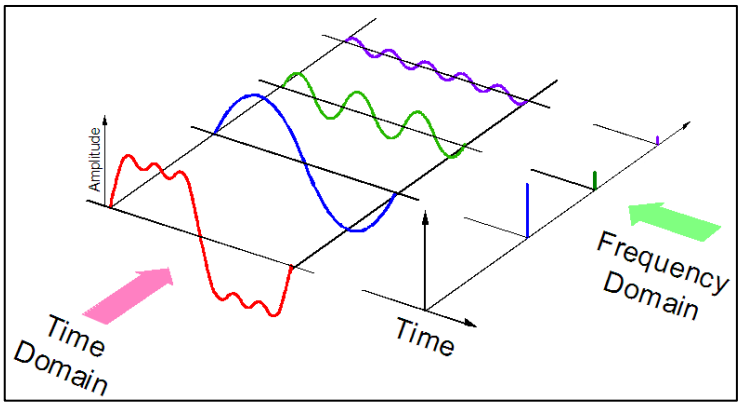


Abbildung 2-8: Anschauung zur Frequenzanalyse [http://1.bp.blogspot.com]

In der Realität treten ideal harmonische Schwingungen nicht auf und oft ist der Frequenzinhalt von vollständig transienten Signalen, etwa Stößen oder Schlägen, interessant. Um derartige Datensätze für eine FFT aufzubereiten, wird jeweils ein Block als Signalausschnitt als ein sich periodisch wiederholendes Ereignis betrachtet. Die resultierende Frequenzauflösung ergibt sich dabei aus dem Kehrwert der Blocklänge (siehe 2.2.1), da diese die tiefste mögliche Frequenz, die im Block enthalten sein kann begrenzt.

Eine Fehlerquelle bei dieser Verrechnung von diskreten Daten, ist der Leck-Effekt, der auftritt, wenn die Werte am Anfang und Ende des Blocks nicht gleich sind. Dies ist bei realen Messungen immer der Fall und führt zu einem Sprung im Zeitsignal, der in der Frequenzebene störende Frequenzanteile und somit ein stärkeres Grundrauschen erzeugt. Um dies zu vermeiden, sollte zum einen der Zeitraum der Mittelung bzw. die Blocklänge möglichst groß gewählt und zudem eine Fensterung verwendet werden. Hierbei wird das Zeitsignal mit einer Fensterfunktion multipliziert, die den Anfang und das Ende des Signals zu Null setzt und den restlichen Verlauf möglichst unangetastet lässt. Abbildung 2-9 zeigt Auftragungen der häufigsten Fensterfunktionen.

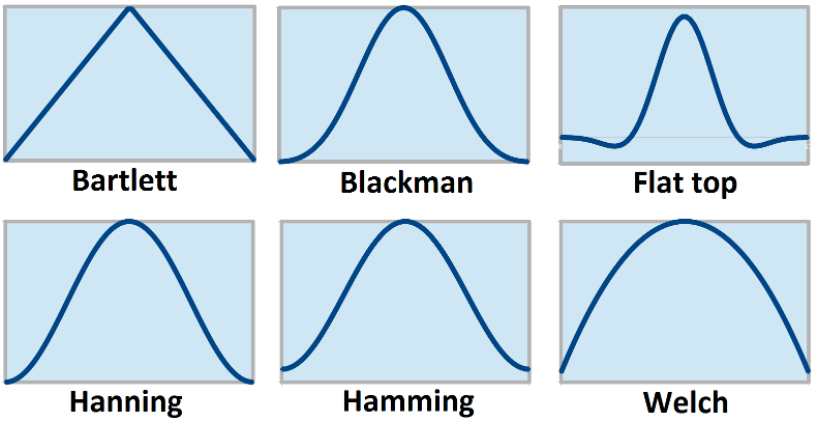


Abbildung 2-9: Gängige Fensterfunktionen [Keuwlsoft, 2013]

Für die in dieser Arbeit gezeigten Frequenzanalysen wurde stets ein Von-Hann-Fenster (Hanning-Fenster) verwendet, welches die unerwünschten Frequenzanteile stark unterdrückt. Es reduziert zwar die Frequenzauflösung etwas stärker als andere Fenstertypen, dies ist jedoch im vorliegenden Fall akzeptabel [Smith, 2011].

2.4 Ansys Workbench, Mechanical und Acoustics

Heutzutage ist es durch das reichhaltige Angebot an kommerzieller Software nicht mehr nötig, für numerische Prozeduren eigene Solver und Auswertungsprogramme zu schreiben. Graphische Benutzeroberflächen und intelligente Algorithmen, etwa für die Netzerstellung oder die Bestimmung passender Randbedingungen, machen es möglich mit verhältnismäßig geringer Einarbeitungszeit Simulationsergebnisse zu erhalten und darzustellen.

Umso wichtiger ist es hierbei, die Hintergründe und wirksamen Mechanismen der Software zu verstehen, um physikalisch plausible Ergebnisse zu gewährleisten und diese angemessen zu interpretieren, was in den Kapiteln 3 und 4 geschehen soll.

Im Institute of Sound and Vibration Engineering (ISAVE) der Hochschule Düsseldorf hat sich die Arbeit mit dem Ansys Workbench Softwarepaket in den Bereichen der numerischen Strukturmechanik (FEM) und Strömungsmechanik (CFD) bewährt. Die Workbench stellt eine übergreifende Benutzeroberfläche für zahlreiche verschiedene Berechnungsmethoden und Solver dar, die in Form von Modulen innerhalb eines Projekts verwendet und auch verknüpft werden können. So lassen sich z.B. die Ergebnisse einer Vorberechnung als Grundlage für weiterführende Analysen verwenden. Die Verfügbaren Analysetypen sind in Abbildung 2-10 aufgeführt.

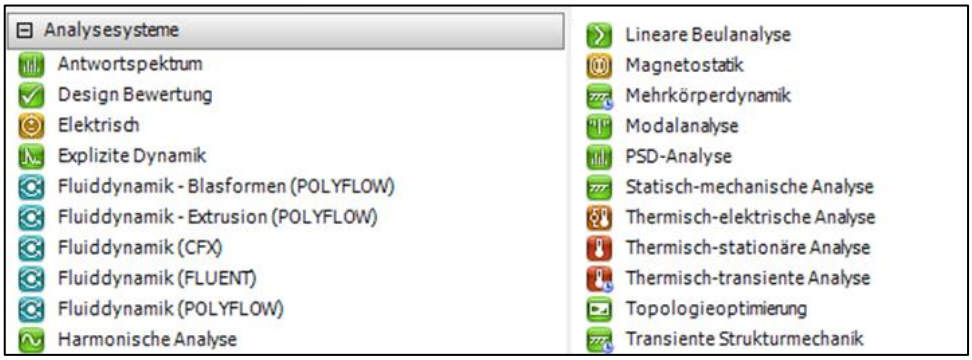


Abbildung 2-10: Verfügbare Module in Ansys Workbench

Für strukturmechanische Untersuchungen sind in der Ansys Workbench die Berechnungsmodelle von Ansys Mechanical verfügbar. Diese umfassen beispielsweise die Modalanalyse, harmonische und statisch-mechanische Analyse. Die konkreten Analysetypen, die in dieser Arbeit zum Einsatz kommen, werden in Kapitel 3.5 behandelt. Außerdem stehen eine umfangreiche Bibliothek mit vorgespeicherten Materialeigenschaften, ein zuverlässiges Vernetzungstool und hinreichende Möglichkeiten für die Erstellung von Grafiken, Diagrammen und Tabellen der Berechnungsergebnisse zur Verfügung. Abbildung 2-11 zeigt die Auswertung einer mechanischen Spannungsanalyse am Beispiel einer Turbinenschaufel.

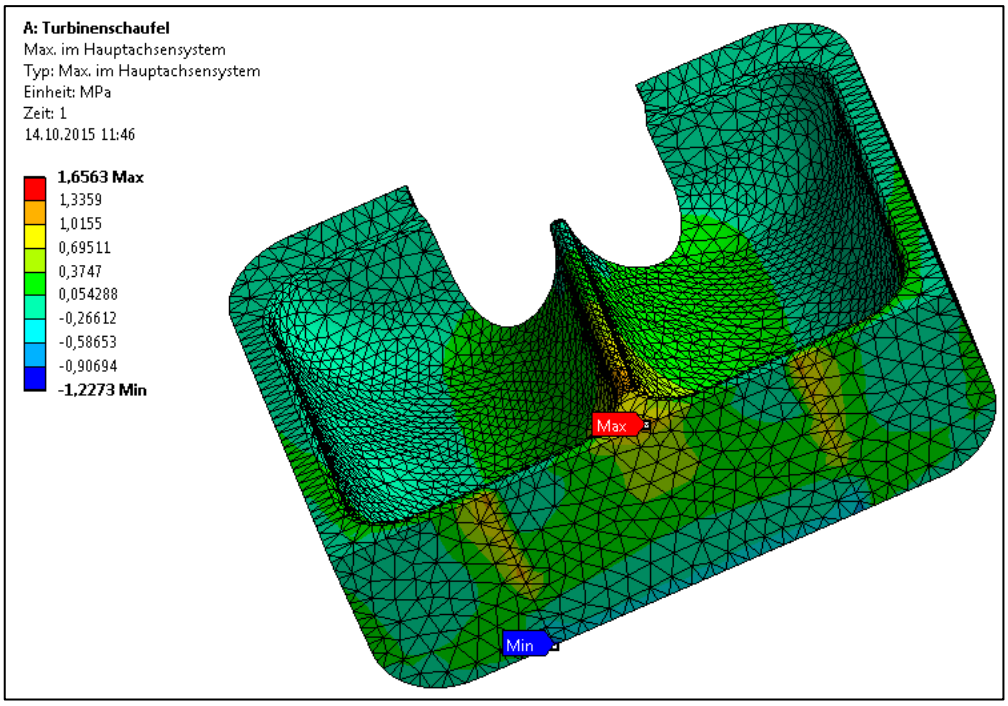


Abbildung 2-11: Spannungsanalyse einer Turbinenschaufel in Ansys Mechanical [Nsiama-Leyame, 2015]

Seit einiger Zeit ist für Ansys Mechanical eine auf akustische Berechnungen spezialisierte Erweiterung erhältlich, deren Funktionsumfang regelmäßig durch Updates erweitert wird.

Durch die Ähnlichkeit der Finite Elemente Methoden für die Berechnung von Strukturmechanik und akustischen Problemstellungen, lassen sich die entsprechenden Funktionen unkompliziert in den Arbeitsfluss von Mechanical integrieren. Der entstehende Funktionsumfang ist vielversprechend, sollte jedoch erst auf seine Tauglichkeit für die Bearbeitung realer technischer Problemstellungen geprüft werden.

Eine Übersicht des Funktionsumfangs der Acoustics-Toolbar zeigt Abbildung 2-12 anhand der verfügbaren Randbedingungen, Anregungen und Auswertetools für akustische Analysen.

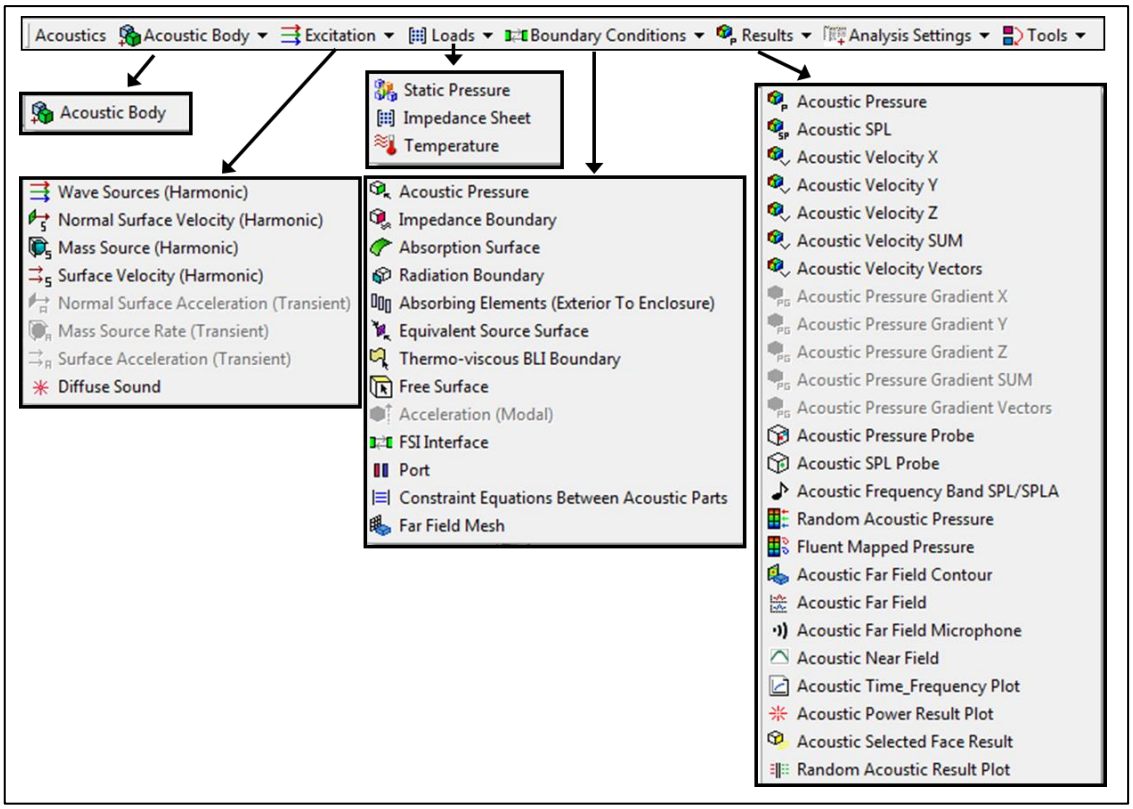


Abbildung 2-12: Funktionsumfang der Acoustic Toolbar

Eine rudimentäre Beispielanwendung ist in Form einer raumakustischen Berechnung auf Abbildung 2-13 zu sehen. Mit einer akustischen Modalanalyse können etwa die Raummoden einer 3D-Nachbildung eines Zimmers bestimmt und die Reaktion des Raums auf verschiedene Anregungen anschließend mit einer harmonischen Analyse berechnet werden.

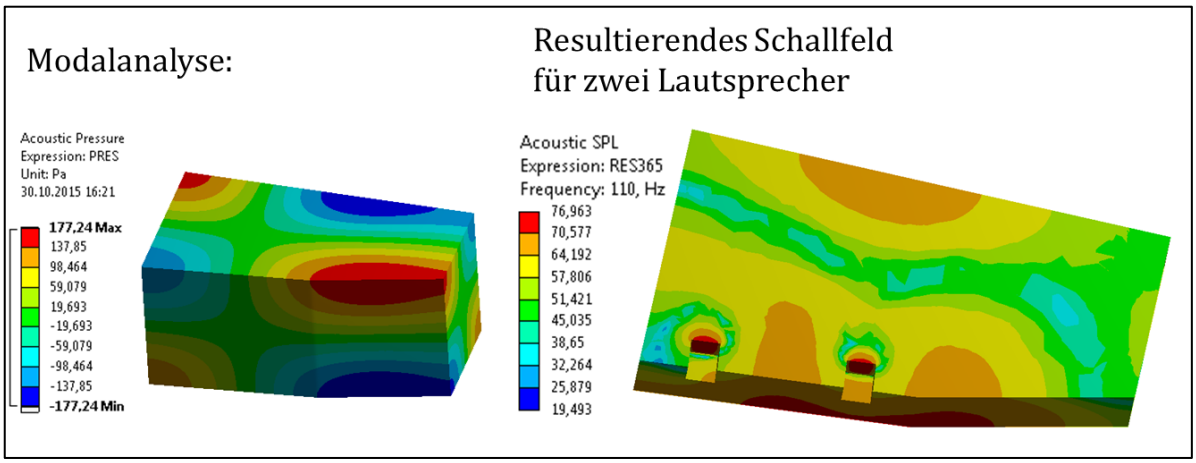


Abbildung 2-13: Beispiel einer raumakustischen Analyse

3 Finite Elemente Akustik

Aufbauend auf dem nun hergestellten Grundverständnis der involvierten Physik und der Diskretisierung kontinuierlicher Größen und Bereiche, wird im folgenden Kapitel ausführlich das Berechnungsmodell der finite Elemente Akustik beschrieben [Gladwell, 1965], wie es auch in Ansys Acoustics zum Einsatz kommt. Die Modellbildung weist große Ähnlichkeiten zur strukturmechanischen FEM auf, die z.B. in [Klein, 2007] ausführlich erläutert wird. An dieser Stelle beide Modelle ausführlich zu behandeln, lässt der Umfang der Arbeit nicht zu.

Des Weiteren wird gezeigt, wie beide Modelle gekoppelt werden können, um gleichzeitig strukturmechanische und akustische Vorgänge und deren Interaktionen berechnen zu können. Darauf aufbauend werden die im weiteren Verlauf der Arbeit verwendeten Analysetypen in Ansys Mechanical/Acoustics theoretisch erläutert.

Für numerische Berechnungen akustischer Problemstellungen wird im Allgemeinen zwischen inneren und äußeren Problemen unterschieden, wobei bei einem inneren Problem die Schallabstrahlung einer Quelle und deren Reflexionen innerhalb eines abgeschlossenen Fluidvolumens V gerechnet wird und bei einem äußeren die Abstrahlung in ein unbegrenztes Fluidvolumen. Abbildung 3-1 zeigt eine Darstellung der beiden Varianten mit Angaben über die Randbedingungen, die nötig sind, um das Modell lösen zu können.

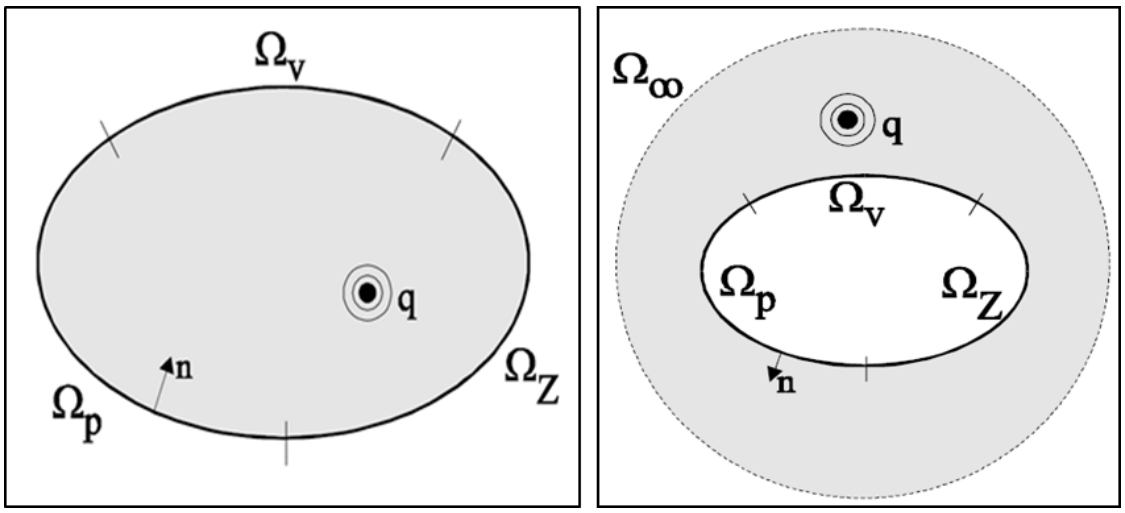


Abbildung 3-1: Berechnungsgebiete für innere (links) und äußere (rechts) akustische Probleme [Desmet, 2005]

Wie in 2.1.2 allgemein beschrieben, gibt es auch bei einer numerischen Berechnung im Wesentlichen drei verschiedene Randbedingungen. Die Vorgabe von Druck, Schnelle oder akustischer Impedanz auf der Oberfläche des Berechnungsgebiets Ω ermöglicht die Lösung des Systems. Gemäß dieser Randbedingungen wird die Oberfläche in die Teiloberflächen Ω_p, Ω_v und Ω_Z aufgeteilt. Für das äußere akustische Problem ist es weiter-

hin notwendig, dass die Sommerfeldsche Abstrahlbedingung erfüllt ist, um unerwünschte Reflexionen an den Rändern des Berechnungsgebiets zu vermeiden.

Sie lautet [Desmet, 2005]

$$\lim_{|\vec{r}|\to\infty} |\vec{r}|.\left(\frac{\partial p(\vec{r})}{\partial \vec{r}} + jkp(\vec{r})\right) = 0 \tag{3.1}$$

und besagt, dass der Schalldruck am Ort $\vec{r}$ auf der im unendlichen liegenden Teiloberfläche Ω_∞ gegen Null streben muss. Praktisch wird dies über verschiedene Absorptionsbedingungen in die numerischen Modelle eingebracht, die ein realistisches Abstrahlverhalten gewährleisten. Diese Methode wird auch Trunkierung des Berechnungsgebiets genannt [Thompson, 1996].

Im weiteren Verlauf soll auch die Kopplung von akustischem und strukturmechanischem FE-Modell behandelt werden, was die Einführung einer weiteren Randbedingung für die Kontaktfläche von Struktur und Fluid Ω_S erfordert. Das Berechnungsgebiet ist in Abbildung 3-2 dargestellt.

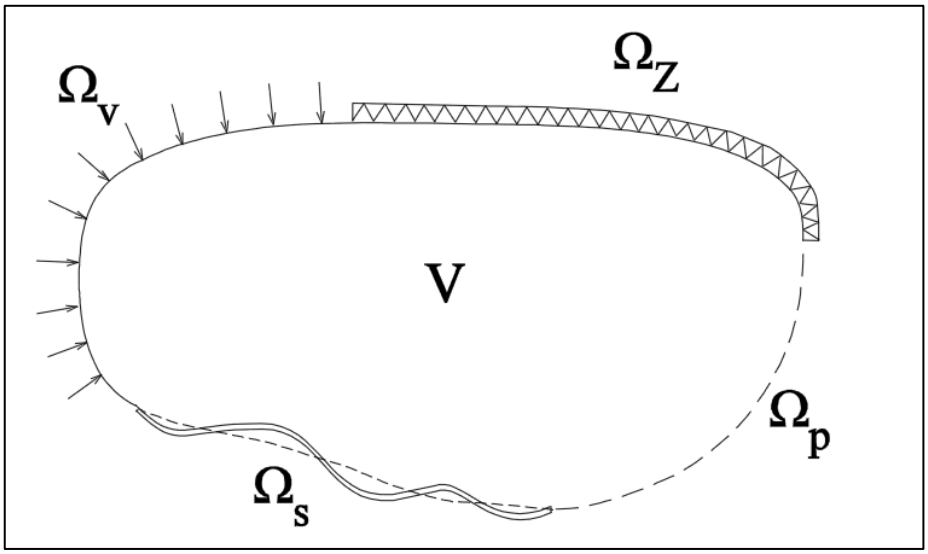


Abbildung 3-2: Berechnungsgebiet eines gekoppelten inneren vibroakustischen Problems [Desmet, 2005]

Die entsprechende Kontinuitätsbedingung der Normalgeschwindigkeit bzw. –schnelle besagt, dass an der Kontaktfläche Ω_S die Schnelle beider Teilgebiete gleich sein muss, was die Darstellung der Wechselwirkung des Luftschalls und der Strukturvibration ermöglicht. Mathematisch ausgedrückt lautet sie:

$$v_n = \frac{j}{\rho_0 \omega}\frac{\partial p}{\partial n} = j\omega w_n \; auf \; \Omega_S \tag{3.2}$$

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden die Grundlagen des akustischen, sowie des gekoppelten vibroakustischen FE-Modells jeweils exemplarisch für innere Probleme behandelt.

3.1 Gewichtete Residuen Formulierung der Helmholtz-Gleichung

Wie auch in der strukturmechanischen FEM ist der grundlegende Ansatz in der FE-Akustik die Approximation der kontinuierlichen Verteilung einer Feldvariable, in diesem Fall des Drucks, mit Hilfe einer endlichen Anzahl von Teilelementen des Berechnungsgebiets und entsprechenden Formfunktionen, die den Verlauf des Druckfeldes innerhalb der Elemente annähern. So kann ein Gleichungssystem erzeugt werden, dessen Anzahl der Unbekannten genau der Anzahl der verfügbaren Gleichungen entspricht und entsprechend mit gängigen numerischen Verfahren eine Lösung bestimmt werden. Die hier gezeigte Herleitung richtet sich im Wesentlichen nach [Desmet, 2002].

Zunächst wird der Ansatz der gewichteten Residuen auf die Helmholtz-Gleichung mit Quellenterm angewandt, um eine äquivalente Integralformulierung mit beliebigen Gewichtungsfunktionen $\tilde{p}$ für ein stationäres akustisches Schalldruckfeld im abgeschlossenen Fluidvolumen V zu erhalten:

$$\int_V \tilde{p}(\nabla^2 p + k^2 p + j\rho_0 \omega q)\, dV = 0 \tag{3.3}$$

Wobei es sich bei $\tilde{p}$ um beschränkte und in V und auf Ω eindeutig definierte Funktionen handeln muss. Es wird also vorausgesetzt, dass das Residuum $\nabla^2 p + k^2 p + j\rho_0 \omega q$ bei Gewichtung durch $\tilde{p}$ im räumlichen Mittel verschwindet. Anschaulich gesprochen wird so der Restfehler der Berechnung über den gesamten Berechnungsraum verteilt.

Durch Umformulieren ergibt sich:

$$\begin{aligned}\int_V \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\tilde{p}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\tilde{p}\frac{\partial p}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\tilde{p}\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right] dV - \int_V \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z}\frac{\partial p}{\partial z}\right) dV \\ + \int_V k^2 \tilde{p} p\, dV + \int_V j\rho_0 \omega \tilde{p} q\, dV = 0\end{aligned} \tag{3.4}$$

Oder:

$$\begin{aligned}&\int_V (\nabla \tilde{p} \nabla p)\, dV - \omega^2 \int_V \left(\frac{1}{c^2}\tilde{p} p\right) dV \\ &= \int_V j\rho_0 \omega \tilde{p} q\, dV + \int_V \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\tilde{p}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\tilde{p} + \frac{\partial p}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\tilde{p} + \frac{\partial p}{\partial z}\right)\right] dV\end{aligned} \tag{3.5}$$

Der Gausssche Integralsatz besagt, dass das Oberflächenintegral der Normalkomponente eines Vektorfeldes Φ, über eine geschlossene Oberfläche Ω, äquivalent zum Volumenintegral der Divergenz des Vektorfeldes über V ist, wobei V von Ω eingeschlossen wird. Es lautet:

$$\int_\Omega (\Phi \mathrm{n})\, d\Omega = \int_V (\nabla \Phi)\, dV \tag{3.6}$$

Mit dem Einheitsnormalenvektor n mit positiver Orientierung entgegengesetzt von V. Wird es auf den letzten Term der umformulierten Integralgleichung (3.5) angewandt, erhält man:

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\tilde{p}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\tilde{p}\frac{\partial p}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\tilde{p}\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right] dV \tag{3.7}$$

$$= \int_V [\nabla(\tilde{p}\nabla p)]\, dV = \int_\Omega (\tilde{p}\frac{\partial p}{\partial n})\, d\Omega = \int_\Omega (j\rho_0\omega\tilde{p}vn)\, d\Omega$$

Einsetzen von (3.7) in (3.5) liefert schließlich die schwache Form der gewichteten Residuen-Formulierung der Helmholtz-Gleichung:

$$\boldsymbol{\int_V (\nabla\tilde{p}\nabla p)\, dV - \omega^2 \int_V \left(\frac{1}{c^2}\tilde{p}p\right) dV = \int_V j\rho_0\omega\tilde{p}q\, dV - \int_\Omega (j\rho_0\omega\tilde{p}vn)\, d\Omega} \tag{3.8}$$

Diese Gleichung bildet die Grundlage für das akustische finite Elemente Modell, das im weiteren Verlauf dieses Kapitels erläutert wird und in dieser oder einer sehr ähnlichen Form von allen kommerziellen FEA-Solvern eingesetzt wird.

3.2 Diskretisierung des Fluidvolumens und Galerkin-Methode

Für das Verfahren der FEA wird das Fluidvolumen V in eine endliche Anzahl Volumenelemente V_e mit n_e Knoten zerlegt. Für die üblichen Elementtypen liegen die Knoten an den Eckpunkten der finiten Volumina. Innerhalb der Elemente wird die Verteilung der Feldvariablen, also in diesem Fall dem Druck p, approximiert als Erweiterung $\hat{p}$ durch eine Anzahl n_p frei gewählter Formfunktionen N_i^e, die nur innerhalb von V_e definiert sind. Die Anzahl der Knoten entspricht dabei der Anzahl der Formfunktionen ($n_e = n_p$):

$$p(x,y,z) \approx \hat{p}(x,y,z) = \sum_{i=1}^{n_p} N_i^e(x,y,z).\, a_i \qquad (x,y,z) \in V_e \tag{3.9}$$

Die Formfunktionen sind gerade so geartet, dass sie am Knoten i des Elements den Wert Eins haben und Null an allen anderen Knoten. Das führt dazu, dass jeder Beitrag a_i in der Druckerweiterung (3.9) die Druckapproximation $\hat{p}_i$ für den Knoten i des Elements darstellt.

$$\hat{p}(x,y,z) = \sum_{i=1}^{n_e} N_i^e(x,y,z).\, \hat{p}_i \qquad (x,y,z) \in V_e \tag{3.10}$$

Analog zur Festlegung der lokalen Formfunktionen der einzelnen finiten Volumenelemente N_i^e können globale Formfunktionen N_i für das Gesamte Volumen V definiert

werden. Die globale Formfunktion ist für jeden Knoten i gleich der lokalen Formfunktion des Elements V_e, dem der Knoten i angehört und Null für alle anderen Elemente.

Es ergibt sich folgende globale Druckverteilung für V mit einer Gesamtanzahl von n_f Knoten:

$$\hat{p}(x,y,z) = \sum_{i=1}^{n_f} N_i(x,y,z).\hat{p}_i = [N].\{\hat{p}_i\} \qquad (x,y,z) \in V_e \tag{3.11}$$

Wobei $[N]$ ein Vektor globaler Formfunktionen der Dimension $(1xn_f)$ und $\{\hat{p}_i\}$ ein $(n_f x1)$ Vektor der unbekannten Knotenwerte der Druckapproximation ist. Die entsprechende Approximation des Druckgradienten ergibt sich als:

$$\nabla p \approx \nabla \hat{p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} \\ \frac{\partial \hat{p}}{\partial y} \\ \frac{\partial \hat{p}}{\partial z} \end{bmatrix} = [\partial].[N].\{\hat{p}_i\} = [B].\{\hat{p}_i\} \tag{3.12}$$

Mit der $(3xn_f)$ Matrix [B], welche die Gradientenkomponenten der globalen Formfunktionen enthält.

Laut dem gängigsten Ansatz der gewichteten Residuen nach Galerkin werden die Gewichtungsfunktionen $\tilde{p}$ und ihre Gradienten analog zum Vorgehen bei $\hat{p}$ erweitert, bzw. sind die Formfunktionen als Gewichtungsfunktionen zu wählen. Abbildung 3-3 veranschaulicht die Definition der Formfunktionen an einem einfachen zweidimensionalen Beispiel.

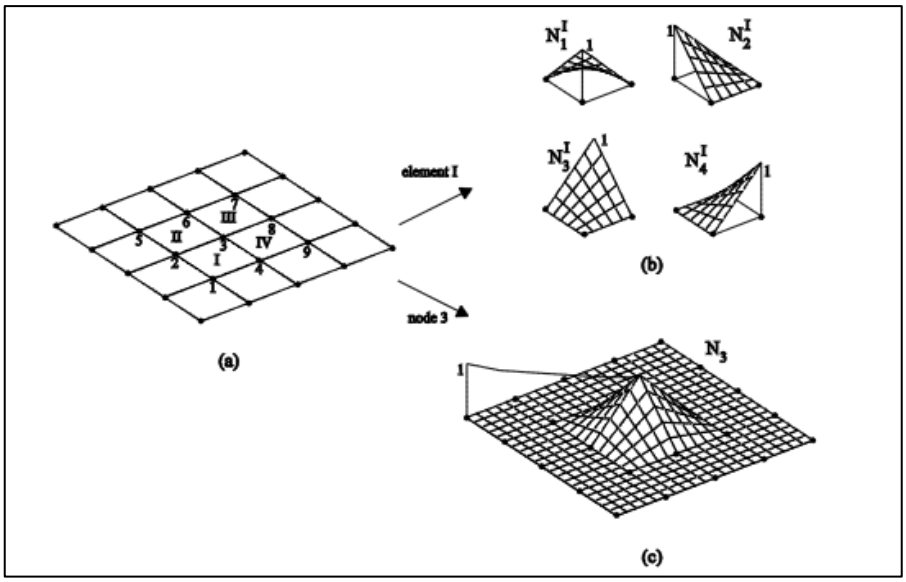


Abbildung 3-3: Illustration der Definition der Formfunktionen, (a) FE Diskretisierung eines 2d-Volumens, (b) Formfunktionen der Elemente, (c) globale Formfunktionen [Desmet, 2005]

3.3 Wichtige Größen

Im Folgenden werden die Bestandteile des akustischen FE-Modells beschrieben, die sich durch Einsetzen der Erweiterungen (3.11) und (3.12), sowie der analogen Formulierungen für die Gewichtungsfunktionen $\tilde{p}$ in die schwache Form der gewichteten Residuen Formulierung (3.8) ergeben. In Übereinstimmung mit der entsprechenden Literatur erfolgt die Benennung der Matrizen in Analogie zur Strukturmechanik, was physikalisch nicht immer vollständig korrekt, jedoch zugunsten der Intuition und Übersichtlichkeit sinnvoll ist.

3.3.1 Akustische Steifigkeitsmatrix

Für den ersten Integralterm auf der linken Seite der gewichteten Residuen Formulierung der Helmholtz-Gleichung (3.8) gilt:

$$\begin{aligned}\int_V (\nabla\tilde{p}\nabla\hat{p}).\,dV &= \int_V (([B].\{\tilde{p}_i\})^T.([B].\{\hat{p}_i\}))\,.\,dV \\ &= \{\hat{p}_i\}^T.\left(\int_V ([B]^T.[B])\,.\,dV\right).\{\hat{p}_i\} = \{\hat{p}_i\}^T.[K].\{\hat{p}_i\}\end{aligned} \tag{3.13}$$

Die sogenannte akustische Steifigkeitsmatrix [K] der Dimension $(n_f x n_f)$ ergibt sich also aus:

$$[K] = \int_V ([B]^T.[B])\,.\,dV \tag{3.14}$$

Wobei der Begriff „Steifigkeitsmatrix“ in diesem physikalischen Zusammenhang strenggenommen irreführend ist und nur der erleichterten Analogie zum strukturmechanischen Modell dient. Als treffenderer Begriff gilt „inverse Massenmatrix“ oder auch „Mobilitätsmatrix“, die den Druck zu einer Beschleunigung ins Verhältnis setzt.

Durch die Eigenschaft der Formfunktionen, nur für ihr jeweiliges finites Element einen von Null unterschiedlichen Wert zu besitzen, lässt sich die akustische Steifigkeitsmatrix leicht als spärlich besetzte Bandmatrix berechnen.

3.3.2 Akustische Massenmatrix

Für den zweiten Integralterm auf der linken Seite der gewichteten Residuen Formulierung der Helmholtz-Gleichung (3.8) gilt:

$$\begin{aligned} -\omega^2 \int_V \left(\frac{1}{c^2}\tilde{p}.\hat{p}\right).dV &= -\omega^2\{\tilde{p}_i\}^T.\left(\int_V \left(\frac{1}{c^2}[N]^T.[N]\right).dV\right).\{\hat{p}_i\} \\ &= -\omega^2\{\tilde{p}_i\}^T.[M].\{\hat{p}_i\} \end{aligned} \tag{3.15}$$

Die akustische Massenmatrix [M] mit der Dimension $(n_f x n_f)$ wird also folgendermaßen bestimmt:

$$[M] = \int_V \left(\frac{1}{c^2}[N]^T.[N]\right).dV \tag{3.16}$$

Auch hier ergibt sich die Bezeichnung „akustische Massenmatrix“ aus einer Analogie zur Struktur-FEM. Genau genommen handelt es sich um eine Kompressibilitätsmatrix, die das Verhältnis von Druck und Auslenkung bzw. Verformung widerspiegelt. Es ist zu beachten, dass die Schallgeschwindigkeit c eine stoffabhängige Größe ist, die in einem direkten Zusammenhang mit der Stoffdichte steht. Auch hier wird die Analogie zur strukturellen Massenmatrix deutlich.

3.3.3 Akustischer Anregungsvektor und Randbedingungen

Der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung (3.8) kann ausgedrückt werden als:

$$\int_V (j\rho_0\omega\,\tilde{p}q).dV = \{\tilde{p}_i\}^T.\left(\int_V (j\rho_0\omega[N]^T q).dV\right) = \{\tilde{p}_i\}^T.\{Q_i\} \tag{3.17}$$

Hierbei ist $\{Q_i\}$ der $(n_f x1)$ akustische Quellenvektor und q die Verteilungsfunktion externer akustischer Quellen. Wenn es sich dabei beispielsweise um eine Punktquelle $\bar{q}_i$ am Knoten i handelt, wird die Verteilungsfunktion der Quelle q mit der Dirac Deltafunktion δ an i zu:

$$q(x,y,z) = \bar{q}_i.\delta(x_i,y_i,z_i) \tag{3.18}$$

Der entsprechende Quellenvektor ergibt sich als:

$$\{Q_i\} = j\rho_0\omega\left(\int_V (\bar{q}_i[N]^T.\delta).dV\right) \tag{3.19}$$

Solange i nicht auf der begrenzenden Oberfläche von V liegt, betragen alle Vektorkomponenten von $\{Q_i\}$ Null, außer in der Zeile i, welche dann $j\rho_0\omega\bar{q}_i$ entspricht.

Der zweite Integralterm auf der rechten Seite von Gleichung (3.8) erlaubt die Einführung von Randbedingungen. Da das Integral über die begrenzte Oberfläche Ω auch als

Summe der Integrale über die Teiloberflächen Ω_V, Ω_p und Ω_Z ausgedrückt werden kann, auf denen die entsprechenden Randbedingungen erfüllt sein müssen (Tabelle 2-1: Randbedingungen zur Lösung der Helmholtz-Gleichung), lässt er sich ausdrücken als:

$$-\int_{\Omega_V}(j\rho_0\omega\tilde{p}\bar{v}_n)\,.\,d\Omega-\int_{\Omega_p}(j\rho_0\omega\tilde{p}\vec{v}.\vec{n}).\,d\Omega-\int_{\Omega_Z}(j\rho_0\omega\tilde{p}\bar{A}\hat{p}).\,d\Omega \tag{3.20}$$

Einsetzen der Definition der Gewichtungsfunktionen $\tilde{p}$ (Analog zu Definition (3.11) für die Formfunktionen) in den ersten Term von (3.20) ergibt:

$$-\int_{\Omega_V}(j\rho_0\omega\tilde{p}\bar{v}_n)\,.\,d\Omega=\{\tilde{p}_i\}^T.\left(\int_{\Omega_V}(-j\rho_0\omega[N]^T\vec{v}_n).\,d\Omega\right)=\{\tilde{p}_i\}^T.\{V_{ni}\} \tag{3.21}$$

Die Komponente in der Zeile i des Geschwindigkeitseingabevektors $\{V_{ni}\}$ lautet also:

$$V_{ni}=\int_{\Omega_V}(-j\rho_0\omega[N]^T\vec{v}_n).\,d\Omega \tag{3.22}$$

Die Analoge Substitution der Definition der Gewichtungsfunktionen $\tilde{p}$ in den zweiten Term von (3.20) ergibt:

$$-\int_{\Omega_p}(j\rho_0\omega\tilde{p}\vec{v}.\vec{n}).\,d\Omega=\{\tilde{p}_i\}^T.\left(\int_{\Omega_V}(-j\rho_0\omega[N]^T\vec{v}.\vec{n}).\,d\Omega\right)=\{\tilde{p}_i\}^T.\{P_i\} \tag{3.23}$$

Für die Komponente in der Zeile i des $(n_f x1)$ Druckeingabevektors $\{P_i\}$ gilt also:

$$P_i=\int_{\Omega_p}(-j\rho_0\omega N_i\vec{v}.\vec{n}).\,d\Omega \tag{3.24}$$

Wegen der speziellen Beschaffenheit der globalen Formfunktion N_i ist diese nur ungleich Null, wenn der Knoten i auf Ω_p liegt. Da (3.24) keine Einführung einer Druck-Randbedingung erlaubt, wird diese an anderer Stelle in das Modell eingebracht (Kapitel 3.4).

3.3.4 Akustische Dämpfungsmatrix

Der dritte Term der Erweiterung (3.20) kann ausgedrückt werden als:

$$-\int_{\Omega_Z}(j\rho_0\omega\tilde{p}\bar{A}\hat{p}).d\Omega = -j\omega\{\tilde{p}_i\}^T.\left(\int_{\Omega_Z}(\rho_0\bar{A}[N]^T.[N]).d\Omega\right).\{\hat{p}_i\}$$
$$= -j\omega\{\tilde{p}_i\}^T.[C].\{\hat{p}_i\} \tag{3.25}$$

Die akustische Dämpfungsmatrix [C], ebenfalls $(n_f x n_f)$, ist mit dem Flächeninhalt A entsprechend definiert als:

$$[C] = \int_{\Omega_Z}(\rho_0\bar{A}[N]^T.[N]).d\Omega \tag{3.26}$$

Dies ergibt sich aus der Impedanz-Randbedingung und ist ebenfalls spärlich besetzt.

3.4 Akustisches FE Modell

Um das ungekoppelte akustische FE-Modell zu komplettieren, werden die in Kapitel 3.3 eingeführten Matrizen und Vektoren in (3.8) eingesetzt. Unter Angabe von Randbedingungen für Impedanz und Schnelle ergibt sich:

$$\{\tilde{p}_i\}^T.([K] + j\omega[C] - \omega^2[M]).\{\hat{p}_i\} = \{\tilde{p}_i\}^T.(\{Q_i\} + \{V_{ni}\} + \{P_i\}) \tag{3.27}$$

Da dies für alle zulässigen Gewichtungsfunktionen $\tilde{p}$ erfüllt ist, ergibt sich die angemessene Anzahl (n_f) von Gleichungen, um das Modell nach den unbekannten Druckapproximationen $\{\hat{p}_i\}$ auflösen zu können.

$$([K] + j\omega[C] - \omega^2[M]).\{\hat{p}_i\} = \{Q_i\} + \{V_{ni}\} + \{P_i\} \tag{3.28}$$

Die Druck-Randbedingung ist allerdings noch nicht enthalten und wird üblicherweise durch Angabe der entsprechenden Knotenwerten $\hat{p}_i$ auf $\Omega_p$eingeführt. Da so die Anzahl der unbekannten Druckwerte um die Anzahl der vorgegebenen Knotenwerte verringert wird, sollten entsprechend viele Gleichungen aus dem Gleichungssystem (3.28) eliminiert werden.

Nachdem dies auf eine sinnvolle Art und Weise geschehen ist, ergibt sich das FE Modell für ein ungekoppeltes akustisches Problem:

$$([\boldsymbol{K_a}] + \boldsymbol{j\omega}[\boldsymbol{C_a}] - \boldsymbol{\omega^2}[\boldsymbol{M_a}]).\{\boldsymbol{p_i}\} = \{\boldsymbol{F_{ai}}\} \tag{3.29}$$

Wobei F_{ai} die nötigen Informationen über die Anregung in Form von Quellenvektor, den vorgegebenen Knotenwerten und Geschwindigkeitseingabevektor enthält.

3.4.1 Kopplung von strukturellem und akustischem FE Modell

Der effizienteste Ansatz das strukturelle und das akustische FE-Modell zu koppeln, ist das Euler-Modell. Die Interaktion wird dabei in Form von einer skalaren Funktion (Fluiddruck) und dem Verformungsvektor der Struktur ausgedrückt, während etwa das Langrange-Modell für beide Seiten Verformungsvektoren verwendet, was die Berechnung aufwändiger macht [Feng, 1976].

Das FE-Modell für die Berechnung der strukturellen Vorgänge lautet [Zienkiewicz, 1991]:

$$([K_s] + j\omega[C_s] - \omega^2[M_s]).\{w_i\} = \{F_s\} \tag{3.30}$$

Mit Massenmatrix $[M_s]$, Steifigkeitsmatrix $[K_s]$, Dämpfungsmatrix $[C_s]$ und dem Vektor der äußeren Kräfte $\{F_s\}$.

Die akustische Seite wird, wie ausführlich behandelt wurde, von folgendem Modell beschrieben:

$$([K_a] + j\omega[C_a] - \omega^2[M_a]).\{p_i\} = \{F_a\} \tag{3.31}$$

mit akustischer Massenmatrix $[M_a]$, Steifigkeitsmatrix $[K_a]$, Dämpfungsmatrix $[C_a]$ und dem Vektor der äußeren Anregungen und Quellen $\{F_a\}$.

Der Einfluss des Schalldrucks im Fluid auf die Struktur entlang der Kontaktfläche der beiden Gebiete wird als zusätzliche Last normal zur Strukturoberfläche eingefügt. Es ergibt sich folgendes Gleichungssystem für die Strukturseite:

$$([K_s] + j\omega[C_s] - \omega^2[M_s]).\{w_i\} + [K_c].\{p_i\} = \{F_{si}\} \tag{3.32}$$

Mit der räumlichen Kopplungsmatrix $[K_c]$ und der Anzahl der Oberflächenelemente auf der Struktur n_{se}:

$$[K_c] = -\sum_{e=1}^{n_{se}} \left(\int_{\Omega_{se}} ([N_s]^T.\{n^e\}.[N_a]) \,.\, d\Omega \right) \tag{3.33}$$

Und dem Anregungsvektor $\{F_{si}\}$:

$$\{F_{si}\} = \{F_s\} + \sum_{e=1}^{n_{se}} \left(\int_{\Omega_{se}} \left([N_s]^T.\{n^e\}.\left[N_p\right]\{\bar{p}_i\}\right) \,.\, d\Omega \right) \tag{3.34}$$

Aufgrund der Annahme, dass an der Kotaktfläche die Schnelle von Fluid und Struktur gleich sind, wird der Einfluss der Struktur auf das Fluid als zusätzlicher Schnelleeintrag ausgedrückt:

$$([K_a] + j\omega[C_a] - \omega^2[M_a]).\{p_i\} - \omega^2[M_c]\{w_i\} = \{F_{ai}\} \tag{3.35}$$

mit der räumlichen Kopplungsmatrix$[M_c]$:

$$[M_c] = \sum_{e=1}^{n_{se}} \left(\int_{\Omega_{se}} (\rho_0 [N_a]^T . \{n^e\} . [N_s]) \, . \, d\Omega \right) \tag{3.36}$$

und dem Anregungsvektor $\{F_{ai}\}$:

$$\{F_{ai}\} = \{F_a\} + \sum_{e=1}^{n_{se}} \left(\int_{\Omega_{se}} \rho_0 \omega^2 ([N_a]^T . \{n^e\}^T . [N_w] \{\overline{w}_i\}) \, . \, d\Omega \right) \tag{3.37}$$

Ein Vergleich zwischen den beiden Kopplungsmatrizen ergibt:

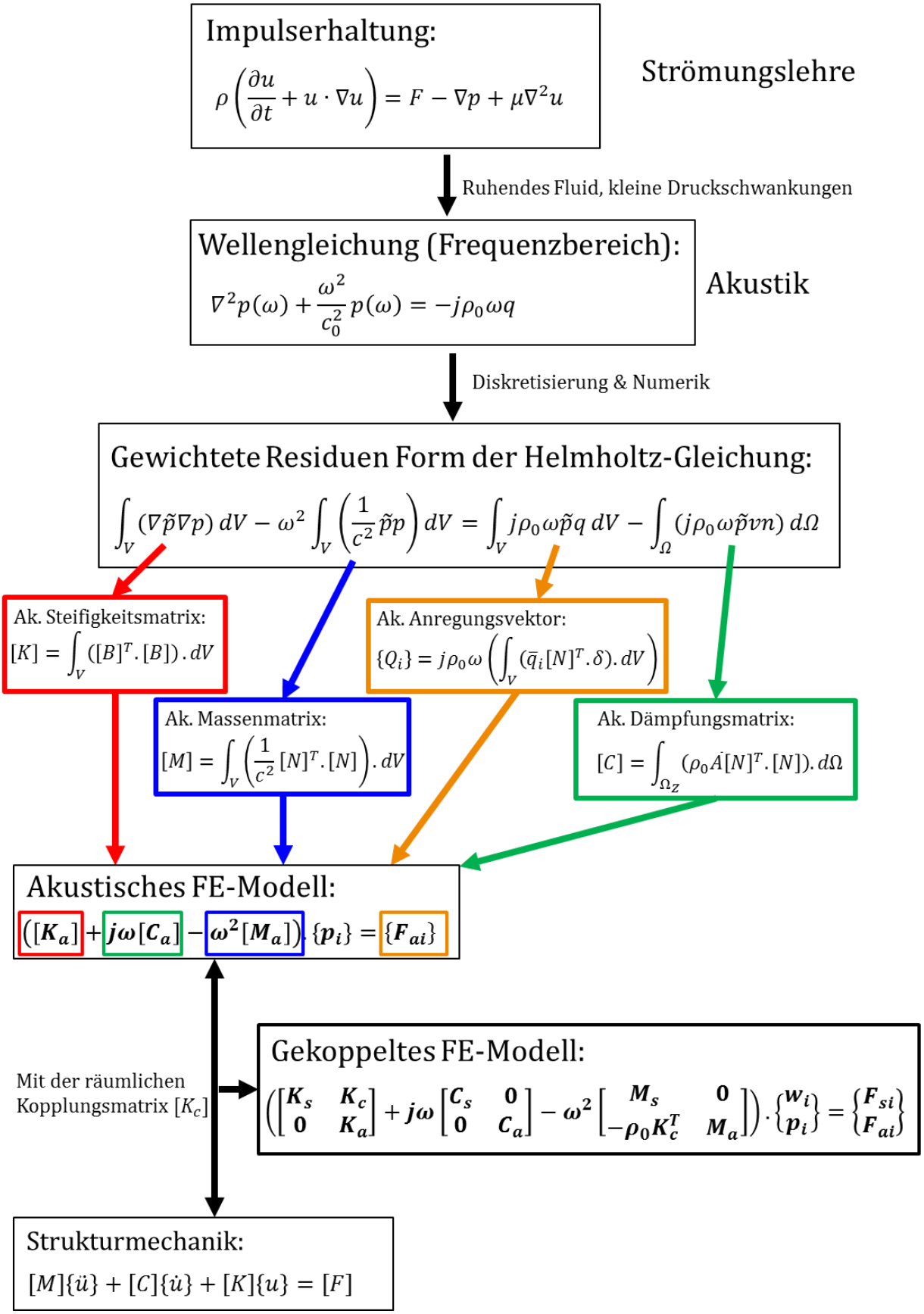
$$[M_c] = -\rho_0 [K_c]^T \tag{3.38}$$

Kombiniert man nun die beiden modifizierten Modelle zu einem Gleichungssystem, erhält man das Eulersche FE/FE Modell für ein internes, gekoppeltes vibroakustisches System:

$$\left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{K_s} & \boldsymbol{K_c} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K_a} \end{bmatrix} + \boldsymbol{j\omega} \begin{bmatrix} \boldsymbol{C_s} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{C_a} \end{bmatrix} - \boldsymbol{\omega^2} \begin{bmatrix} \boldsymbol{M_s} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{\rho_0 K_c^T} & \boldsymbol{M_a} \end{bmatrix} \right) . \begin{Bmatrix} \boldsymbol{w_i} \\ \boldsymbol{p_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{F_{si}} \\ \boldsymbol{F_{ai}} \end{Bmatrix} \tag{3.39}$$

Die Koeffizienten in den gekoppelten Matrizen sind weiterhin frequenzunabhängig, aber im Gegensatz zum ungekoppelten Modell sind die Matrizen nicht mehr symmetrisch, da der Krafteintrag in das Strukturmodell proportional zum Druck ist (Kopplungsmatrix in gekoppelter Steifigkeitsmatrix) und der Einfluss der Strukturschwingung auf das akustische Modell proportional zur Beschleunigung (Kopplungsmatrix in gekoppelter Massenmatrix). Dies führt zu einem deutlich erhöhten Berechnungsaufwand, der allerdings im Gegensatz zu anderen Ansätzen der Kopplung wiederum verhältnismäßig gering ist.

3.4.2 Grafische Übersicht der Herleitung des gekoppelten FE-Modells



3.5 Ansys Analysetypen

Aufbauend auf diesen theoretischen Grundlagen können jetzt die Gleichungen der Ansys-Analysetypen verstanden werden. Auf spezielle Einzelheiten der Modelle kann im Rahmen dieser Arbeit nicht umfassend eingegangen werden, die wichtigsten Zusammenhänge sollten aber anhand der bisher gezeigten Herleitungen verständlich sein.

Gezeigt werden jeweils das strukturmechanische, akustische und das gekoppelte Gleichungssystem der drei Analysetypen mit dem größten Anwendungspotential.

Modalanalyse

Bei einer Modalanalyse wird unabhängig von einer speziellen Anregung untersucht, welche Eigenfrequenzen und zugehörige Schwingungszustände ein System einnehmen kann. Die rechte Seite der Gleichungssysteme, die den Anregungsvektor enthält, wird also zu Null gesetzt, was eine vergleichsweise schnelle Lösung des Modells durch ein Eigenwertproblem erlaubt. Die Modalanalyse dient daher häufig als Vorberechnung, um festzustellen, in welchem Frequenzbereich Eigenfrequenzen auftreten [Stelzmann, 2005].

Das strukturmechanische FE-Modell lautet:

$$(-\omega^2[M_s] + j\omega[C_s] + [K_s])\{w\} = 0 \tag{3.40}$$

Das akustische:

$$(-\omega^2[M_a] + j\omega[C_a] + [K_a])\{p\} = 0 \tag{3.41}$$

Eine Kopplung beider Modelle gemäß 3.4.1 ergibt

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ \rho_0 K_{sa}^T & M_a \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -K_{sa} \\ 0 & K_a \end{bmatrix}\right) \begin{Bmatrix} w \\ p \end{Bmatrix} = 0 \tag{3.42}$$

Im akustischen Bereich bietet sich eine Modalanalyse beispielsweise zur Bestimmung unerwünschter Raummoden an, die die Klangeigenschaften eines Raums negativ beeinflussen können. So kann etwa mit einer 3D-CAD-Nachbildung eines Raumvolumens festgestellt werden, an welchen Stellen im Raum Absorber oder andere akustische Elemente angebracht werden sollten.

Harmonische Analyse

Die namensgebende Eigenschaft der harmonischen Analyse, ist die zeitharmonische Variation der Anregung über einen bestimmten Frequenzbereich. Prinzipiell kann also das Frequenzspektrum einer im Modell enthaltenen Größe erzeugt werden, indem die Amplituden der Frequenzlinien einzeln berechnet werden. Das akustische Berech-

nungsmodell folgt also aus der Helmholtz-Gleichung unter Berücksichtigung des Quellenterms, wie es in diesem Kapitel gezeigt wurde.

Für eine strukturmechanische harmonische Analyse gilt:

$$(-\omega^2[M_s] + j\omega[C_s] + [K_s])\{w\} = \{F_s\} \tag{3.43}$$

Das akustische Modell lautet:

$$(-\omega^2[M_a] + j\omega[C_a] + [K_a])\{p\} = \{F\} \tag{3.44}$$

Werden beide Modelle gekoppelt, ergibt sich:

$$\left(-\omega^2\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ \rho_0 K_{sa}^T & M_a \end{bmatrix} + j\omega\begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -K_{sa} \\ 0 & K_a \end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix} w \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s \\ F_a \end{Bmatrix} \tag{3.45}$$

Außerdem ist für diesen Analysetyp die Berechnung von Schalldruckergebnissen außerhalb des FE-Berechnungsgebietes möglich. Die Bestimmung dieser, in Ansys unter „Farfield“ zusammengefassten Ergebnisse, erfolgt durch ein Verfahren, das an die Abstrahlgesetze gemäß der Boundary Elements Methode (BEM) unter der Verwendung Greenscher Funktionen angelehnt ist. Näheres dazu folgt in Kapitel 4.1.

Transiente Analyse

Wendet man einen analogen FE-Ansatz auf die Wellengleichung im Zeitbereich an, erhält man Modelle, die akustische Berechnungen im Zeitbereich ermöglichen. So können auch veränderliche und impulshafte Ereignisse untersucht werden. Hierbei ist zu beachten, dass vor allem im hochfrequenten Bereich ein beträchtlicher Berechnungsaufwand entstehen kann (siehe 2.2). Häufig lässt sich dieser durch eine angemessene Reduktion des Modells jedoch in vertretbaren Grenzen halten. Soll aus einem simulierten Zeitverlauf ein Frequenzspektrum gebildet werden, ist zu beachten, dass die Länge des generierten Signals die Frequenzauflösung begrenzt.

Das strukturmechanische Modell lautet:

$$[M_s]\{\ddot{w}\} + [C_s]\{\dot{w}\} + [K_s]\{w\} = \{F_s\} \tag{3.46}$$

Das akustische:

$$[M_a]\{\ddot{p}\} + [C_a]\{\dot{p}\} + [K_a]\{p\} = \{F_a\} \tag{3.47}$$

Die vibroakustische Kopplung ergibt:

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ \rho_0 K_{sa}^T & M_a \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{w} \\ \ddot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_a \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -K_{sa} \\ 0 & K_a \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} w \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s \\ F_a \end{Bmatrix} \tag{3.48}$$

Ausführlichere Herleitung zu den transienten Berechnungsmodellen liefern z.B. [Lehtinen, 2003] und [Pinsky, 1990].

4 Weitere Ansätze numerischer Akustik und Kopplung

Neben dem Ansatz der finiten Elemente gibt es weitere Möglichkeiten akustische Probleme numerisch zu berechnen. Auch für die Kopplung eines strukturmechanischen mit einem akustischen Vorgang gibt es Alternativen zum bereits beschriebenen FE/FE-Ansatz. Im Folgenden werden die drei gängigsten Methoden kurz erläutert, jeweils mit dem reinen finite Elemente Ansatz verglichen und weiterführende Literatur empfohlen.

4.1 Boundary Elements Method

Während beim akustischen FE-Ansatz das gesamte Fluidvolumen vernetzt wird und so das Gleichungssystem für die Bestimmung der unbekannten Druckverteilung liefert, geschieht dies bei der Boundary Elements Methode (BEM), oder Randelemente Methode, nur auf der Oberfläche des abstrahlenden Körpers. Mit Hilfe sogenannter Greenscher Funktionen können anschließend Schalldruckwerte für beliebige Punkte außerhalb des Berechnungsgebiets bestimmt werden [Desmet, 1999], [Ciskowski, 1991], [Banerjee, 1981].

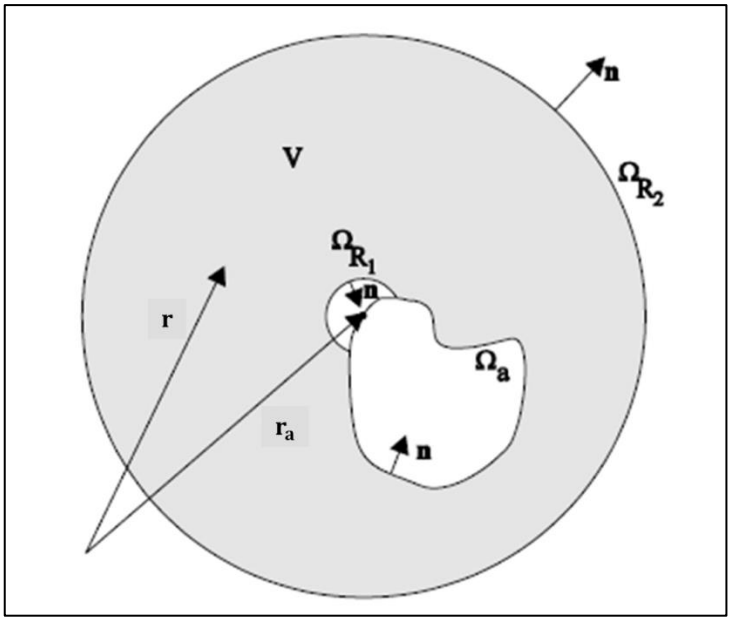


Abbildung 4-1: Berechnungsgebiet für eine BEM-Rechnung [Desmet, 2005]

Die gewählte Greensche Funktion $G(\vec{r},\vec{r}_a)$ muss für jeden Punkt $\vec{r}_a$ auf der diskretisierten Oberfläche Ω_A und jeden Punkt $\vec{r}$ im unabgeschlossenen Fluidvolumen V die inhomogene Helmholtz-Gleichung erfüllen:

$$\nabla^2 G(\vec{r},\vec{r}_a) + k^2 . G(\vec{r},\vec{r}_a) = -\delta(\vec{r},\vec{r}_a) \tag{4.1}$$

Da es sich um eine Abstrahlung ins Unendliche handelt muss auch die Sommerfeldsche Abstrahlbedingung erfüllt sein:

$$\lim_{|\vec{r}-\vec{r}_a|\to\infty} |\vec{r}-\vec{r}_a|.\left(\frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}_a)}{\partial|\vec{r}-\vec{r}_a|}+jkG(\vec{r},\vec{r}_a)\right)=0 \tag{4.2}$$

Dabei steht die Greensche Funktion für den „Freifeld“ Druck im Punkt $\vec{r}$, der aus einer akustischen Punkquelle im Punkt $\vec{r}_a$ resultiert. Im dreidimensionalen Raum ist die Greensche Funktion definiert als:

$$G(\vec{r},\vec{r}_a)=\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_a|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}_a|} \tag{4.3}$$

Die resultierende direkte Boundary Integral Formulierung für äußere Probleme lautet:

$$p(\vec{r})=\int_{\Omega_a}\left(p(\vec{r}_a).\frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}_a)}{\partial v}+j\rho_0\omega G(\vec{r},\vec{r}_a).v_v(\vec{r}_a)\right).d\Omega_a(\vec{r}_a) \tag{4-4}$$

Für den Druck $p(\vec{r})$ am Ort $\vec{r}$ im unbegrenzten Fluidvolumen, abhängig von der Druck- und Schnelleverteilung auf der diskretisierten Oberfläche Ω_A.

Da die Anzahl der Berechnungspunkte bei diesem Verfahren wesentlich geringer ist, als bei vergleichbaren FE-Berechnungen, ergibt sich für rein akustische, also ungekoppelte, Abstrahlprobleme ein effizienteres Verfahren.

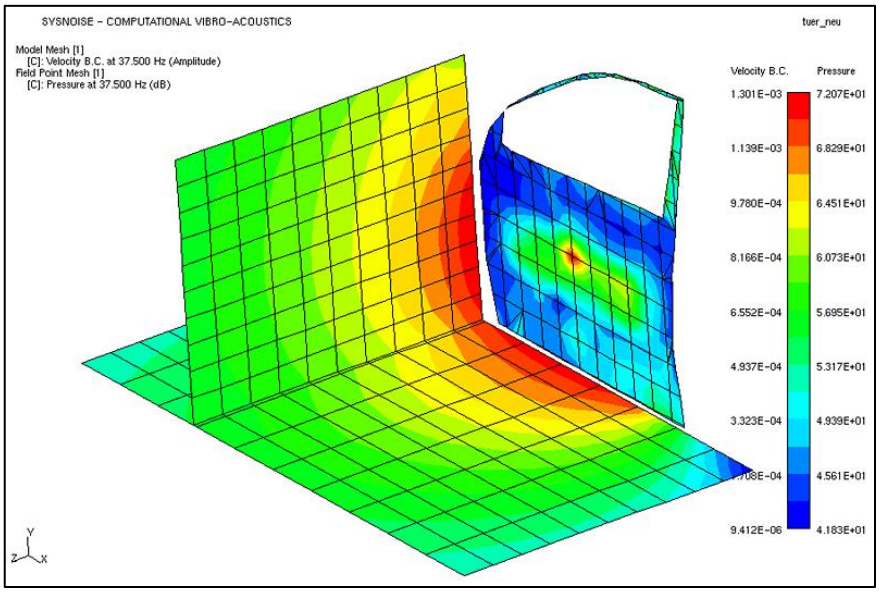


Abbildung 4-2: Visualisierung der Schallabstrahlung einer Fahrzeugtür mit BEM [FKFS, 2015]

Soll jedoch die vibroakustische Wechselwirkung mit Hilfe eines gekoppelten Algorithmus berücksichtigt werden, stellt sich der Vergleich zwischen BEM und FEM bezüglich Berechnungseffizienz anders dar.

Üblicherweise wird für eine gekoppelte BEM-Rechnung eine zusätzliche FEM-Berechnung benötigt, um die Strukturseite zu modellieren. Bei der Kopplung dieser unterschiedlichen Verfahren kommt es zu deutlich berechnungsintensiveren Gleichungssystemen, die gegenüber einer FE/FE-Kopplung im Nachteil sind. Zumal ein BEM-Gleichungssystem zwar weniger Freiheitsgrade besitzt, aber aus asymmetrischen, voll besetzten Matrizen besteht, was die Kopplung zusätzlich erschwert [Desmet, 2005].

Die Auswertungstools der akustischen harmonischen Analyse in Ansys Acoustics beinhalten ein Berechnungsverfahren für Fernfeldergebnisse, die auf dem „Equivalent surface source"-Prinzip beruhen, welches die Schallabstrahlung in ein undiskretisiertes Fluidvolumen ebenfalls mit Hilfe von Greenschen Funktionen bestimmt [Morse, 1953], [Goldstein, 1976]. Das entsprechende Integral für diesen Berechnungstyp ist in der Ansys-Dokumentation angegeben als:

$$p(\vec{r}) = -\oiint_{S[V]} \left[G(\vec{r}|\vec{r}_s) \frac{\partial p(\vec{r}_s)}{\partial n} - p(\vec{r}_s) \frac{\partial G(\vec{r}|\vec{r}_s)}{\partial n} \right] ds_s \tag{4.5}$$

Die abstrahlende Geometrie muss hierbei als „Acoustic Body" definiert und mit der „Acoustic Equivalent Surface Source"-Randbedingung versehen werden, was die Berechnungs der Abstrahlung ermöglicht. Weitere Informationen zum Equivalent Source-Prinzip sind z.B. in [Namba, 1980] und [Van Oosterom, 2002] zu beziehen.

4.2 Numerische Strömungsakustik

Die in der vorliegenden Arbeit verwendete FE-Akustik basiert auf Wellengleichungen, bei Vernachlässigung aller Geschwindigkeitskomponenten der Strömung. Es ist möglich im Rahmen einer Navier-Stokes-basierten CFD-Simulation zusätzlich zum Strömungsverlauf akustische Effekte darzustellen. Im Bereich der Aeroakustik spricht man dann von Computational Aeroacoustics, oder CAA. Derartige Verfahren sind von großem Interesse, beispielsweise für die Entwicklung von leisen Strömungsmaschinen, bringen allerdings einige Schwierigkeiten mit sich.

Zum einen muss gegenüber einer Strömungssimulation, die lediglich den Strömungsverlauf erfassen soll sehr viel feiner zeitlich diskretisiert werden. Wie auch bei der transienten FEM-Simulation muss die Akustik im Zeitbereich modelliert werden, was also Zeitschritte im Bereich des Zehnfachen der höchsten darzustellenden Frequenz erfordert. Zusammen mit den Anforderungen einer Frequenzanalyse an die Länge des Signals und der häufig großen Anzahl von Netzelementen einer Strömungssimulation ergeben sich so ein beträchtlicher Berechnungsaufwand und ein großes Datenvolumen.

Um die so bestimmten aeroakustischen Schallquellen basierend auf einfacheren Quellentypen wie Mono-, Di- und Quadrupolstrahlern vereinfachen zu können, kommen in der numerischen Aeroakustik akustische Analogien zum Einsatz, die die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen in entsprechende Formen der inhomogenen Wellengleichung bringen. Populäre Beispiele sind die Analogien von Lighthill [Lighthill, 1952] und Ffowcs-Williams [Ffowcs-Williams, 1969].

4.3 Lattice-Boltzmann-Methode

Während sich die bisher besprochenen Berechnungsmodelle im Bereich der Kontinuumsphysik bewegen, liefert die Lattice-Boltzmann-Methode (LBM) einen teilchenbezogenen Ansatz, der seine Grundlagen in der statistischen Mechanik hat. So stellt sie eine vielversprechende Alternative für manche Anwendungen in Fluiddynamik und Akustik dar, für die mit Exa PowerFLOW auch eine kommerzielle Softwarelösung zur Verfügung steht.

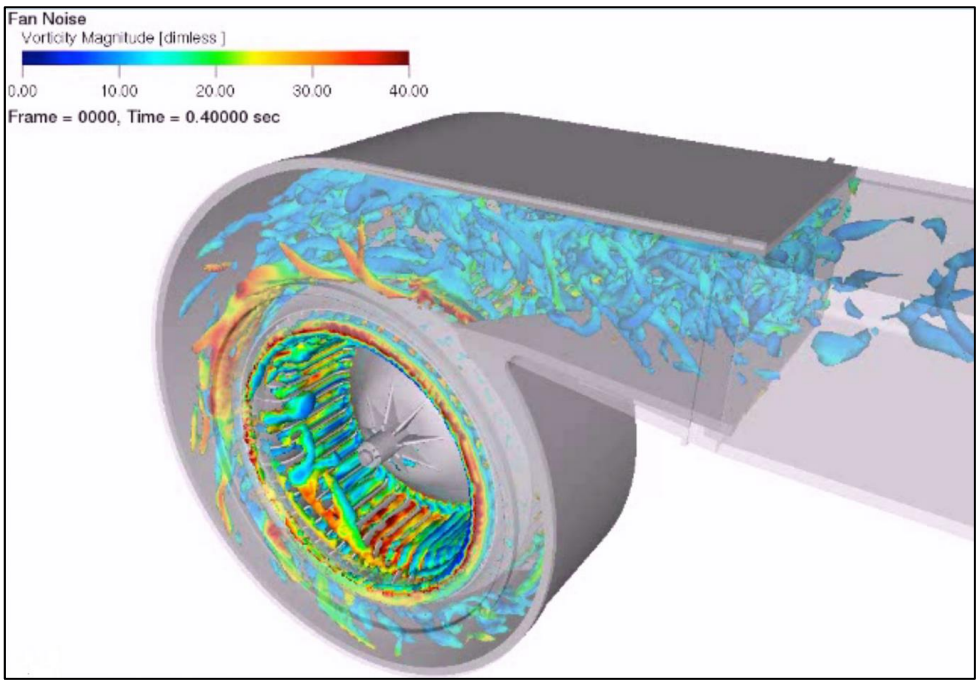


Abbildung 4-3: Akustische Berechnung eines Radialventilators mit der LBM [http://ww1.prweb.com]

Die Grundlage für diese Methode stellt die Boltzmann-Gleichung dar, die ihren Ursprung in der Gasdynamik hat und die Vorgänge im Fluid, im Gegensatz zur makroskopischen Kontinuumsmechanik, mit statistischen Partikelverteilungsfunktionen auf mikroskopischer Ebene beschreibt [Neuhierl, 2008], [Krafczyk, 2001]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{\xi}\frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \vec{F} + \frac{\partial f}{\partial \vec{\xi}} = C(f) \tag{4.6}$$

Mit der Wahrscheinlichkeitsdichte oder Partikelverteilungsfunktion $f(t,\vec{x},\vec{\xi})$, also der Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Teilchen mit der Geschwindigkeit $\vec{\xi}$ zur Zeit t am Ort x aufhält und der externen Kraft F.

Die rechte Seite der Boltzmann-Gleichung enthält den Kollisionsoperator oder Stoßterm C(f), der die mikroskopischen Zwei-Teilchen-Stöße modelliert. Für die Geschwindigkeiten vor und nach Stoß $\vec{\xi}$, $\vec{\xi}_1$ und $\vec{\xi}'$, $\vec{\xi}_1'$ ergibt sich für C(f):

$$C(f) = \int \left(f(\vec{\xi}')f(\vec{\xi}_1') - f(\vec{\xi})f(\vec{\xi}_1)\right)|\vec{\xi} - \vec{\xi}_1|\sigma(\vec{\Omega})\, d\vec{\Omega} d\vec{\xi}_1 \tag{4.7}$$

Wobei Sigma ein differentieller Kollisionsquerschnitt ist. Mit diesem Stoßterm wird die Boltzmann-Gleichung zu einer nur umständlich lösbaren Integro-Differentialgleichung.

Im hydrodynamischen Grenzfall geht die Boltzmann-Gleichung mit dem Stoßterm C(f) in die Navier-Stokes-Gleichung über, was ihre Anwendung auf ein breites Feld von Strömungsproblemen erlaubt. Dies ist gegeben, wenn die mittlere freie Weglänge und die Knudsen-Zahl klein sind.

Die Knudsen-Zahl ist definiert als:

$$Kn = \frac{l_r}{L_r} \tag{4.8}$$

Mit der mittleren freien Weglänge l_r, also dem durchschnittlichen Weg, den ein Teilchen im Medium ohne Stoß zurücklegen kann und der charakteristischen Länge der Strömung L_r (z.B. Rohrdurchmesser).

Nach [Chapman, 1990] wird der Kollisionsoperator mit dem BGK-Ansatz vereinfacht, was die Berechnung von Strömungsproblemen mit der Boltzmann-Gleichung deutlich effizienter werden lässt:

$$C_{BGK}(f) = -\frac{1}{\tau}\left(f - f^{(0)}\right) \tag{4.9}$$

Mit dem Relaxationsfaktor τ, der dem gemittelten Zeitintervall zwischen den Teilchenstößen entspricht und der Gleichgewichtsverteilung $f^{(0)}$.

Mit $C_{BGK}(f)$ ergibt sich für die Diskretisierung der Boltzmanngleichung im mikroskopichen Geschwindigkeitsraum, durch die Einführung der diskreten, mikroskopischen Geschwindigkeiten $\vec{\xi}_i$:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{\xi}_i \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \vec{x}} = -\frac{1}{\tau}\left(f_i - f_i^{(0)}\right) \tag{4.10}$$

Weiterhin wird ein regelmäßiges, kartesisches Gitter eingeführt, das dem Zusammenhang

$$\Delta x = \Delta t \cdot c \tag{4.11}$$

folgt. Hierbei ist Δx der Gitterabstand, Δt die Zeitschrittweite und c eine beliebige Geschwindigkeit in der Größenordnung der Schallgeschwindigkeit.

Gleichung (4.10) wird dimensionslos dargestellt und durch das Upwind-Finite-Differenzen-Verfahren [Ferziger, 2003], [Wilcox, 2003] (Approximation der Ableitungen von einer Seite) zeitlich und räumlich diskretisiert. Nach weiteren Umformungen ergibt sich die Gitter-Boltzmann-Gleichung:

$$\hat{f}_i\left(t + \Delta t, \vec{x} + \vec{\xi}_i \Delta t\right) = \hat{f}_i(t, \vec{x}) - \frac{\Delta t}{\tau}\left(\hat{f}_i(t, \vec{x}) - \hat{f}_i^{(0)}(t, \vec{x})\right) \tag{4.12}$$

Dichte, Impuls und Impulsstromtensor ergeben sich als Summen der diskreten Verteilungsfunktionen $\hat{f}_i$, Integrale bezüglich der mikroskopischen Geschwindigkeit werden durch numerische Quadratur/Integration ermittelt:

$$\rho(\vec{x}, t) = \sum_i \hat{f}_i(\vec{x}, t) \tag{4.13}$$

$$\vec{j}(\vec{x}, t) = \rho(\vec{x}, t)\vec{\xi}(\vec{x}, t) = \sum_i c_i \hat{f}_i(\vec{x}, t) \tag{4.14}$$

$$\Pi_{\alpha\beta}(\vec{x}, t) = \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} \hat{f}_i(\vec{x}, t) \tag{4.15}$$

Mit der Gitter-Boltzmann-Gleichung können die lokalen Verteilungsfunktionen im Zeitbereich numerisch bestimmt werden. Für jeden zeitschritt wird dabei die Kollision, also die neue Verteilung $\hat{f}_i$ aufgrund der Teilchenstöße, sowie die Propagation, also die Weitergabe der neuen Verteilungen an die benachbarten Gitterknoten, berechnet.

Da die Strömungsgrößen als Momente der Verteilungsfunktionen dargestellt werden können, ist es möglich die Navier-Stokes-Gleichungen für Strömungsprobleme anzunähern:

$$\hat{f}_i(t + 1, \vec{x} + \vec{e}_i) = \hat{f}_i(t, \vec{x}) - \frac{1}{\tau}\left(\hat{f}_i(t, \vec{x}) - \hat{f}_i^{(0)}(t, \vec{x})\right) \tag{4.16}$$

Der Zusammenhang für den Relaxationsparameter τ lautet nach [Tölke, 2001], [Wolf-Gladrow, 2000]:

$$\tau = 3\left(\frac{\nu}{c^2} + \frac{\Delta t}{6}\right) \tag{4.17}$$

Mit der kinematischen Viskosität ν, die von der mittleren freien Weglänge des Gases abhängt und bei Verwendung der Lattice-Boltzmann-Methode durch die Wahl von τ des Kollisionsoperators eingestellt wird.

Um mit dieser Methode akustische Probleme darstellen zu können, müssen einige Bedingungen erfüllt sein. Das Medium muss schwach kompressibel sein und die linearen Druckschwankungen im Vergleich zum Ruhedruck klein. Daraus folgt auch, dass die Darstellung von Akustik bei hohen Machzahlen mit LBM nicht möglich ist.

Bezüglich vibroakustischer Kopplung besteht auch bei der Lattice-Boltzman-Methode das Problem, dass die Strukturseite mit einem anderen Berechnungsverfahren (FEM) bestimmt werden muss. Dies erfordert eine Schnittstelle der Ergebnisse, die es bisher nicht in kommerzieller Form gibt. [Neuhierl, 2008] zeigt einige Versuche mit der Kopplung von FEM und LBM.

5 Experimentelle Validierung

Der entscheidende Teil der vorliegenden Arbeit ist die Bewertung der Qualität der Berechnungsergebnisse des FE-Akustik-Modells in Ansys Acoustics. Es wurden verschiedene Versuche durchgeführt, um das Verhalten der verfügbaren Randbedingungen, Analysetypen und Darstellungsoptionen der Ergebnisse bewerten zu können.

Dabei wurden einige sehr rudimentäre Vorversuche durchgeführt, um schrittweise geeignete Experimente für die Validierung zu erarbeiten.

Als geeignetes Messobjekt hat sich eine rechteckige Stahlplatte erwiesen, da hier über einen weiten Frequenzbereich charakteristische Eigenfrequenzen verteilt sind, die außerdem einen durchaus tonalen Charakter haben. Dies erlaubt die Erprobung der experimentellen und numerischen Methoden in verschiedenen Frequenzbereichen und eine gewisse Übertragbarkeit auf Schlaginstrumente ist gegeben. Außerdem sind in Ansys Mechanical verlässliche Materialdaten für Baustahl hinterlegt.

Ein wesentlicher Faktor in der Modellbildung ist eine Fixierung der Platte, die sich im realen, sowie im Simulationsmodell möglichst vergleichbar umsetzen lässt und eine mechanische Anregung ermöglicht. Ein Ansatz zur Nachbildung einer uneingespannten Platte durch eine Aufhängung an Schnüren, die durch Löcher in den Ecken der Platte geführt werden, erwies sich als ungeeignet. Die Anregung z.B. mit einem Shaker, bei freien Schwingbedingungen war nicht zufriedenstellend umsetzbar. Die Löcher in der Platte von den Aufhängungsversuchen wurden als unbedenklich für die weiteren Untersuchungen eingestuft, da sie im Vergleich zur Gesamtgröße der Platte bzw. der zu erwartenden Netzauflösung sehr klein sind.

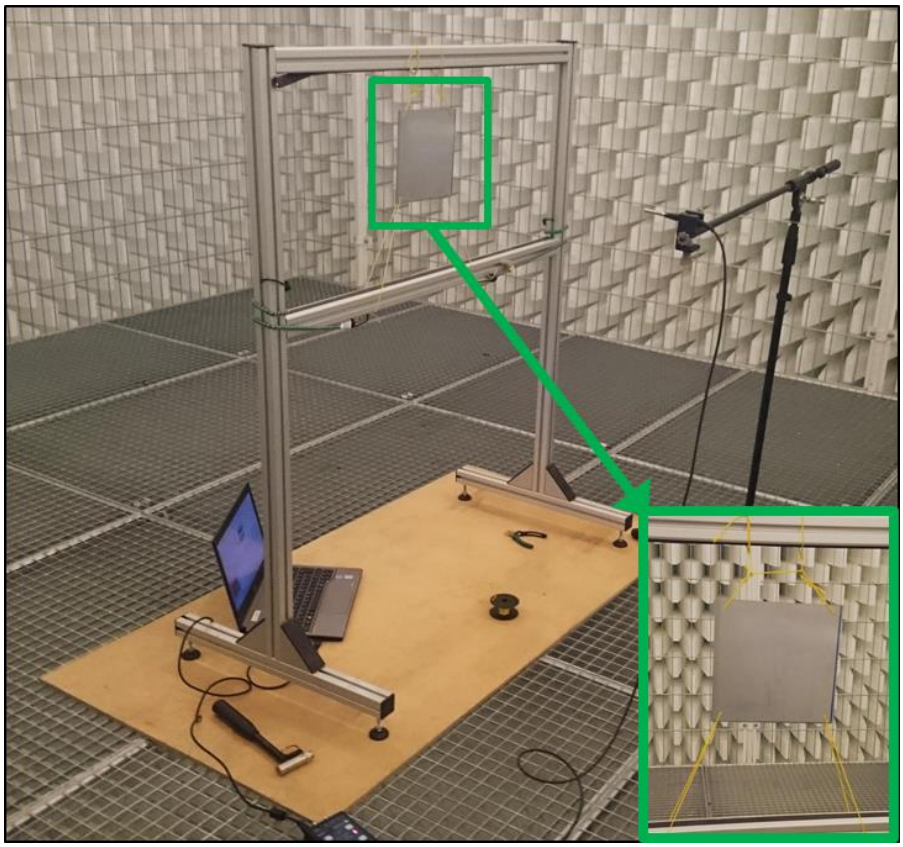


Abbildung 5-1: Vermeintlich freie Aufhängung der Stahlplatte

Schließlich hat sich die partielle Einspannung durch eine einfache Schraubzwinge als guter Mittelweg zwischen möglichst freiem Schwingen, einer sicheren Fixierung und einer umsetzbaren numerischen Abbildung herausgestellt. Auch eine Variation der Einspannung ist so unkompliziert umsetzbar und bietet Möglichkeiten zur weiteren Bewertung der Vergleichbarkeit von Simulation und Experiment.

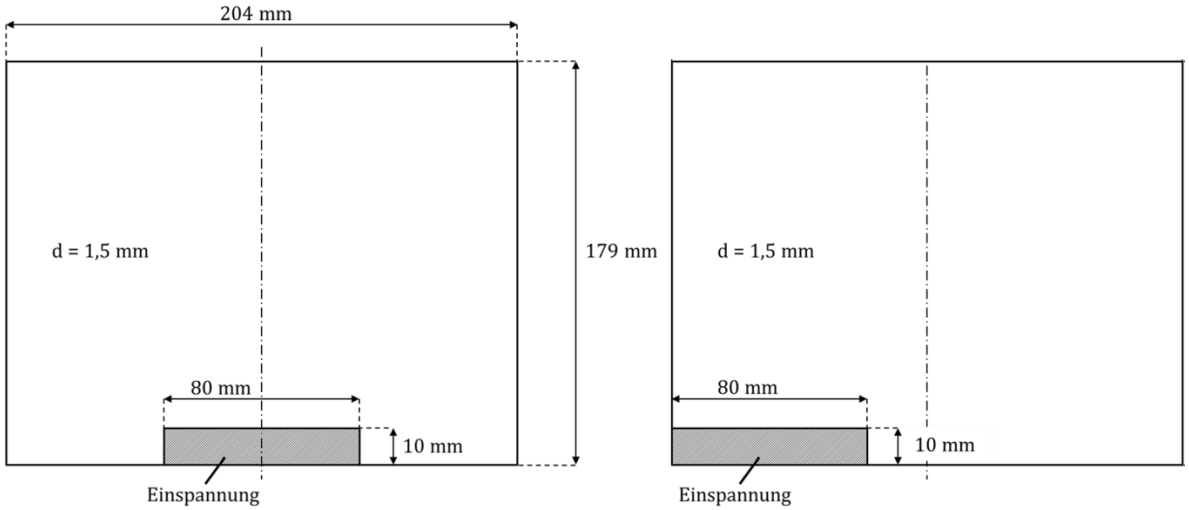


Abbildung 5-2: Abmessungen der beiden Einspannungsvarianten, Mitte und seitlich

Die Auswertung der Versuche und Simulationen zeigt eine exemplarische Auswahl von mehreren Varianten der Einspannung, Anregung und Randbedingungen um möglichst viele Aspekte der Methode zu beleuchten. So können mögliche Fragestellungen für weitere Untersuchungen angeregt werden. Außerdem würde eine vollständige Darstellung aller Messungen und Simulationen den sinnvollen Umfang der Arbeit weit übersteigen und im Gegenzug kaum zusätzlichen Erkenntnisgewinn liefern.

5.1 Messtechnik

Das folgende Kapitel beschreibt alle Messgeräte, die für die Untersuchungen eingesetzt wurden, sowie Methoden zur Kalibrierung.

Die Datenverarbeitung erfolgte über Dasylab, was durch den grafischen Programmieransatz eine unkomplizierte und flexible Handhabung, Verrechnung und Verarbeitung der Messdaten erlaubt. Bei Bedarf ist auch die Ausgabe von Signalen für die Anregung mit einem Shaker oder Lautsprecher über eine Soundkarte mit Ausgang möglich. Abbildung 5-3 zeigt ein Schaltbild für die Ausgabe von Zeitdaten und Frequenzspektren einer zweikanaligen Messung.

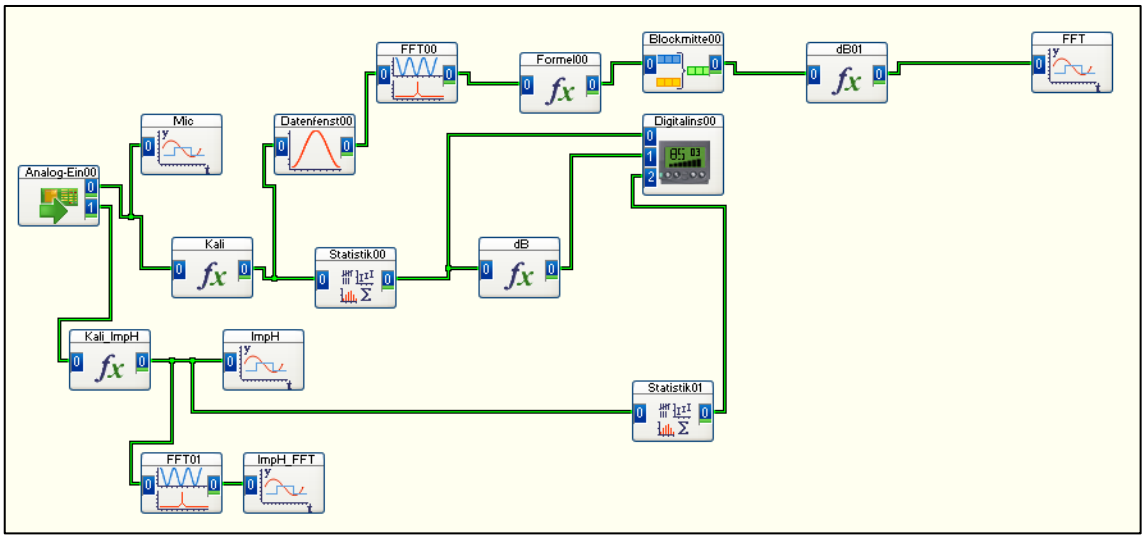


Abbildung 5-3: Beispielhaftes Schaltbild in Dasylab

Die Messungen mit dem Laser Scanning Vibrometer wurden mit Hilfe der Software „Scanning Vibrometer“ des Herstellers Polytec ausgewertet. Alle akustischen Messungen wurden mit einem Viertelzoll-Messmikrofon Durchgeführt, das mit einem Voltcraft Schallpegelkalibrator 326 vor jeder Messung kalibriert wurde (Abbildung 5-4).

Abbildung 5-4: Mikrofon und Schallpegelkalibrator

Die Auswertung der Simulationen mit Ansys Acoustics wurden mit den verfügbaren Darstellungswerkzeugen der Ansys Workbench, sowie dem Postprocessing-Programms von Ansys CFX durchgeführt. Alle Berechnungen liefen auf einem Handelsüblichen Windows-PC mit Intel i7 Prozessor.

5.1.1 Impedanzmesskopf

Die gebräuchlichsten Sensoren für Beschleunigungs- und Kraftmessungen sind piezoelektrische Aufnehmer. In piezoelektrische Materialien bewirkt mechanische Kompression eine Verschiebung von Ladungsträgern, wie in Abbildung 5-5 gezeigt, was eine elektrische Spannung erzeugt. In der Messtechnik macht man sich diesen Effekt zunutze, um ein Spannungssignal zu erhalten, das proportional zur am Sensor angreifenden Kraft oder Beschleunigung ist.

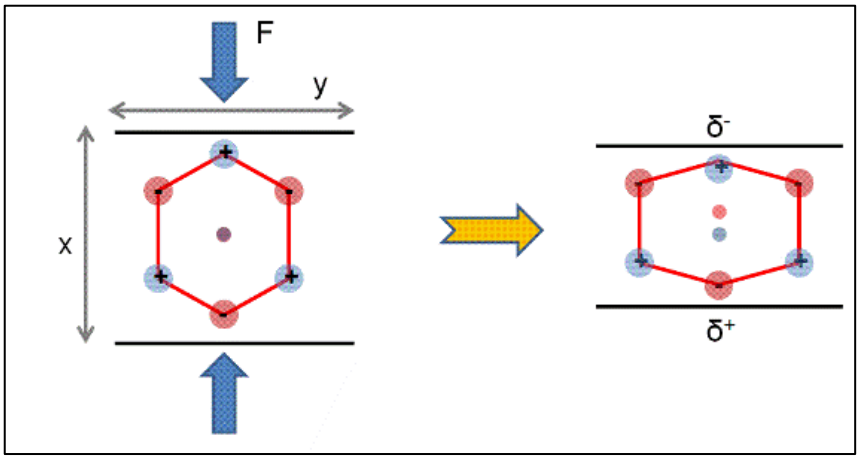


Abbildung 5-5: Verschiebung von Ladungsträgern in einem Piezokristall [http:// uni-bayreuth.de]

Im Rahmen dieser Arbeit kommt ein sogenannter Impedanzmesskopf zum Einsatz, also ein kombinierter Kraft- und Beschleunigungsaufnehmer. Die namensgebende mechanische Impedanz drückt aus, welche Kraft benötigt wird, um eine bestimmte Schnelle auf

einer Strukturoberfläche zu erzeugen. Soll diese ermittelt werden, ist es also von großem Vorteil, beide Größen an der gleichen Stelle ermitteln zu können.

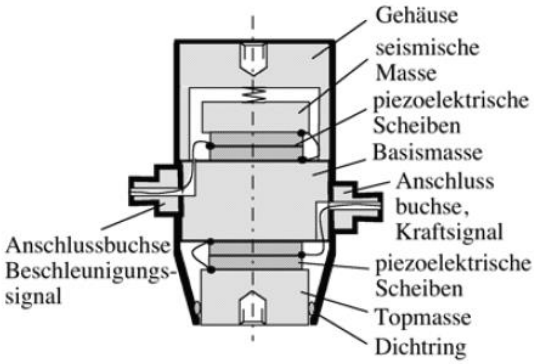


Abbildung 5-6: Aufbau eines Impedanzmesskopfs [Möser, 2010]

Die Kalibrierung des Impedanzmesskopfs kann in Anlehnung an [Rasmussen, 2000] und [Chenguang, 2015] mit Hilfe eines einfachen Beschleunigungsaufnehmers erfolgen, der mit einem Schwingerreger kalibriert wird. Diese Geräte sind in Abbildung 5-7 gezeigt.

Abbildung 5-7: Beschleunigungsaufnehmer und Schwingerreger

Der Impedanzmesskopf wird zwischen den kalibrierten Beschleunigungsaufnehmer und den Schwingerreger geschraubt und der Beschleunigungsausgang des Impedanzmesskopfs anhand des Ausgangssignals des Beschleunigungsaufnehmers kalibriert, da so beide Geräte der gleichen Beschleunigung ausgesetzt sind.

Das korrekte Ausgangssignal des Kraftausgangs ergibt sich schließlich aus der Topmasse des Impedanzmesskopfs, der Masse des Beschleunigungsaufnehmers und dem Beschleunigungssignals des Impedanzmesskopfs. Abbildung 5-8 zeigt eine schematische Darstellung des Aufbaus für die Kalibrierung des Impedanzmesskopfs.

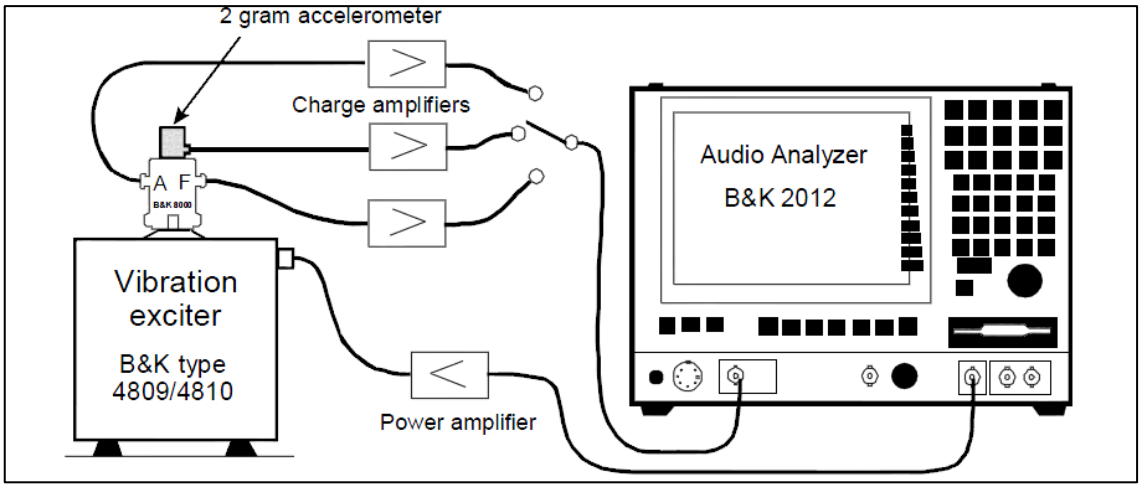


Abbildung 5-8: Schema des Kalibriervorgangs [Rasmussen, 2000]

Aufgrund der Rückkopplung der zu messenden Struktur wurden in diesem Fall die Messwerte der wirkenden Kraft stark verfälscht. Sie lagen mitunter bei den Eigenfrequenzen der Platte um einige Größenordnungen höher als im restlichen Frequenzbereich. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Anregung mit dem Shaker nicht in absoluten Kraftwerten angegeben, sondern relativ über das Ausgangssignal des Generators bewertet. Die mit dem Laser Scanning Vibrometer aufgenommenen Vibrationsdaten ermöglichen außerdem dennoch einen präzisen Vergleich der Strukturschwingung und der akustischen Antwort.

5.1.2 Laser Scanning Vibrometer

Wenn strukturelle Vibrationsdaten von Körpern mit kleiner Trägheit, wie z.B. dünnen Platten, benötigt werden, ist der Einsatz von Piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmern nicht ratsam. Durch ihre Eigenmasse ist in diesem Fall ein unerwünschter Einfluss auf die zu messende Struktur zu erwarten.

Ein Kontaktloser Weg Oberflächenvibrationen zu erfassen, ist die Laser Doppler Vibrometrie (LDV). Im Wesentlichen beruht das Messprinzip auf der wahrgenommenen Wellenlängen- bzw. Frequenzänderung bei relativer Bewegung von Quelle und Betrachter, also dem Doppler-Effekt (Alltagsbeispiel: Vorbeifahrender Krankenwagen). Abbildung 5-9 zeigt eine einfache Visualisierung dieses Vorgangs.

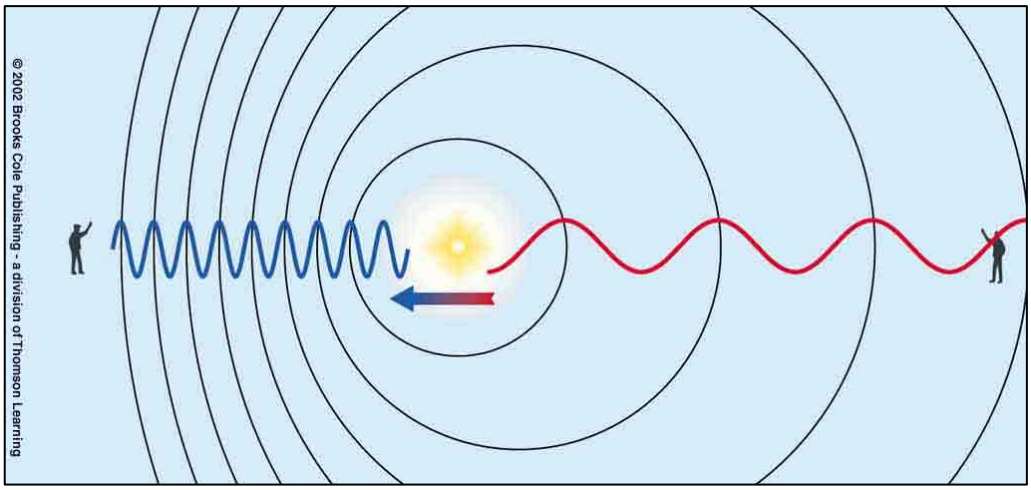


Abbildung 5-9: Schaubild Doppler Effekt [Brooks Cole Publishing, 2002]

Bei einer LDV-Messung wird ein Laserstrahl auf das Messobjekt gerichtet, wobei eine ausreichende Reflektion benötigt wird. Ein Interferometer im Laservibrometer vergleicht die Frequenz der Reflektion mit der des ausgehenden Laserstrahls. Mit Hilfe der gut bekannten physikalischen Beziehungen des Dopplereffekts kann aus der Frequenzänderung also die Schnelle der Oberfläche bestimmt werden. Bei zu schwacher Reflektion des Messobjekts kann reflektierende Folie oder ein entsprechendes Spray aufgebracht werden. Das hier verwendete Laser Scanning Vibrometer besteht im Wesentlichen aus dem Laserkopf, der Lasersteuerungseinheit und einem PC zur Datenverarbeitung, sowie einigen Steuerungselementen (Abbildung 5-10). Der Laserkopf enthält außerdem eine Kamera, mit der das Messobjekt angezeigt und mit einem Abtastraster versehen werden kann. Der integrierte Signalgenerator liefert das Signal für eine Anregung durch einen Schwingerreger oder Lautsprecher. Bei einem Flächenscan werden die vorbestimmten Messpunkte synchron zur erzeugten Anregung einzeln gemessen und anschließend von der Vibrometersoftware zu einer zusammenhängenden Kontur- oder Flächengrafik verrechnet.

Abbildung 5-10: Komponenten des Laser Scanning Vibrometers

Zur Bestätigung der Korrektheit der gemessenen Vibrationswerte, wurde ein Schwingungskalibrator vermessen, dessen Frequenz von 159,2 Hz und Amplitude von 9,81 m/s² bekannt sind.

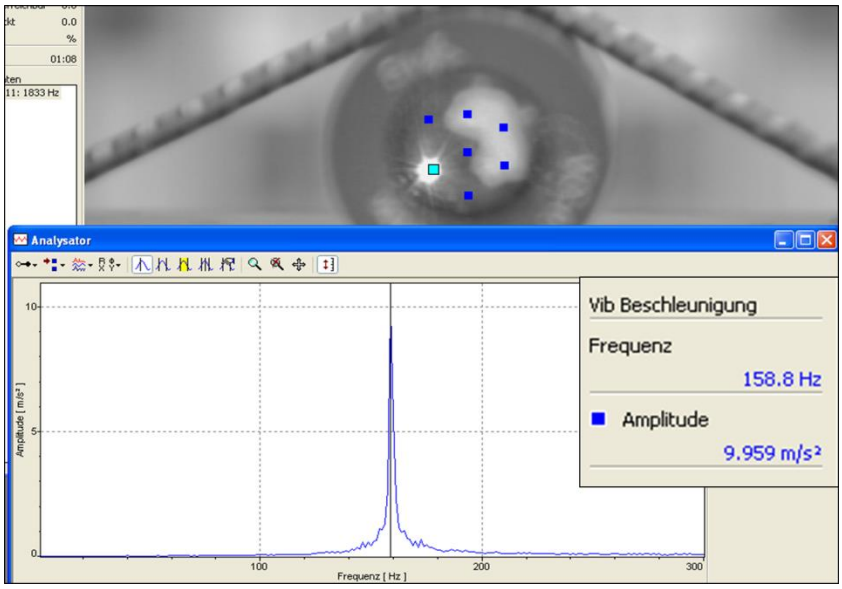
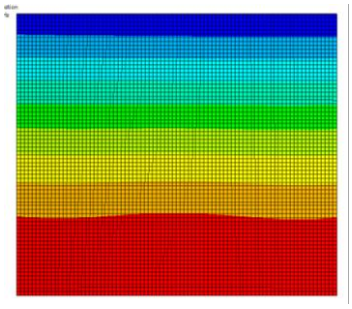
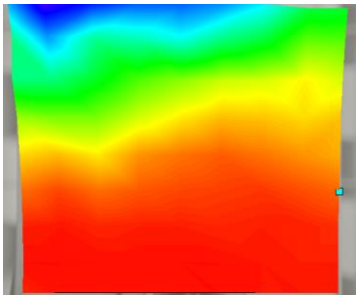
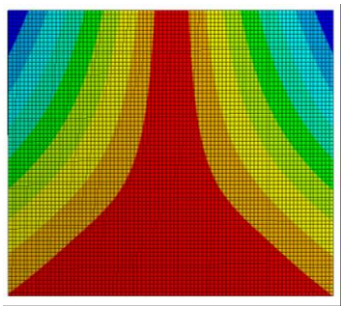
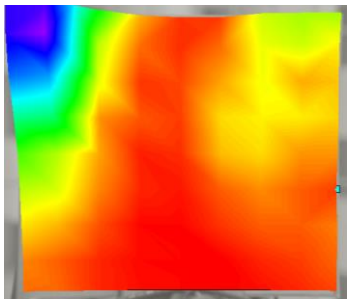
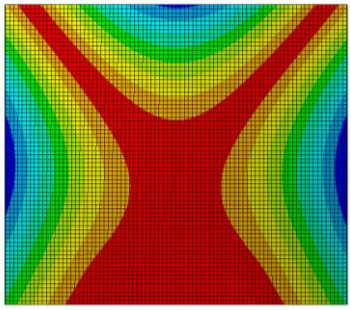
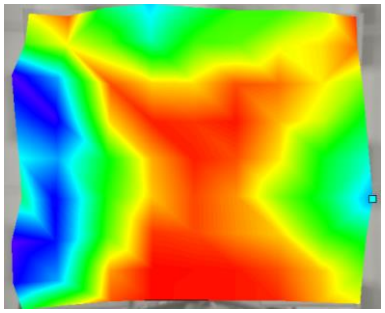


Abbildung 5-11: Verifizierung der Laser Scanning Vibrometer Messergebnisse

Das Ergebnis (Abbildung 5-11) zeigt, dass das Laser Scanning Vibrometer sowohl im Frequenzbereich, als auch bezüglich der Schwingungsamplituden zuverlässige Werte mit geringer Abweichung ausgibt.

Ein weiterer Vorversuch bezüglich der ermittelten Schwingungsformen des LDV und der numerischen Modalanalyse wurde durchgeführt. Die grafischen Darstellungen einiger beispielhaft ausgewählter Eigenfrequenzen der Platte ist in Tabelle 5-1zu sehen.

Tabelle 5-1: Auswertung der Modalanalyse

Ansys Modalanalyse	LDV-Messung	Eigenfrequenzen
		Ansys: 39,9 Hz Messung: 40,0 Hz **Abweichung: ~0%**
		Ansys: 75 Hz Messung: 70 Hz **Abweichung: 7%**
		Ansys: 189 Hz Messung: 177 Hz **Abweichung: 7 %**

Die Ergebnisse des Vorversuchs sind im Rahmen der zu erwartenden Genauigkeit zufriedenstellend. Die Abweichungen der Eigenfrequenzen liegen deutlich unter 10% und können auf Messfehler (Schwingung des Plattenständers, gestörte Reflektion, mechanischer Einfluss des Shakers), die Tatsache, dass lediglich mit einem Rauschsignal angeregt wurde und die mögliche numerische Genauigkeit zurückgeführt werden.

Für die Verwendung eines feineren Abtastgitters und besser auflösenden Anregungssignalen sind außerdem glattere Verläufe der LDV-Plots zu erwarten. Abbildung 5-12 zeigt die Auflösung der Plattenoberfläche, wie sie für alle folgenden Messungen zum Einsatz gekommen ist.

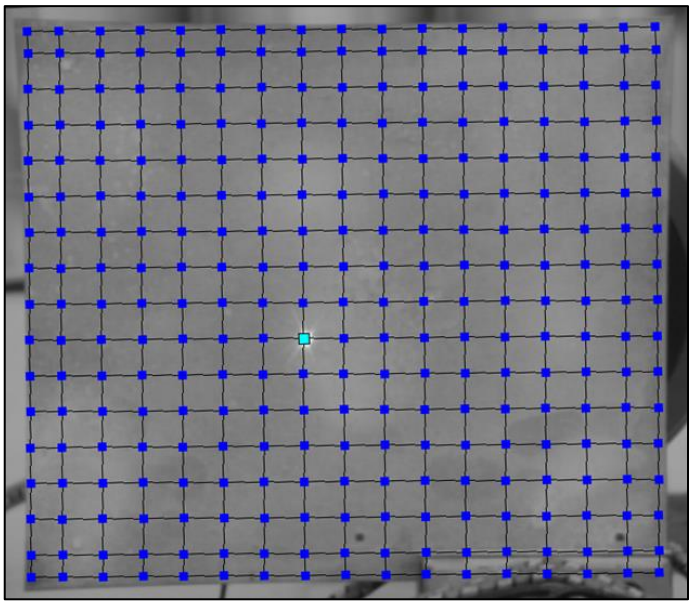


Abbildung 5-12: Abtastraster für die Messungen der Platte

5.1.3 Impulshammer

Um eine Struktur mit einem mechanischen Impuls bekannter Stärke anzuregen, wird üblicherweise ein Impulshammer verwendet. Hierbei handelt es sich um einen Hammer mit einem integrierten piezoelektrischen Kraftsensor. Der durch den Impuls angeregte Frequenzbereich hängt stark vom Material der Aufschlagspitze ab. Für die hier dokumentierten Versuche wurde eine Kunststoffspitze verwendet.

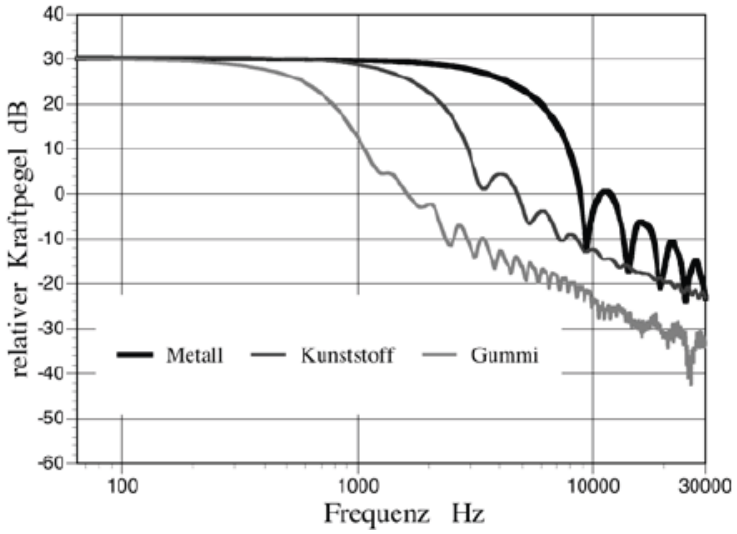


Abbildung 5-13: Frequenzabhängigkeit verschiedener Anschlagspitzen [Möser, 2010]

Um die dynamische Kraftaufnahme eines Impulshammers zu kalibrieren, bietet sich die Zuhilfenahme eines sogenannten ballistischen Pendels an. Eine bekannte Kalibriermasse wird freischwingend aufgehängt, mit einem kalibrierten Beschleunigungsaufnehmer versehen und auf der entgegengesetzten Seite mit dem Hammer angeschlagen (Abbildung 5-14). Gemäß Newtons zweitem Axiom $F = m \cdot a$ berechnet sich der Soll-

wert für die vom Impulshammer gemessene Kraft aus der gemessenen Beschleunigung und der Gesamtmasse des Pendels (Kalibriermasse + Masse des Beschleunigungsaufnehmers).

Abbildung 5-14: Kalibrierung des Impulshammers

Eine besonders zuverlässige Kalibrierung kann erzielt werden, indem eine lineare Kalibrierkurve über einen möglichst weiten Wertebereich von Anschlagskräften erstellt wird. Die Steigung dieser Kurve ergibt den Kalibierwert, der mit der bekannten Masse verrechnet wird. Nimmt man eine gute Linearität über den Wertebereich an, ist auch eine arithmetische Mittelung mehrerer einzelner Kalibrierwerte zulässig. Abbildung 5-15 zeigt eine Kalibrierkurve für das vorliegende Beispiel, für eine höhere Genauigkeit kann die Anzahl der Kalibrierwerte weiter erhöht werden.

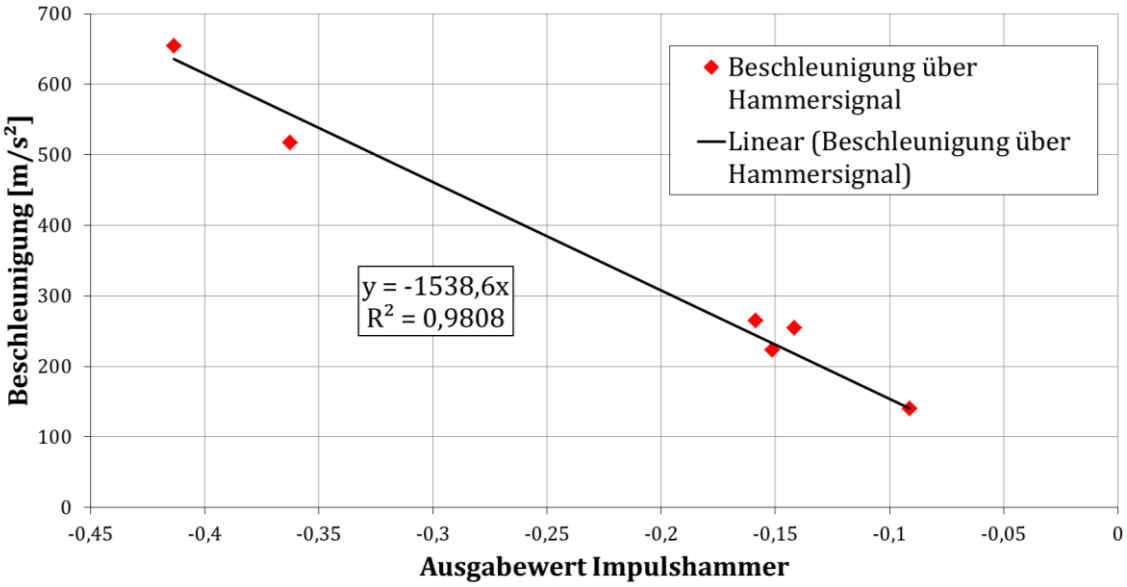


Abbildung 5-15: Beispielhafte Kalibrierkurve für den Impulshammer

5.2 Absehbare Fehlerquellen

Es ist praktisch unmöglich eine vollständige Übereinstimmung von Simulation und Experiment zu erzielen. Das Ziel dieser Arbeit ist es eine genügende Vergleichbarkeit zu erzielen, um die Nutzbarkeit eines Simulationstools qualitativ und quantitativ bewerten zu können. Um die realistische Einordnung der Ergebnisse zu erleichtern soll also vorab auf einige Limitationen, zu erwartende Probleme und Störfaktoren eingegangen werden.

Die voraussichtlich größte Fehlerquelle ist die Modellierung der Randbedingungen, wie der Einspannung und Anregung. Zwar ist die Variante mit der partiellen Einspannung verhältnismäßig günstig gewählt, eine vollständige Übereinstimmung ist jedoch kaum möglich. Bei einer realen mechanischen Anregung ist außerdem eine größere Beeinflussung des Schwingverhaltens des Messobjekts zu erwarten, als in der idealisierten Darstellung der Simulation.

Bei der Aufbringung einer Kraft auf einen einzelnen Netzknoten zeigten die Simulationsergebnisse bezüglich der strukturellen Verformung eine starke Abhängigkeit von der Netzauflösung. Die Werte der Eigenfrequenzen wurden jedoch nur schwach beeinflusst. Tabelle 5-2 zeigt die Abweichung anhand einiger beispielhafter Simulationsläufe.

Tabelle 5-2: Netzabhängigkeit bei mechanischer Punktanregung

Elementgröße [m]	Eigenfrequenz [Hz]	Max. Verformung [m]
0,010	684	8,07e-6
0,008	681	3,54e-6
0,007	685	2,57e-6
0,006	688	5,31e-6
0,005	682	1,59e-5
0,002	681	2,37e-6

Wie auf Abbildung 5-16 zu sehen ist, werden die Schwingungsformen der Eigenmoden bei allen Netzauflösungen korrekt dargestellt

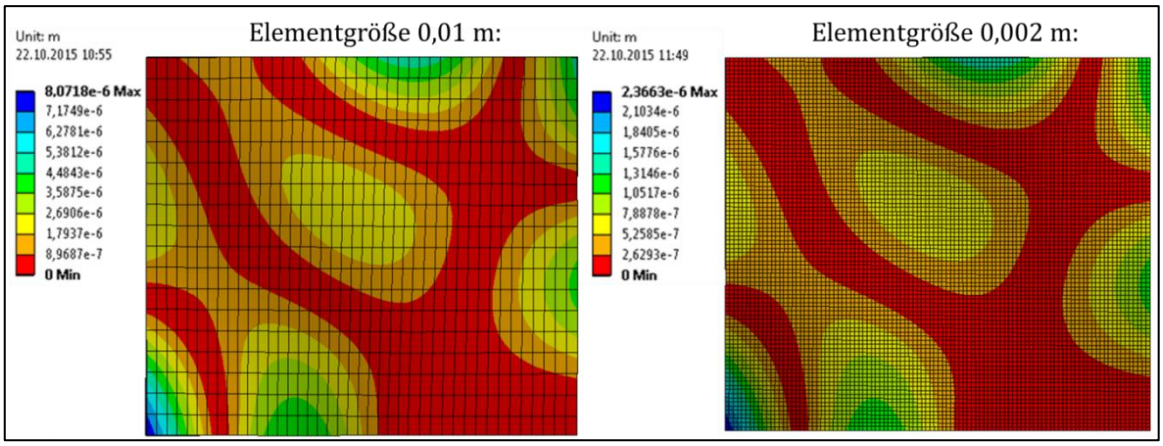


Abbildung 5-16: Maximale Verformung bei verschiedener Netzauflösung

Eine vergleichbare Messung mit dem Laser Scanning Vibrometer zeigt, dass die Simulationsergebnisse fast aller Netzauflösungen im korrekten Größenordungsbereich liegen und bestätigt die Richtigkeit der Verformungstopologie (Abbildung 5-17).

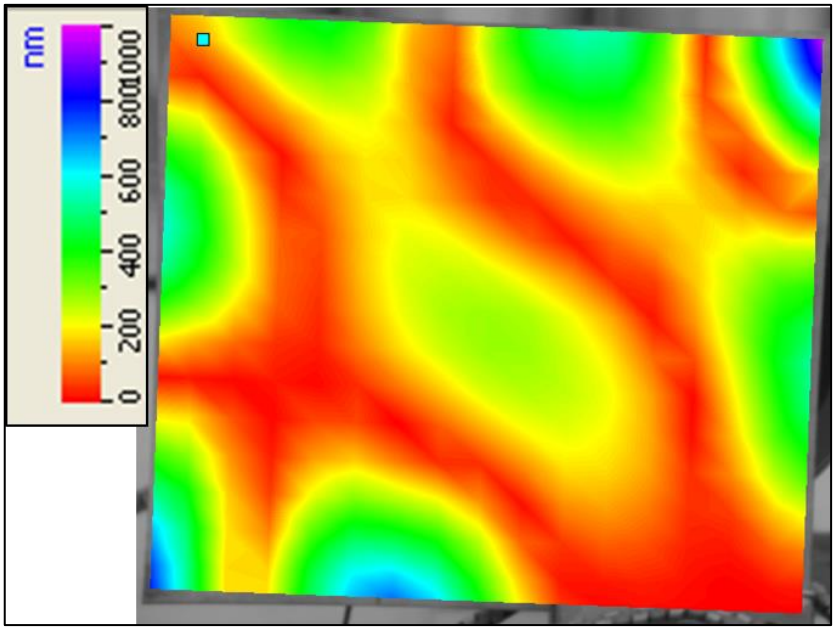


Abbildung 5-17: Entsprechende LDV-Messung, 666 Hz

Eine denkbare Fehlerquelle sind schiefe Elemente, die entstehen können, wenn die Höhe der Einspannung kein ganzzahliges Vielfaches der Elementgröße ist. Auch ist nur die Verformung selber ausschlaggebend für die berechnete Schallabstrahlung und nicht durch welche Kraftvorgabe diese zustande gekommen ist. Es ist also vor jedem Simulationslauf zu überprüfen, ob die resultierenden Verformungen im Bereich der Messungen liegen, um eine ausreichende Vergleichbarkeit zu gewährleisten.

Weiterhin sollte bei der Auswertung von Spektren, die mit der harmonischen Analyse erzeugt wurden, auf glatte Verläufe geachtet werden. Es kann vorkommen, dass im Bereich einiger Eigenfrequenzen fehlerhafte Ergebnisse erzeugt werden, die oft durch einen Sprunghaften Anstieg im Spektrum erkennbar sind. Auch ein Blick auf die entspre-

chenden Verformungsplots liefert direkte Hinweise auf eine fehlerhafte Berechnung (keine klaren Verläufe, feines Punktmuster, unrealistisch hohe Verformungswerte), ein Beispiel zeigt Abbildung 5-18.

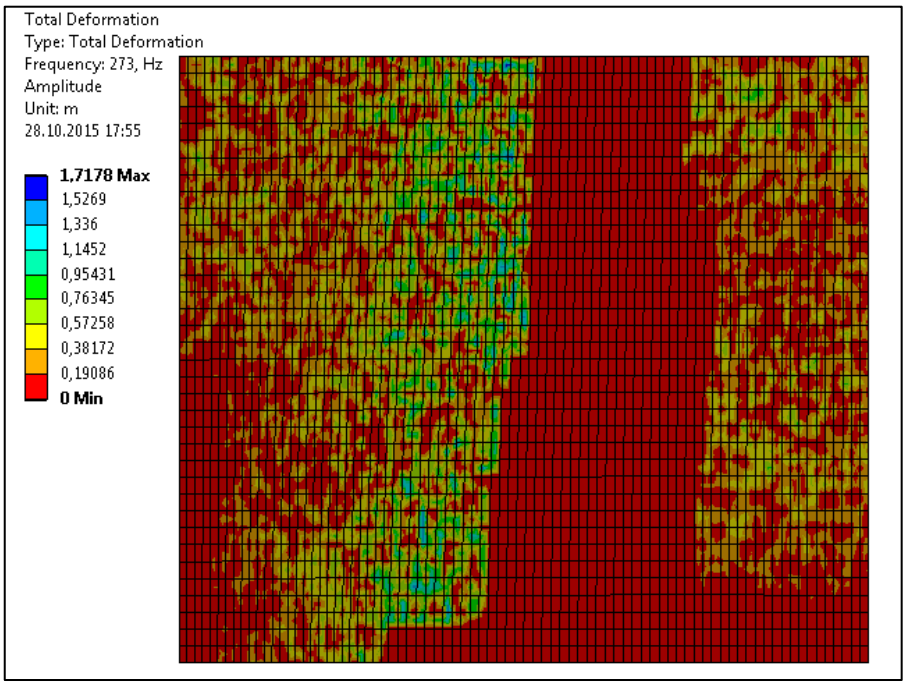


Abbildung 5-18: Korruptes Berechnungsergebnis (Verformung)

Dieses Problem der „numerischen Übersteuerung“ trat bisher vor allem bei langen Simulationsläufen ab ca. 500-1000 Schritten/Frequenzen auf und blieb aus, wenn die betroffenen Frequenzbereiche, bei ansonsten identischem Set-Up, in kleineren Abschnitten wiederholt wurden. Es scheint also empfehlenswert zu sein, umfangreichere Spektren über mehrere Berechnungsmodule zu verteilen.

Abbildung 5-19 zeigt das Spektrum eines durchgängigen Simulationslaufs von 20 Hz bis 2000 Hz in 1 Hz Schritten. Auffällig ist die prinzipiell gute Übereinstimmung mit einer entsprechenden Messung, während in manchen Frequenzbereichen die erwähnten Sprünge und stark überschätzten Werte auftreten.

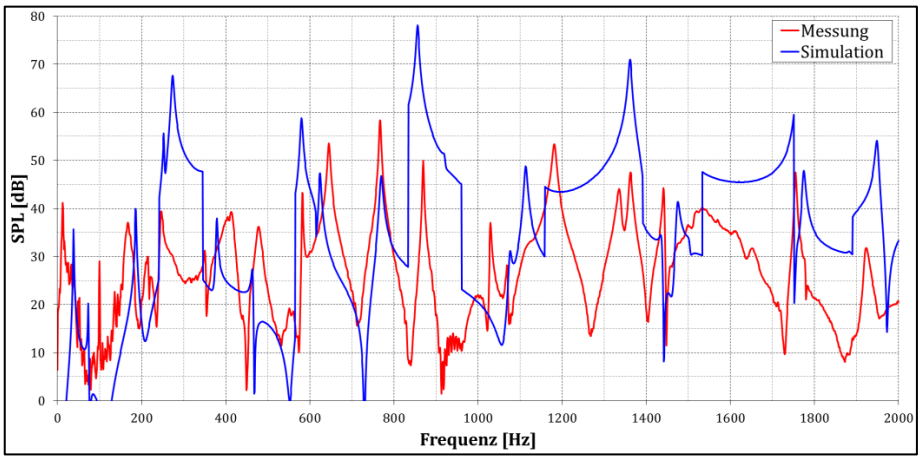


Abbildung 5-19: Unsteter Verlauf eines fehlerhaften Spektrums

5.3 Anregung von Strukturen durch Luftschall

Wie in Kapitel 3.4.1 gezeigt, deckt das gekoppelte FE-Modell Interaktionen von Strukturschwingungen und Luftschall in beide Richtungen ab. Ein günstiger erster Versuch ist also die Anregung einer Struktur durch Luftschall, da eine kontaktlose Anregung eine relativ unkomplizierte Abstimmung von numerischem Modell und Simulation erlaubt. Außerdem verspricht die numerische Modellierung dieses Vorgangs ein breites Anwendungsfeld in musikalischen und technischen Fragestellungen, wie z.B. die Sympathieschwingung von Saiten und anderen Instrumententeilen und weiteren Resonanzphänomenen.

5.3.1 Versuchsaufbau und numerisches Modell

Der Versuchsaufbau bestand aus einem einfachen Audio-Lautsprecher, der in 40 cm Entfernung zur eingespannten Platte platziert wurde. Die resultierende Schwingung der Platte wurde mit dem Laser Scanning Vibrometer erfasst. So sollte ermittelt werden, inwiefern sich die Eigenfrequenzen der Platte rein akustisch anregen lassen und ob sich dieser Effekt numerisch darstellen lässt.

Abbildung 5-20: Versuchsaufbau für die akustische Anregung

Die Anregung durch den Lautsprecher wurde durch die Steuereinheit des Laser Scanning Vibrometers erzeugt. Zum Einsatz kamen ein weißes Rauschen, sowie ein Periodic Chirp im Frequenzbereich von 150 Hz -250 Hz. Die Frequenzauflösung der Vibrometermessung betrug 1,25 Hz, was sich aus der Scandauer pro Rasterpunkt von 800 ms ergibt.

Dieser Versuchsaufbau wurde für die entsprechenden Simulationen möglichst ähnlich nachgebildet. Abbildung 5-21 zeigt die verwendete Geometrie und die wichtigsten Randbedingungen. Der verwendete Analysetyp war eine harmonische Analyse, wobei der vermessene Frequenzbereich in Abständen von 1 Hz durchgerechnet wurde.

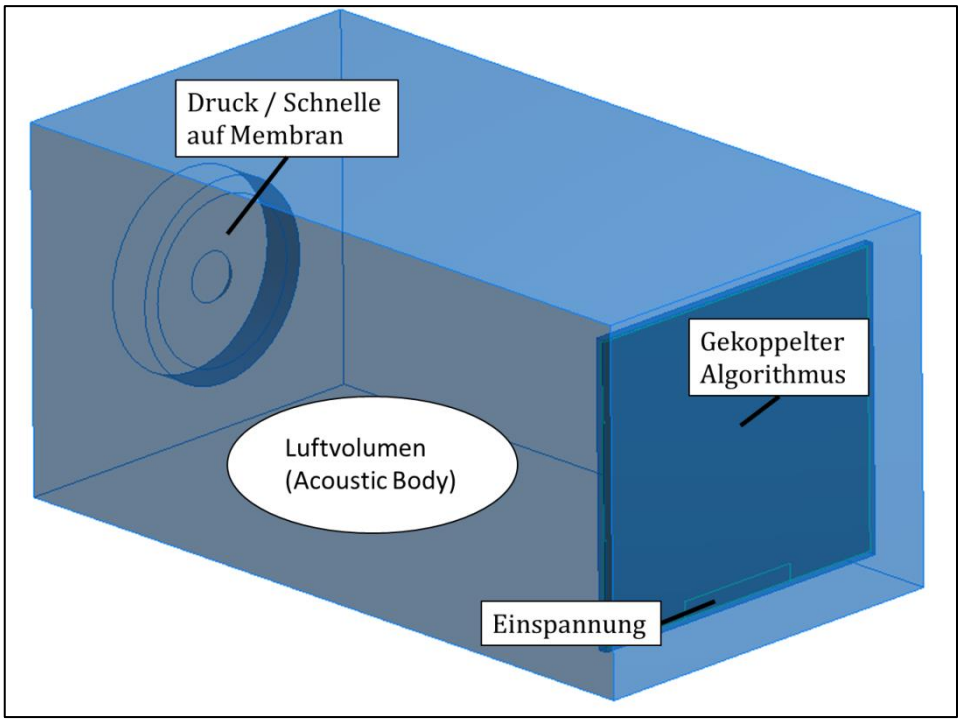


Abbildung 5-21: Numerisches Modell für die akustische Anregung

Die Vernetzung des Modells erfolgte durch die Vorgabe einer globalen Elementgröße (durchschnittliche Kantenlänge der Elemente) von 0,005 m, ohne die Verwendung erweiterter Größenfunktionen im integrierten automatischen Vernetzer.

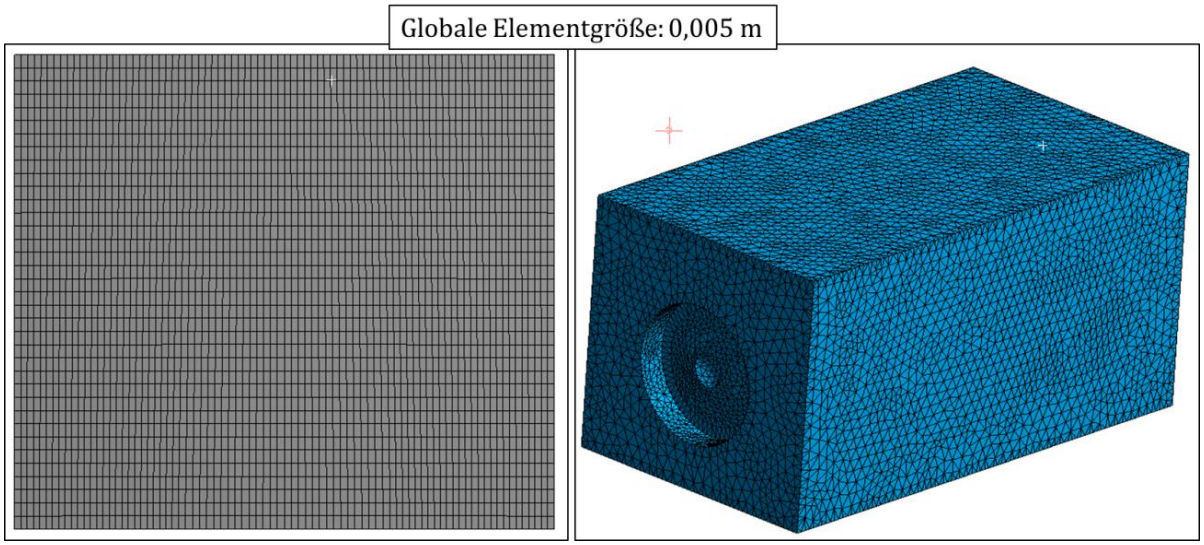
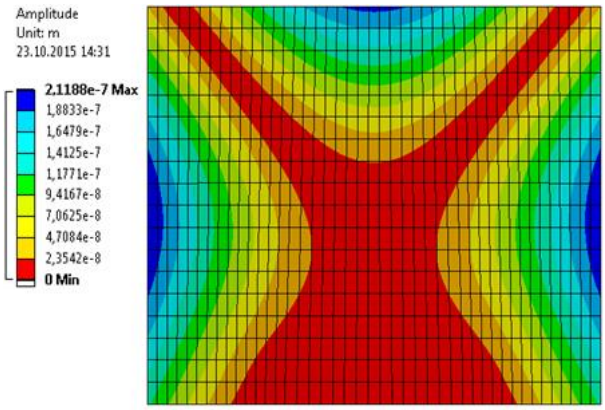
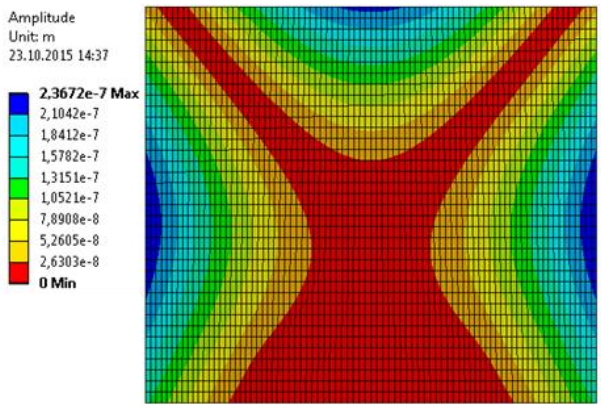
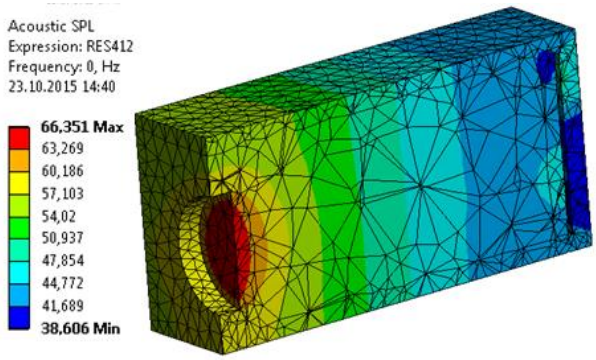
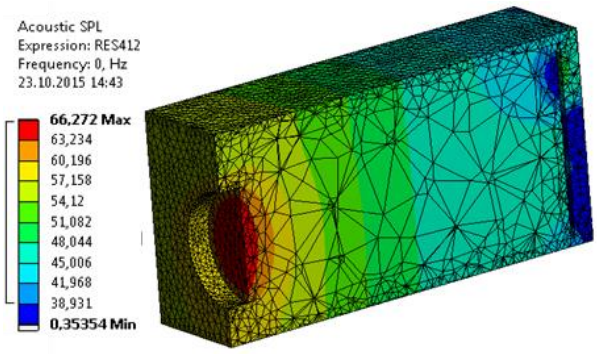


Abbildung 5-22: Vernetzung des Modells

Für diese Berechnungen ergab sich so ein Netz mit 31.544 Knoten (17.674 Elemente) von guter Qualität.

Auch für diesen Versuch wurde ein kurzer Test der Netzabhängigkeit durchgeführt. Es zeigte sich schnell, dass die Netzauflösung weniger Einfluss hat, als bei der mechanischen Punktanregung. Die Schnelle der Lautsprechermembran wurde mit 0,00086 m/s angegeben, die Ergebnisse sind in Tabelle 5-3 zu sehen.

Tabelle 5-3: Akustische und strukturelle Ergebnisse bei verschiedenen Netzfeinheiten

ES 0,01m (EF=190 Hz)	ES 0,005m (EF=188 Hz)
	
	

Es wurden mehrere Varianten erprobt, die akustische Anregung in Ansys Acoustics nachzubilden. Zum einen wurde die Lautsprechermembran mit den verwendeten Anregungssignalen mit dem LDV vermessen, um eine Schnelleverteilung zu ermitteln, die durch die „Acoustic Normal Surface Velocity“-Randbedingung angenähert werden kann. Außerdem wurden Berechnungen mit einer Schalldruckvorgabe an der Membran durchgeführt, die sich nach Mikrofonmessungen am realen Lautsprecher richteten.

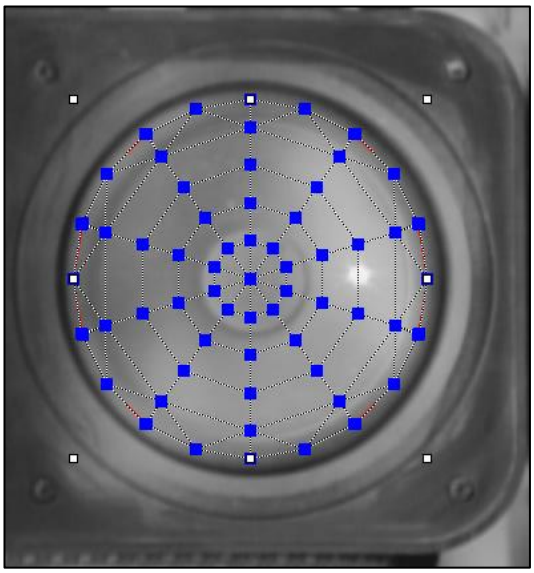


Abbildung 5-23: Abtastraster für die Lautsprechermembran

5.3.2 Ergebnisse

Die erste Version des Versuchs wurde mit der mittig eingespannten Platte und einem weißen Rauschen im Bereich zwischen 150 Hz und 300 Hz als Anregung durchgeführt. Im Simulationsmodell wurde die gemessene Schnelleverteilung der Lautsprechermembran angenähert, die auf Abbildung 5-24 für die Eigenfrequenz der Platte bei ca. 174 Hz gezeigt ist.

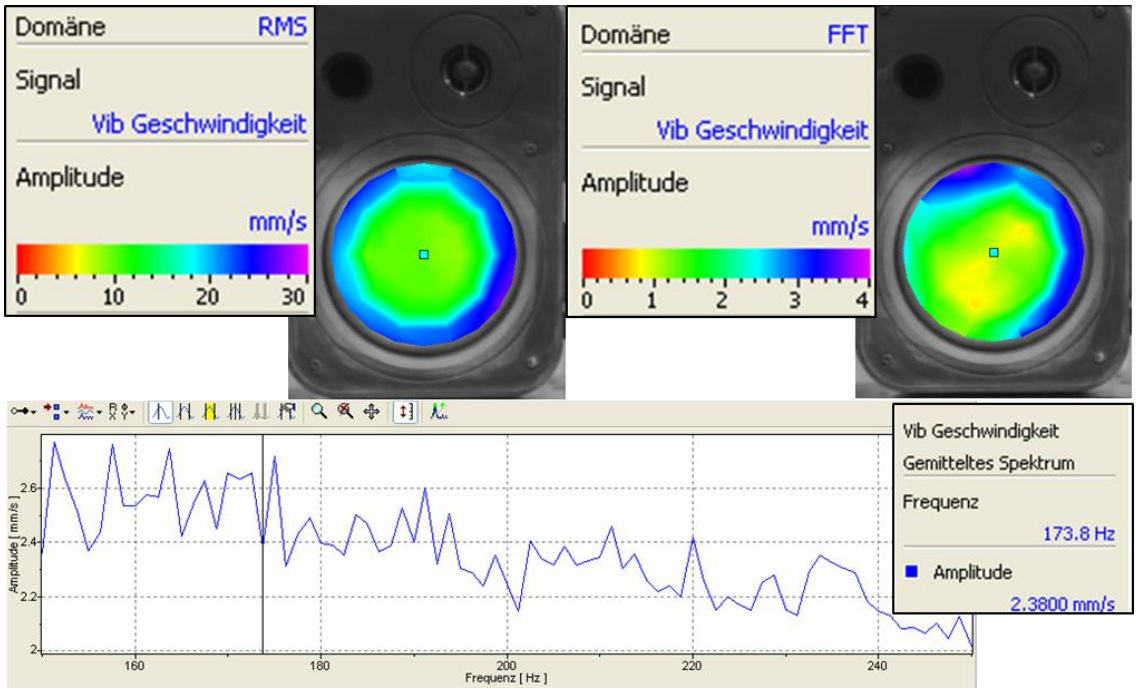


Abbildung 5-24: Ergebnisse des Flächenscans der Lautsprecherembran

Die Schnelleverteilung, die dieser Flächenscan ergab, wurde durch zwei Instanzen der „Acoustic Normal Surface Velocity“-Randbedingung in Ansys umgesetzt, also einer akustischen Schnelle, normal zur Oberfläche. Abbildung 5-25 zeigt die verwendeten Werte.

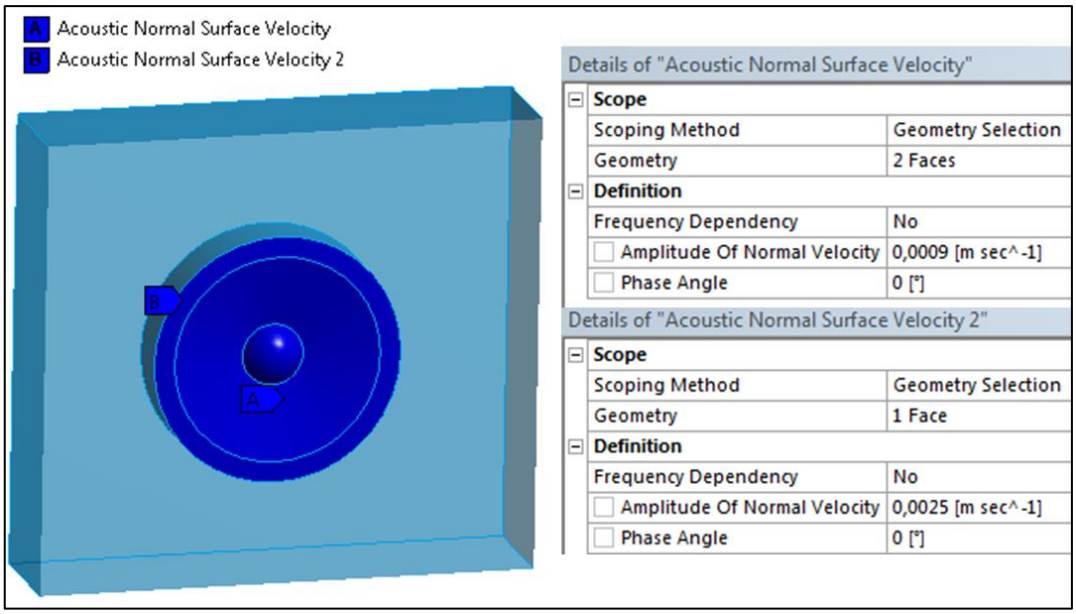


Abbildung 5-25: Schnelle auf der Membran in Ansys

Für die hier betrachtete Eigenfrequenz von 174 Hz wurde ein sehr gutes Ergebnis bezüglich der resultierenden Verformung erzielt, wie auf Abbildung 5-26 zu sehen ist. Die Eigenfrequenz weicht um 8 % ab und die Schwingungsform, sowie Amplituden werden sehr realitätsnah abgebildet.

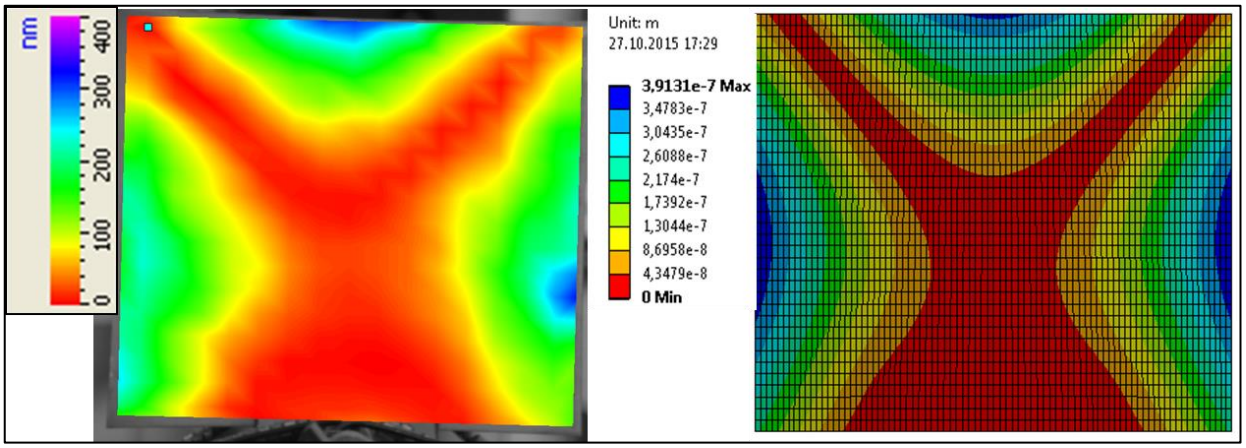


Abbildung 5-26: Vergleich von Messung (174 Hz) und Simulation (188 Hz) bei einer Eigenfrequenz

Dieses Ergebnis erscheint auf den ersten Blick beinahe unwahrscheinlich akkurat zu sein, doch bei Betrachtung des im numerischen Modell wirkenden Schalldrucks, zeigt sich eine sehr schlechte Übereinstimmung mit der Messung.

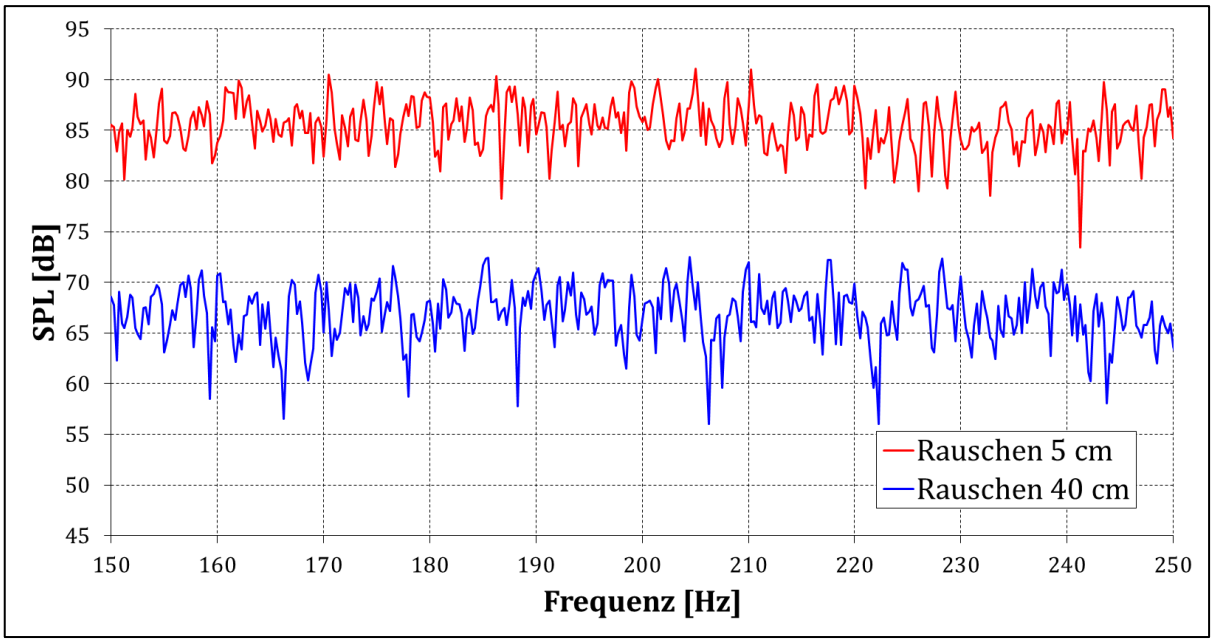


Abbildung 5-27: Spektrum des Rauschsignals in zwei Entfernungen vom Lautsprecher

Abbildung 5-27 zeigt die akustischen Spektren des Anregungssignals in zwei Entfernungen und Abbildung 5-28 einen Konturplot des Schalldruckpegels über das numerische Berechnungsgebiet bei der entsprechenden Frequenz. Es wird deutlich, dass der Schalldruckpegel in der Simulation deutlich zu niedrig ausfällt, was die Vermutung nahelegt, dass der Einfluss des Schalldrucks auf die strukturelle Verformung bei diesem Versuch überschätzt wird.

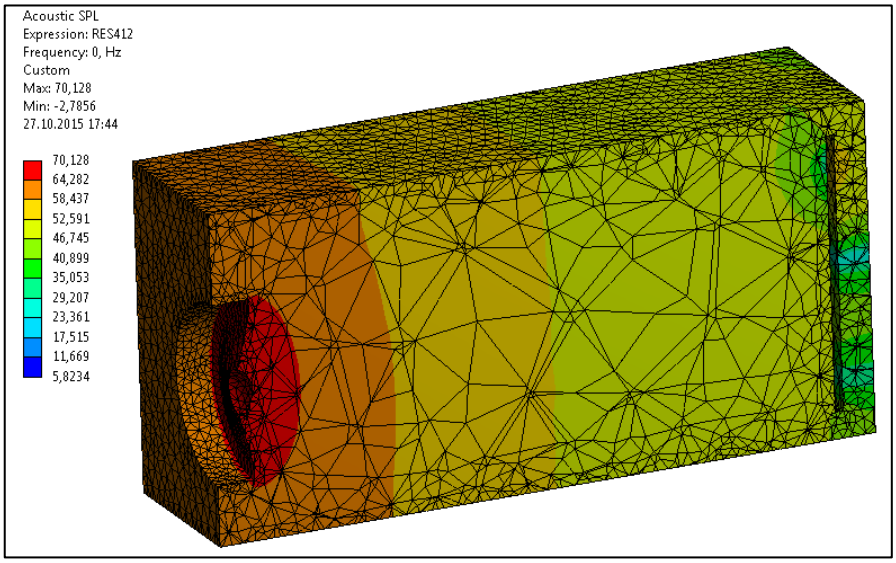


Abbildung 5-28: Schalldruckpegel im numerischen Modell, 188 Hz

Für die Anregung mit dem weißen Rauschen bei halber Generatorspannung, wurde der Mittelwert der gemessenen Membranschnelle von 1 mm/s für die komplette Oberfläche der 3D-Geometrie vorgegeben.

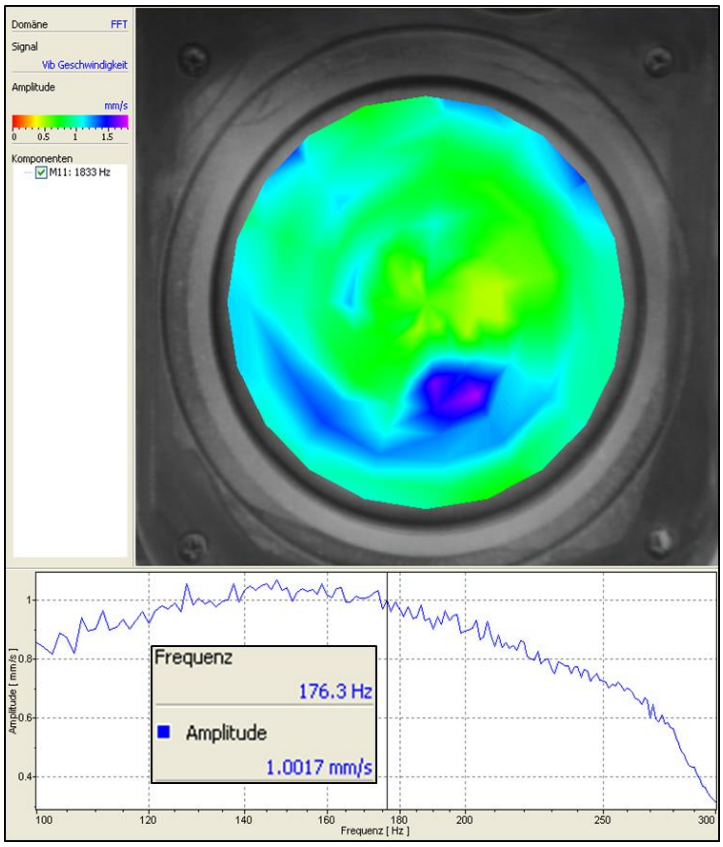


Abbildung 5-29: Ausgabe der Schnelleamplitude für die Lautsprechermembran

Abbildung 5-29 zeigt die Darstellung der Membranschwingung in der Software des Laser Scanning Vibrometers, Abbildung 5-30 die entsprechende Umsetzung in Ansys Acoustics.

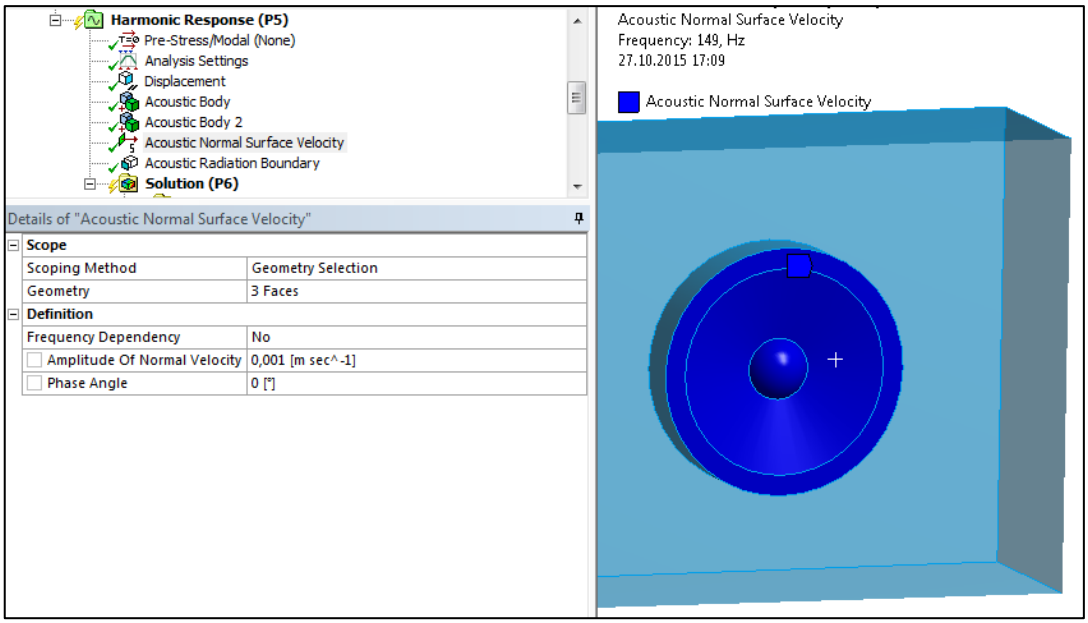


Abbildung 5-30: Umsetzung der einheitlichen Schnelle in Ansys

Der Vergleich von Messung und Simulation bei drei Frequenzen mit markanten Schwingungsformen ist in Tabelle 5-4 dargestellt. Der erste Vergleich zeigt erneut die Eigenfrequenz bei 174 bzw. 188 Hz, zusätzlich wurden zwei Frequenzen ausgegeben,

die in der Vibrometermessung klar definierte Schwingungsformen zeigten. Da hier in Ansys keine klaren Peaks im Frequenzspektrum der Verformung zu erkennen waren (Abbildung 5-31), wurden die Konturplots der Verformung für die Frequenzen der Messung ausgegeben.

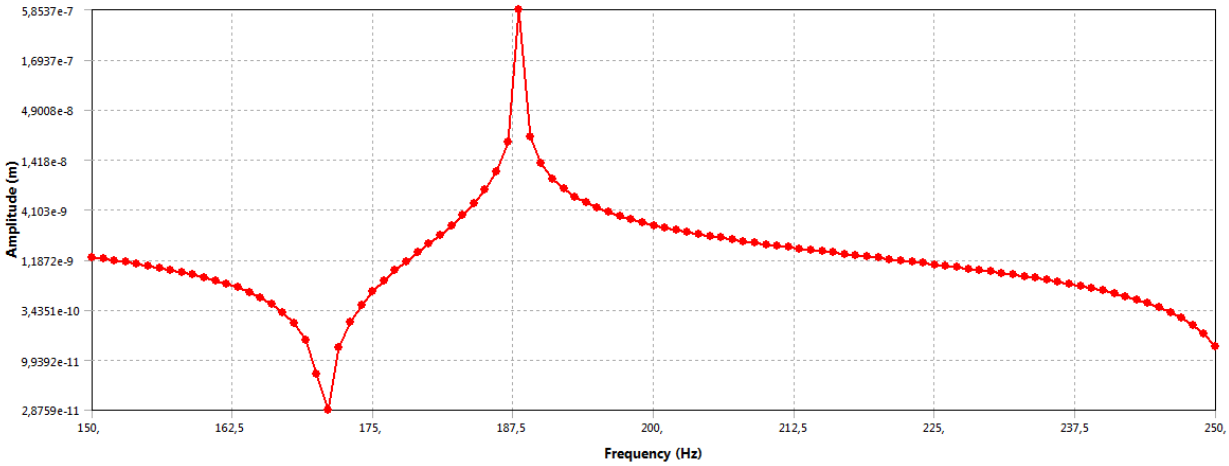
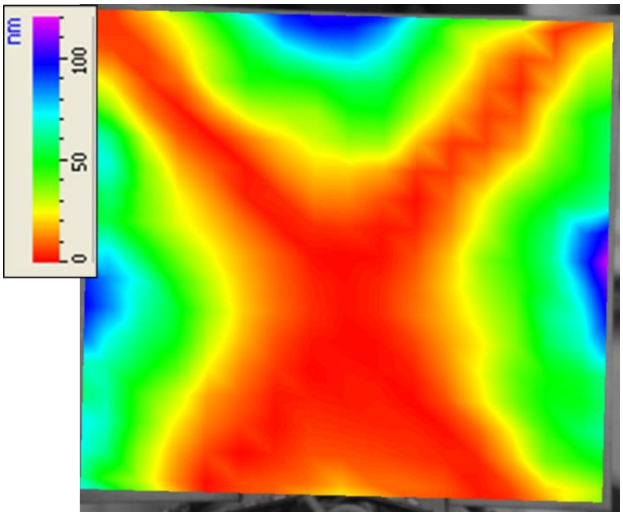
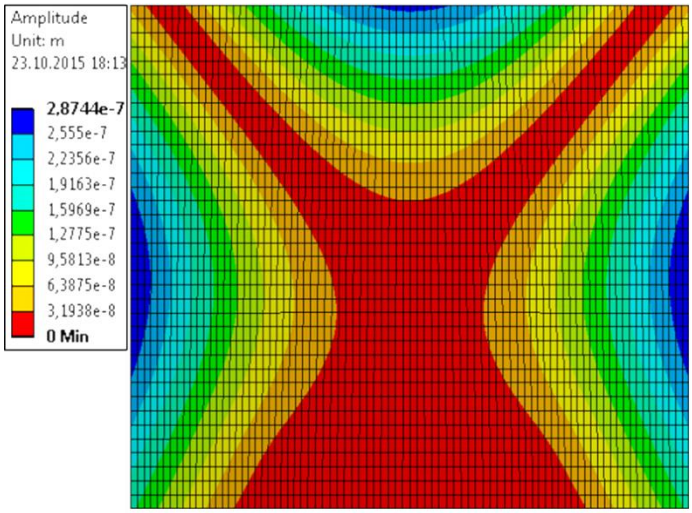
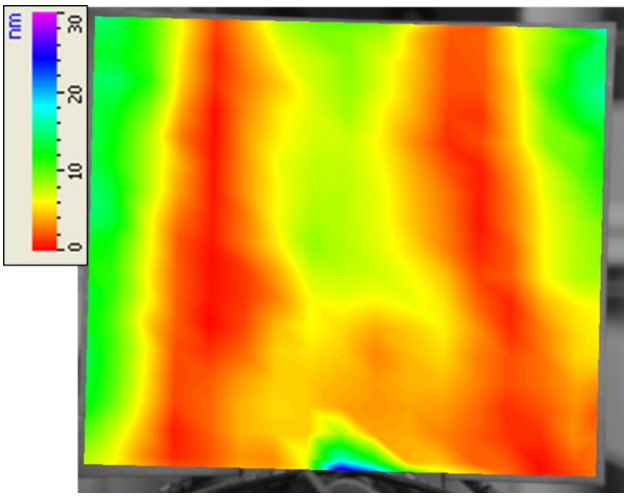
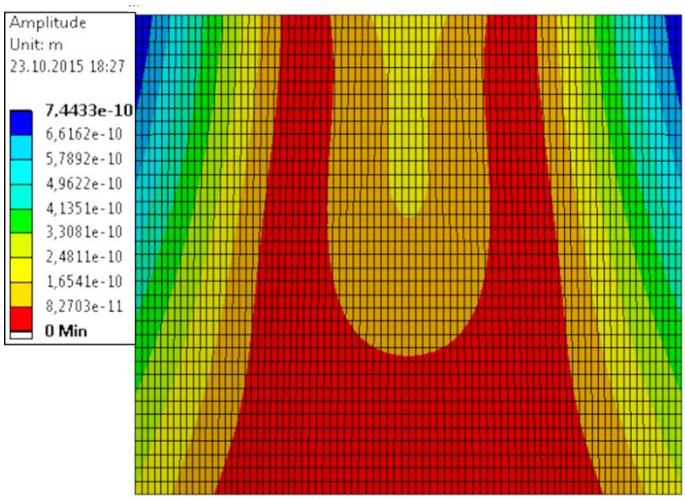
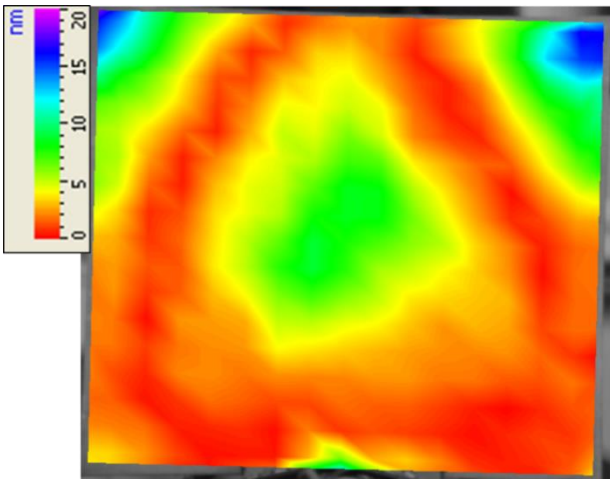
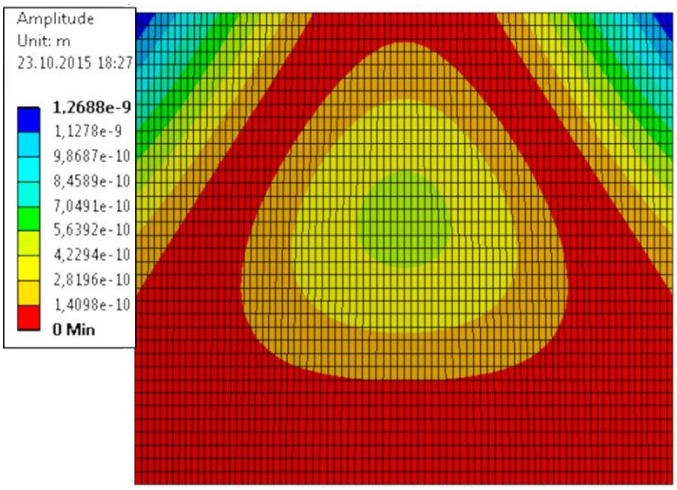


Abbildung 5-31: Verformungsspektrum in Ansys

Tabelle 5-4: Vergleich der Ergebnisse für die gleichmäßige Schnellevorgabe

Messung	FEA-Simulation
177 Hz	188 Hz
	
215 Hz	215 Hz
	
250 Hz	250 Hz
	

Die Verformung bei Anregung mit der stärksten Eigenfrequenz (177 Hz bzw. 188 Hz) liegt bei Simulation und Messung in der gleichen Größenordnung, was in Anbetracht der zu Erwartenden Genauigkeit zufriedenstellend ist. Die beiden schwächeren Eigenfrequenzen im ausgewerteten Bereich weisen sehr starke Abweichungen der Verformung auf, die Schwingungsformen werden jedoch akkurat abgebildet, obwohl sie im simulierten Verformungsspektrum nicht klar als Eigenfrequenzen erkennbar waren.

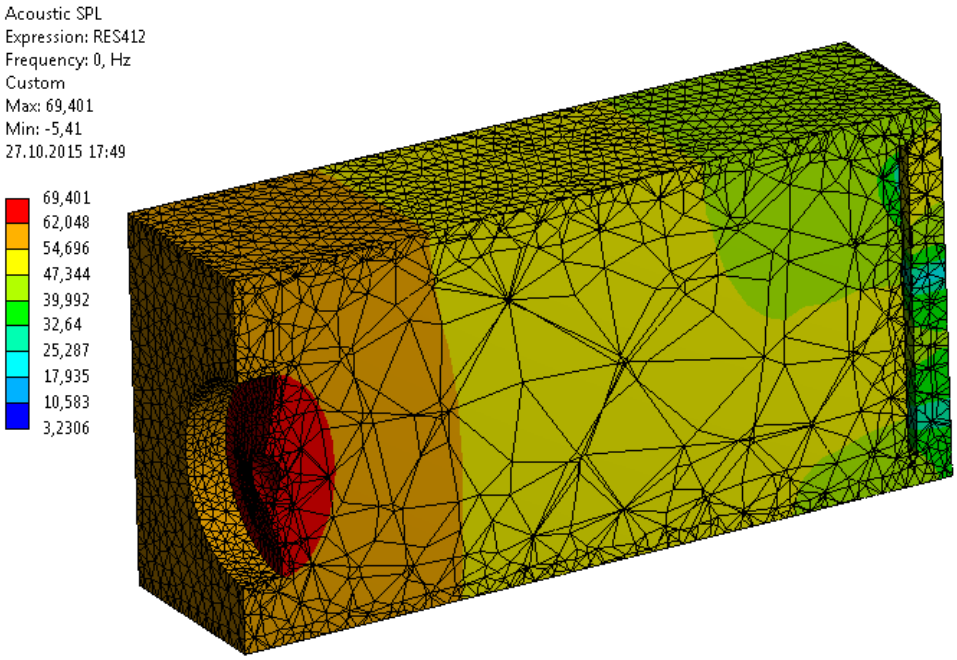


Abbildung 5-32: Simulationsergebnis Schalldruckpegel, 188 Hz

Bezüglich dem aus der Membranschwingung resultierenden Schallfeld zeigen sich in der Simulation (Abbildung 5-32), erneut deutlich kleinere Werte, als anhand der Messung (Abbildung 5-33) zu erwarten wären, jedoch ist hier die Abweichung etwas kleiner als bei dem Versuch mit den zwei unterschiedlichen Schnellewerten. Die Verteilung Schalldruckpegels ist der des vorigen Versuchs sehr ähnlich, obwohl in diesem Fall die Generatorspannung verringert wurde. Dies legt die Vermutung nahe, dass die einheitliche Vorgabe des Mittelwerts über die komplette Membranoberfläche bessere Ergebnisse ermöglicht.

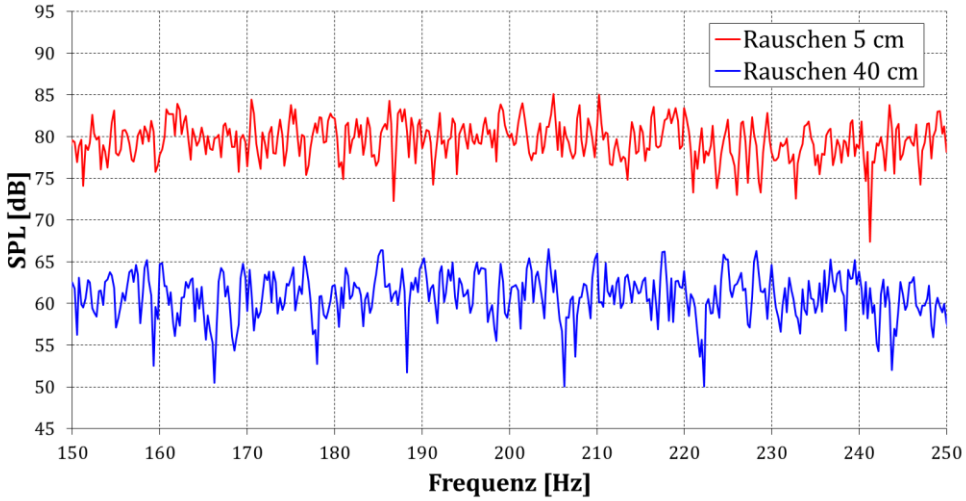


Abbildung 5-33: Akustische Messung des weißen Rauschens bei halber Generatorspannung

Um genauer einschätzen zu können, wie sich die Interaktion von Schalldruck und Strukturvibration im Simulationsmodell verhält, wurden weitere Versuche unter Verwendung eines vorgegebenen Schalldrucks auf der Lautsprechermembran durchgeführt, der sich nach den akustischen Messungen am Lautsprecher richtet. Hier werden Messergebnisse mit einem „Periodic Chirp“ verwendet, also dem wiederholten durchlaufen des angegebenen Frequenzbereichs. Außerdem wurde die Stahlplatte für diese Versuche seitlich eingespannt.

Abbildung 5-34 zeigt das akustische Spektrum der Lautsprecheranregung. Das Signal enthielt versehentlich noch ein Bandpassfilter von 150 Hz bis 250 Hz aus vorangegangenen Messungen, was die Interpretation der Ergebnisse erschwert. Der unstetige Verlauf des Spektrums resultiert aus den unterschiedlichen Frequenzauflösungen von Laser Scanning Vibrometer (1,25 Hz) und der akustischen Messung (0,25 Hz). Aus diesem Grund wurden mehrere Simulationen bei verschiedenen Schalldruckwerten durchgeführt, um der fehlerhaften Anregung Rechnung zu tragen.

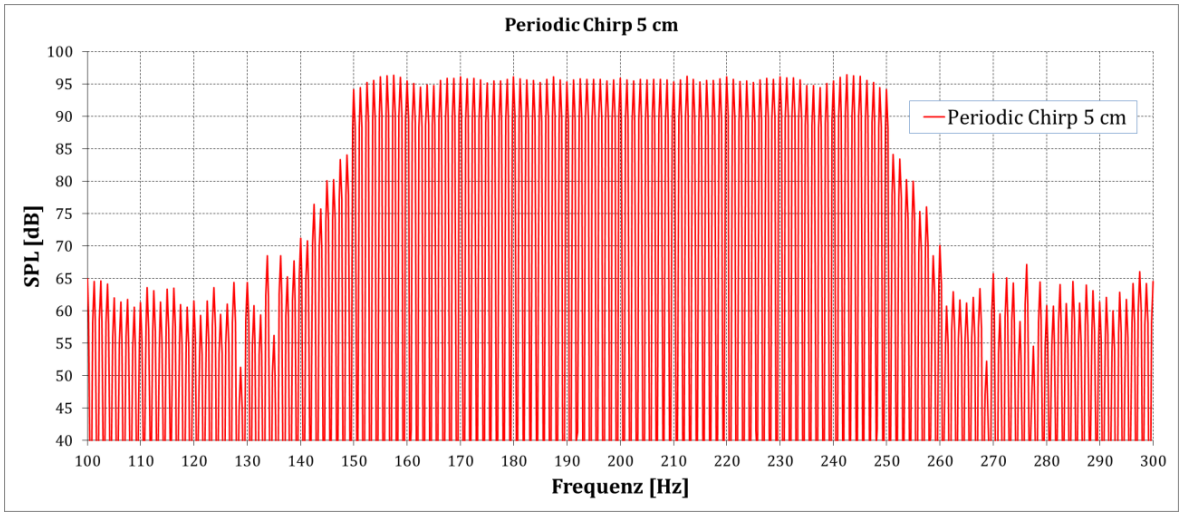


Abbildung 5-34: Spektrum des Periodic Chirp mit Bandpassfilter

Bezüglich des simulierten Schallfelds ergeben sich erwartungsgemäß bessere Ergebnisse, wie Abbildung 5-35 zeigt. Auch die Rückkopplung mit der Plattenschwingung ist erkennbar.

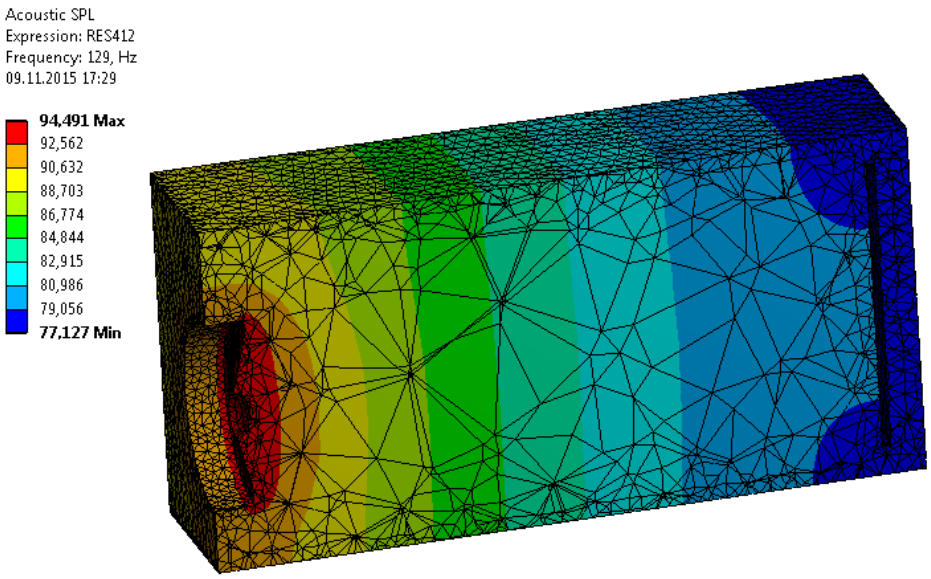
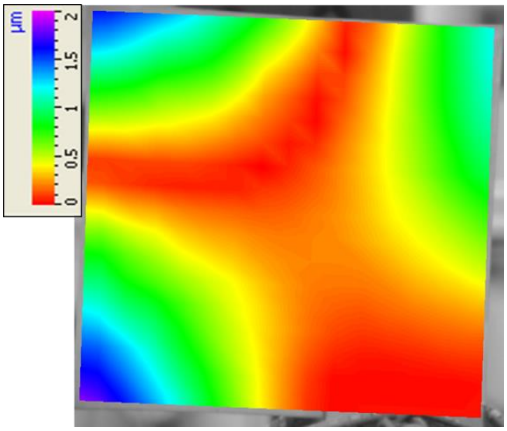
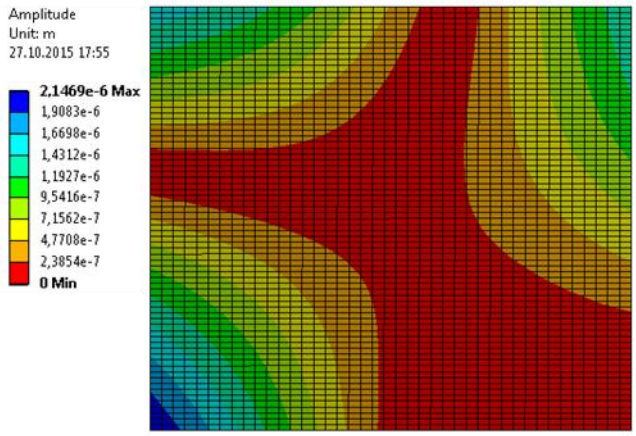
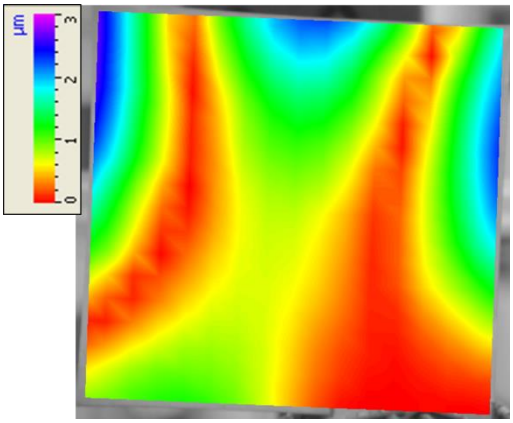
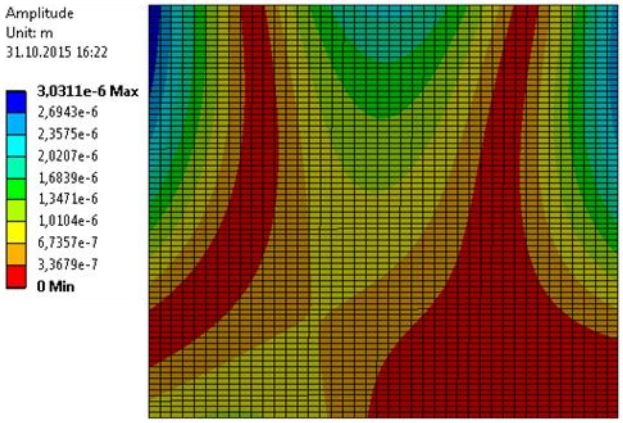


Abbildung 5-35: Schalldruckpegel bei 1,5 Pa Schalldruck auf der Membran

Tabelle 5-5 enthält Ergebnisse für zwei Eigenfrequenzen und die Angabe mit welcher Schalldruckvorgabe die übereinstimmende Verformung erzielt wurde.

Tabelle 5-5: Ergebnisse

Messung	Simulation
121 Hz	129 Hz (0,5 Pa)
	
235 Hz	246 Hz (1,5 Pa)
	

Ein Beispiel für den linearen Zusammenhang zwischen Schalldruck und struktureller Verformung zeigt Abbildung 5-36 am Beispiel der gemessenen Eigenfrequenz von 255 Hz. Sowohl der Konturplot der lokalen Verformungsamplituden, als auch die Amplituden in den gemittelten Spektren zeigen bei halbierter Generatorspannung ebenfalls halbierte Werte.

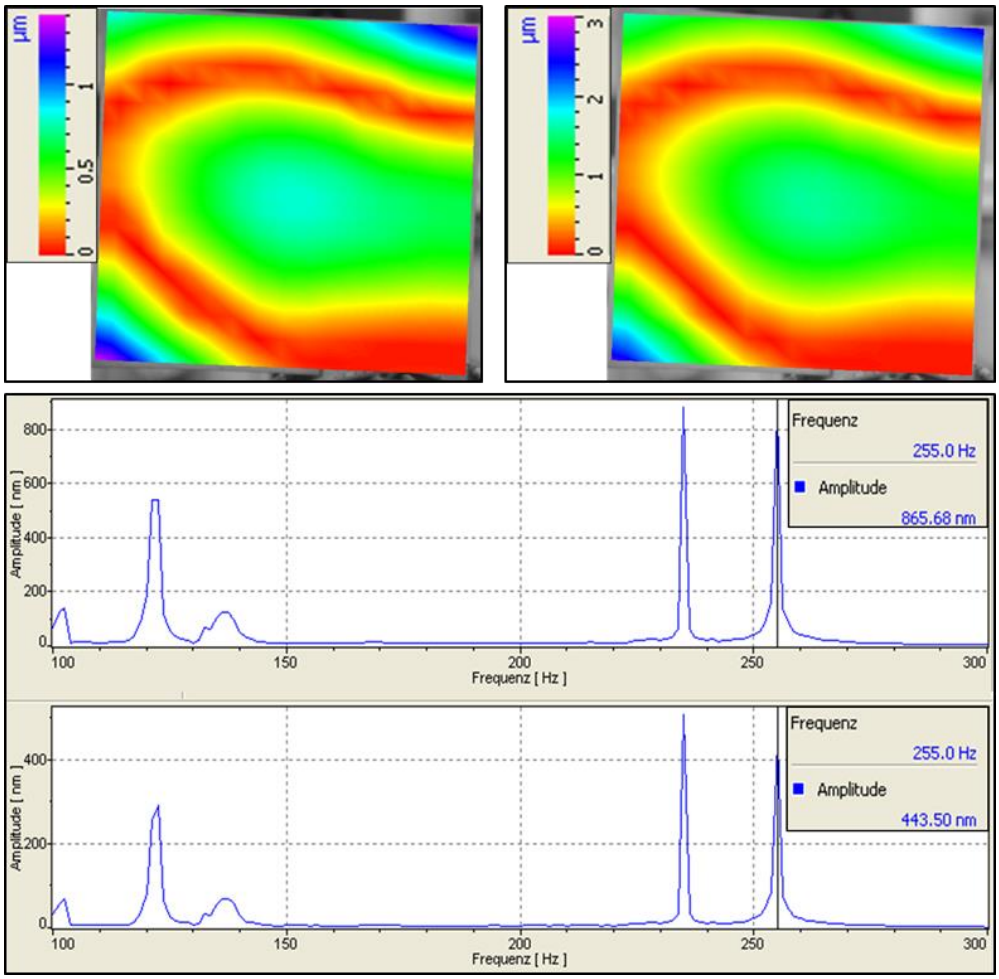


Abbildung 5-36: Beispiel für die relative Änderung bei halbierter Anregung (rechts, bzw. unten), LDV-Messung

Tabelle 5-6 enthält die maximalen Verformungen bei den drei untersuchten Eigenfrequenzen bei verschiedenen Schalldruckwerten auf der Lautsprechermembran. Es ist klar zu erkennen, dass der doppelte Schalldruck auch eine doppelt so starke Verformung zur Folge hat, wie es laut der Messungen auch in der Realität der Fall ist.

Tabelle 5-6: Maximale Verformung bei drei Eigenfrequenzen für verschiedne Schalldruckvorgaben

Ac. Pressure	129 Hz	246 Hz	271 Hz
0,50 Pa	2,14e-6 m	1,01e-6 m	4,07e-7 m
0,75 Pa	3,22e-6 m	1,52e-6 m	6,11e-6 m
1,00 Pa	4,29e-6 m	2,02e-6 m	8,13e-7 m
1,50 Pa	6,43e-6 m	3,03e-6 m	1,22e-6 m
2,00 Pa	8,59e-6 m	4,04e-6 m	1,63e-6 m

Die Ergebnisse zeigen insgesamt, dass der untersuchte Effekt durchaus realitätsnah abgebildet wird. Die größte Schwierigkeit stellt auch bei dieser Variante die originalgetreue Nachbildung der Randbedingungen dar. Wird hier eine gute Übereinstimmung

erzielt, lassen die Simulationsergebnisse eine qualitative und, leicht eingeschränkt, auch eine quantitative Bestimmung der Strukturantwort auf die akustische Anregung zu. Da die Stärke der resultierenden Verformung tendenziell etwas überschätzt wird, lassen sich mit diesem Wissen die Ergebnisse gut interpretieren. Vor allem die relative Änderung zwischen zwei unterschiedlichen Fällen lässt sich akkurat darstellen, was in vielen Anwendungen interessanter ist als die absoluten Werte.

5.4 Harmonische Analyse mit mechanischer Anregung

Im umgekehrten Fall zum ersten Versuch, wurde die Schallabstrahlung der Platte als Reaktion auf eine mechanische Anregung untersucht. Anstatt des Lautsprechers kam ein Schwingerreger, oder Shaker, der Firma Brüel & Kjaer zum Einsatz und es wurde ein größerer Frequenzbereich untersucht. Die Strukturvibration wurde erneut mit dem Laser Scanning Vibrometer erfasst.

5.4.1 Versuchsaufbau und numerisches Modell

Für diesen Versuch wurde die eingespannte Platte von der einen Seite mit dem Shaker angeregt und von der anderen Seite die Reaktion der Platte mit Laser Vibrometer und Mikrofon aufgezeichnet. Es wurden zwei verschiedene Einspannungen und Mikrofonabstände verwendet. Abbildung 5-37 zeigt den Aufbau mit dem Shaker und der seitlich eingespannten Platte.

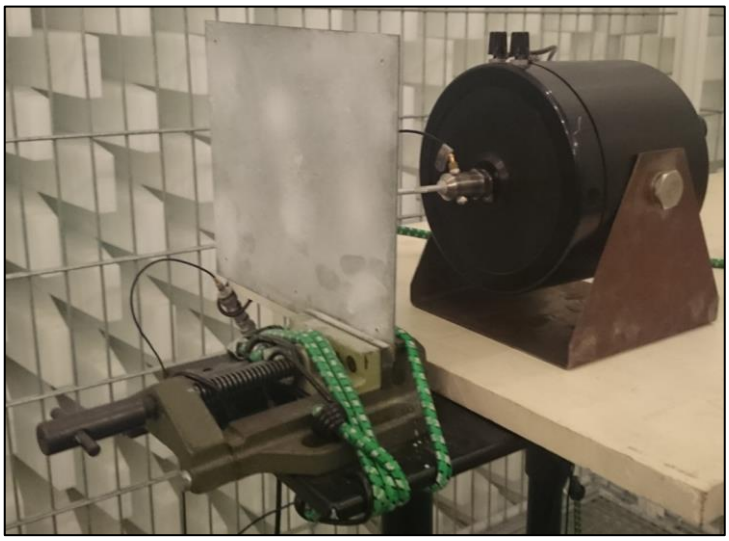


Abbildung 5-37: Anregung der Platte durch den Shaker bei seitlicher Einspannung

Der vollständige Versuchsaufbau ist auf Abbildung 5-38 zu sehen, hier für die mittige Einspannung und der akustischen Messung in einem Meter Entfernung.

Abbildung 5-38: Messung mit dem Laser Scanning Vibrometer

Die Positionen der Anregung mit dem Shaker für die beiden geometrischen Varianten sind in Abbildung 5-39 gezeigt. Sie wurden so gewählt, dass sie über der Einspannung liegen, um eine Beeinflussung des Systems durch den Kontakt möglichst klein zu halten.

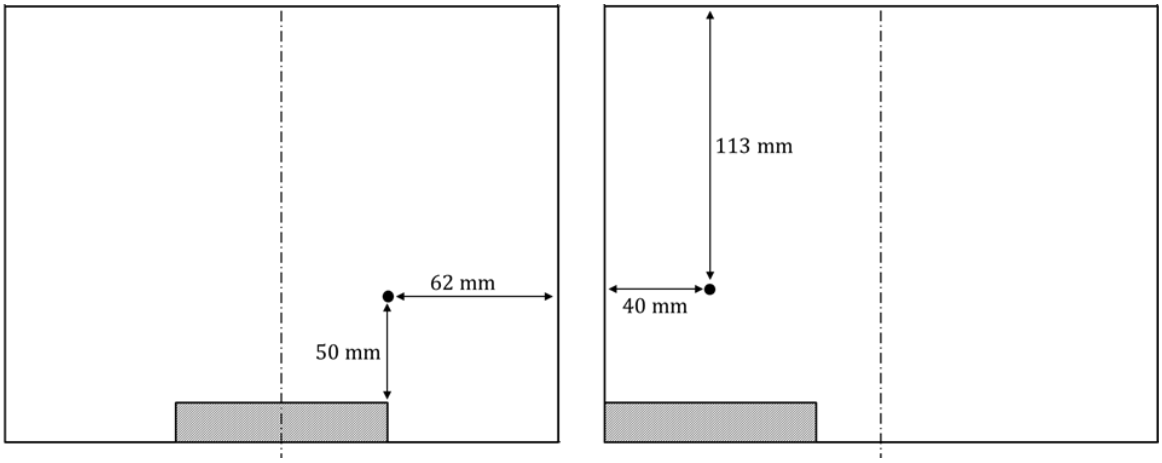


Abbildung 5-39: Positionen der Shakeranregung beider Einspannungsvarianten (Angeregte Seite)

Als Anregungssignal wurde hier ausschließlich ein „Periodic Chirp“ verwendet, der eine bessere Trennung der Frequenzkomponenten zeigte.

Es stellte sich bereits beim Aufbau des Versuchs als leicht problematisch heraus, die Shakerspitze ausreichend stark in die verhältnismäßig kleine Platte zu drücken, um Prellen zu vermeiden, aber nicht zu stark, um möglichst freies Schwingen der Platte weiterhin zu ermöglichen.

Das numerische Modell für die FEA-Berechnung ähnelt dem der Lautsprecheranregung stark. Auch hier wurde ein Quaderförmiges Luftvolumen mit einer globalen Elementgröße von 5 mm erstellt.

Die Anregung wird an der entsprechenden Position in Form einer Kraft auf einen Punkt aufgebracht, wie Abbildung 5-40 zeigt.

Abbildung 5-40: Umsetzung der Anregung in Ansys

Zusätzlich wurde ein Modell für die Berechnung der Abstrahlung mit den „Farfield-Results“ unter Verwendung des Equivalent-Source-Prinzips und Greenscher Funktionen (Kapitel 4.1) erstellt. Hier wurde ein Kugelförmiges Luftvolumen verwendet und als abstrahlender Körper definiert (Abbildung 5-41).

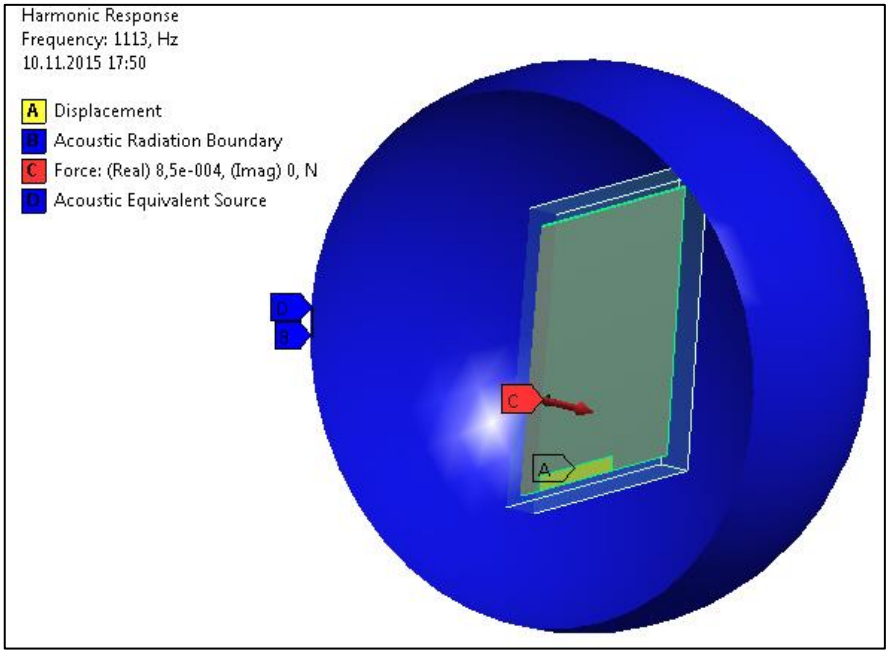


Abbildung 5-41: Modell für die Abstrahlrechnung ("Farfield-Results")

Die Ausgabe der Spektren in den gewünschten Abständen erfolgt hier durch „Far Field Microphone“-Ergebnisse, die für jede berechnete Frequenz den abgestrahlten Schalldruckpegel ausgeben. Abbildung 5-42 zeigt die Platzierung der Mikrofonpunkte für die mittig eingespannte Platte.

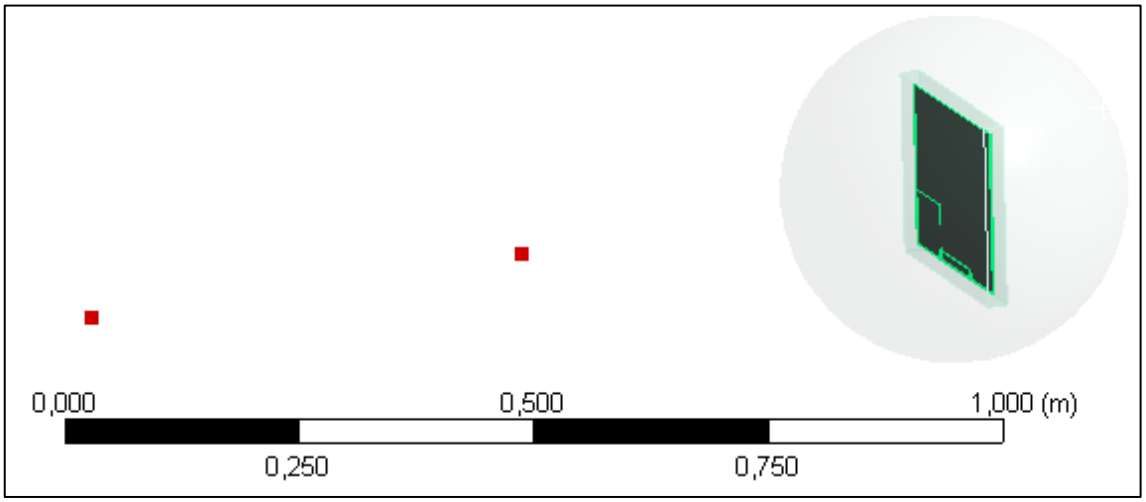


Abbildung 5-42: Platzierung der "Farfield Microphone"-Ergebnisse (Rote Markierungen)

5.4.2 Ergebnisse

Es wurde schnell deutlich, dass der Kontakt zwischen Shakerspitze und Platte das Schwingverhalten deutlich beeinflusst. Beispielhaft dafür sind in Abbildung 5-43 zwei Eigenfrequenzen mit identischer Verformungstopologie gegenübergestellt, die durch die Anregung mit dem Lautsprecher und dem Shaker erzeugt wurden. Bei der akustischen Anregung lag die entsprechende Eigenfrequenz bei 174 Hz, während sie bei der Anregung mit dem Shaker bei 164 Hz liegt, also etwa 6 % tiefer. Dieser Umstand sollte bei der Interpretation der weiteren Ergebnisse berücksichtigt werden.

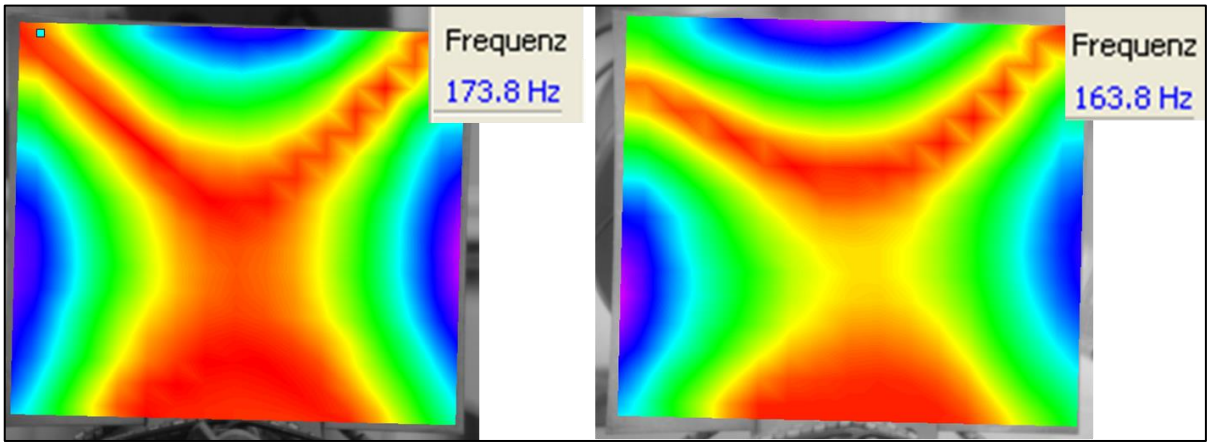


Abbildung 5-43: Vergleich einer Eigenfrequenz bei akustischer (links) und mechanischer (rechts) Anregung

Der erste interessante Aspekt des Vergleichs von Messung und Simulation, ist das Verhältnis von Strukturschwingung und abgestrahltem Schalldruck. Die Strukturschwingung wird dabei mit der Verformung dargestellt und die akustische Seite in Schall-

druckpegeln. Ausgangspunkt ist das gemessene Spektrum der mittig eingespannten Platte in einem Meter Entfernung, das Abbildung 5-44 zeigt. Es sind außerdem einige willkürlich ausgewählte Eigenfrequenzen markiert, anhand derer ein erster Vergleich von Verformung und Schalldruckpegel durchgeführt werden soll.

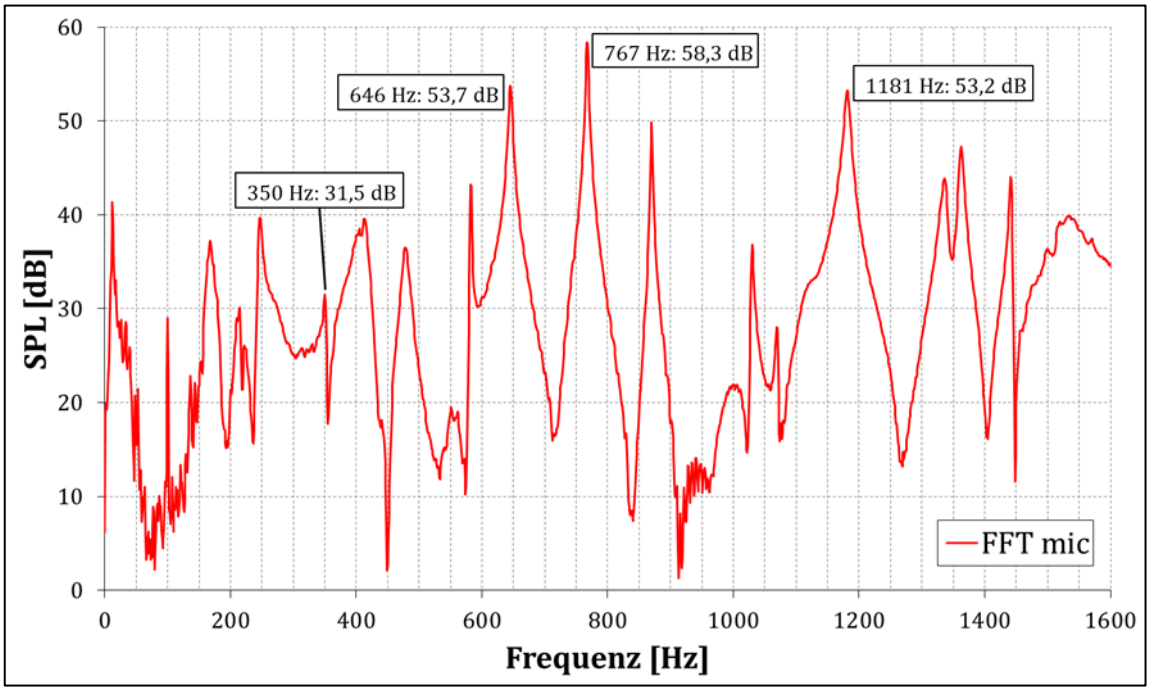


Abbildung 5-44: Gemessenes Spektrum in 1 m Entfernung mit Beispielfrequenzen, mittige Einspannung

Für die Berechnung der Abstrahlung über eine solche Entfernung stellte sich das bisher verwendete Finite-Elemente-Akustik-Modell als ungeeignet heraus. Abbildung 5-46 zeigt den Abfall der Schalldruckpegels über die Strecke von einem Meter.

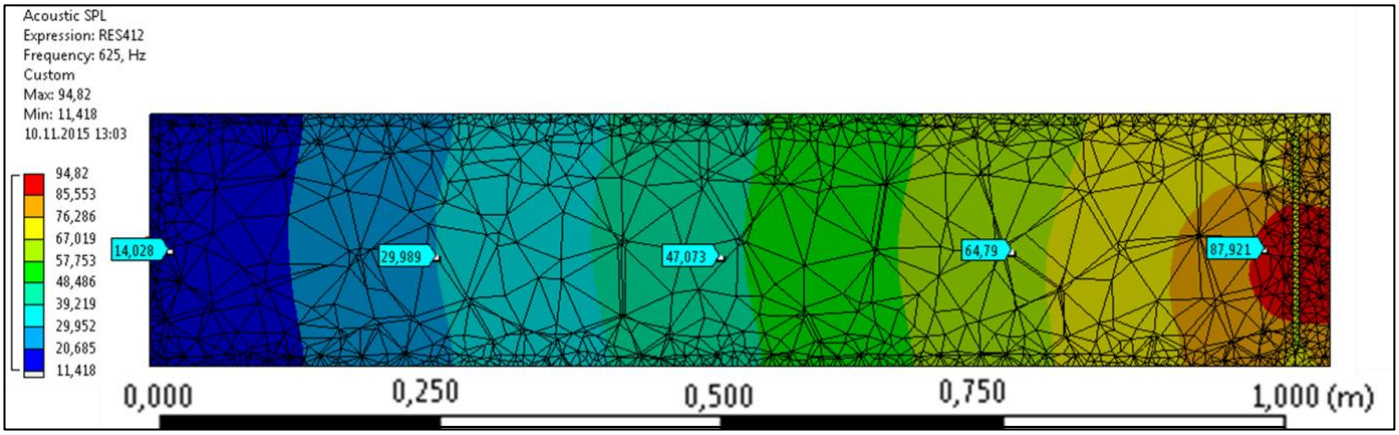


Abbildung 5-45: FEA-Schallfeld über größere Distanz

Es ist klar ersichtlich, dass der Schalldruckpegel über die Distanz zu stark abnimmt. Ein Richtwert für diese Einschätzung ist die Abnahme von 6 dB, die bei Verdopplung des Abstands zu erwarten wäre.

Für die Untersuchung der angegeben Beispielfrequenzen wurde also das Alternativmodell unter Verwendung der „Farfield“-Ergebnisse verwendet. Abbildung 5-46 zeigt ein Beispiel für das Schallfeld in dem Kugelvolumen des Modells.

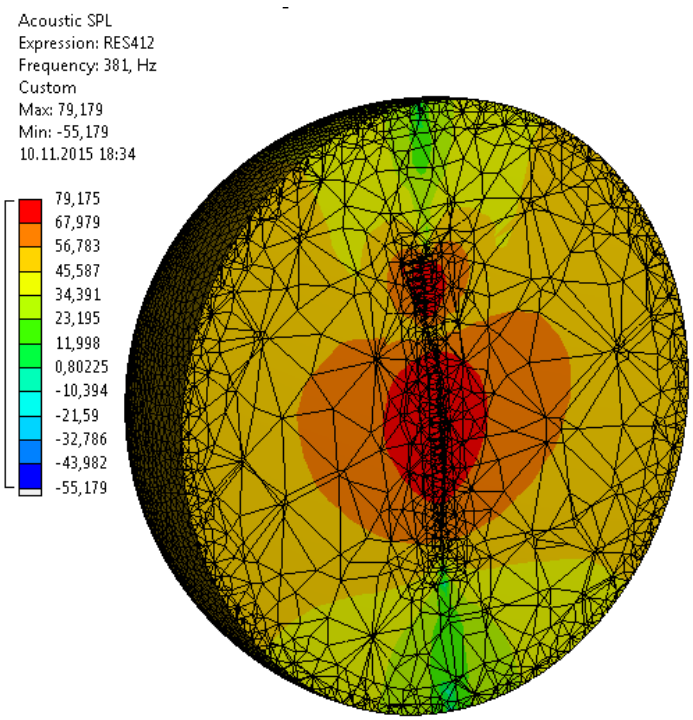


Abbildung 5-46: Abstrahlendes Volumen für die Farfield-Rechnung

Um sicher zu stellen, dass mit diesem Modell das Abklingen des Schalls über die Entfernung korrekt dargestellt wird, wurde der ausgegebene Schalldruckpegel zweier Mikrofonpunkte verglichen. Das zufriedenstellende Ergebnis zeigt Abbildung 5-47 – der doppelte Abstand bewirkt eine Abnahme um 6 dB.

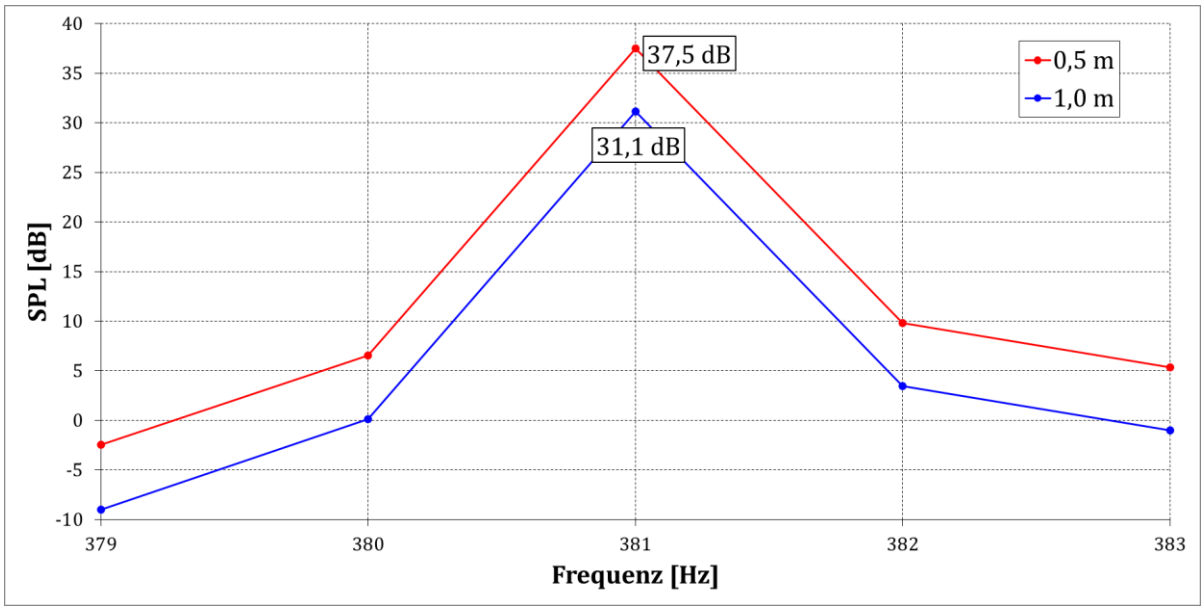
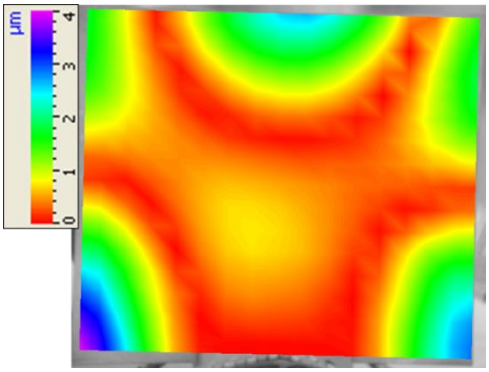
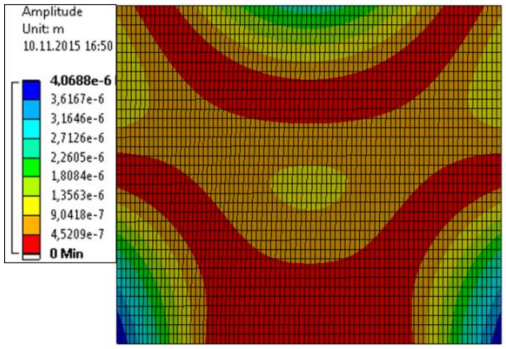
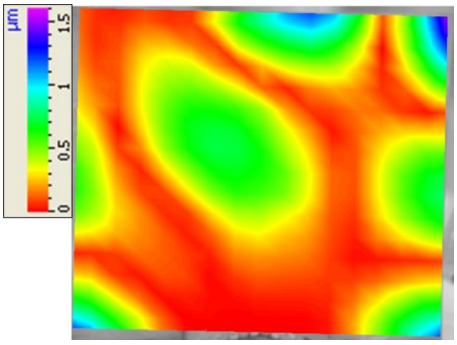
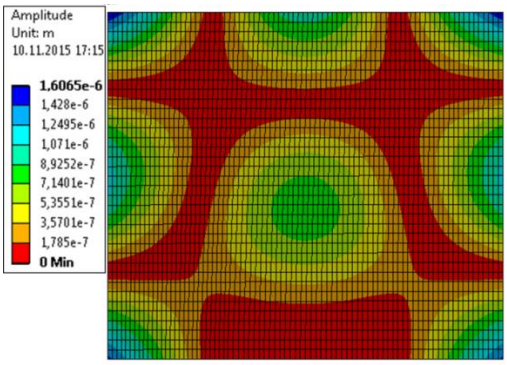
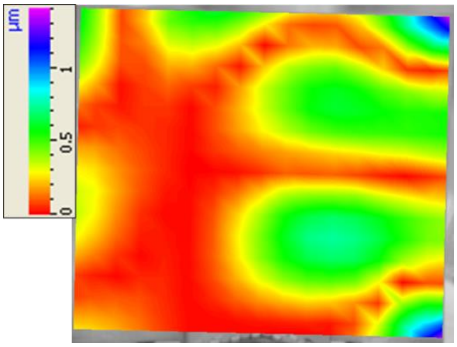
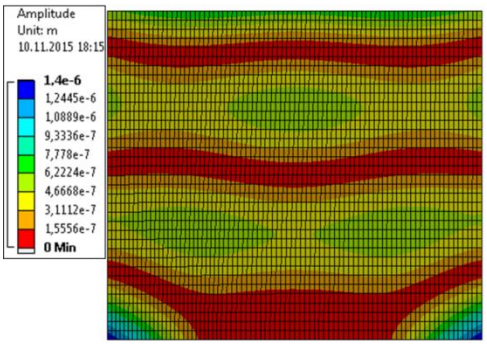
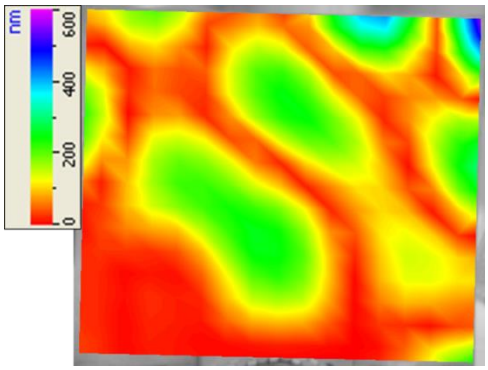
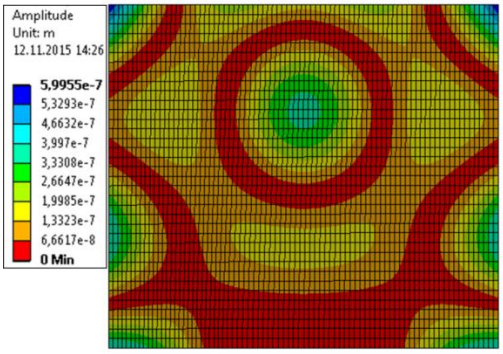


Abbildung 5-47: 6 dB Abnahme bei Verdopplung der Entfernung bei Farfield-Microphone

Es wurden also die vier beispielhaften Eigenfrequenzen mit diesem Modell untersucht. Hierbei wurde stets durch Variation der vorgegebenen Kraft die Verformung aus der LDV-Messung eingestellt und anschließend der Schalldruckpegel am Mikrofonpunkt in einem Meter Entfernung abgelesen. Wie bereits in 5.1.1 erwähnt, lieferten die Messungen mit dem Impedanzmesskopf keine verlässlichen Werte. Tabelle 5-7 zeigt die Ergebnisse.

Tabelle 5-7: Ergebnisse von Messung und Simulation mit der mittigen Einspannung

Messung	Simulation
351 Hz; 31,5 dB	381 Hz; 31,1 dB (1,05 mN)
	
646 Hz; 53,7 dB	626 Hz; 48,2 dB (3,7 mN)
	
767 Hz; 58,3 dB	771 Hz; 45,8 dB (2,1 mN)
	
1181 Hz; 53,2 dB	1114 Hz; 49,5 dB (0,85 mN)
	

Auch hier zeigt sich der Einfluss der Shakerspitze deutlich. Betrachtet man etwa die gemessene Verformung bei 767 Hz im Vergleich zum entsprechenden Simulationsergebnis, fällt auf, dass im Bereich der Anregung (linke Seite der Platte) die Schwingung stark gedämpft wird. Es ist zu erkennen, dass die gemessenen Eigenfrequenzen und die entsprechenden Schalldruckpegel stärker Abweichen, je größer dieses gedämpfte Gebiet ist.

Bei Durchsicht des gesamten Frequenzbereichs in der Auswertung des LDV-Scans finden sich Verformungstopologien, die den Simulationsergebnissen deutlich besser entsprechen zwischen den scheinbaren Eigenfrequenzen bzw. den Verformungsspitzen. Ein passendes Beispiel für die simulierte Eigenfrequenz von 771 Hz liegt bei der LDV-Messung im Bereich von 714 Hz, wie Abbildung 5-48 zeigt.

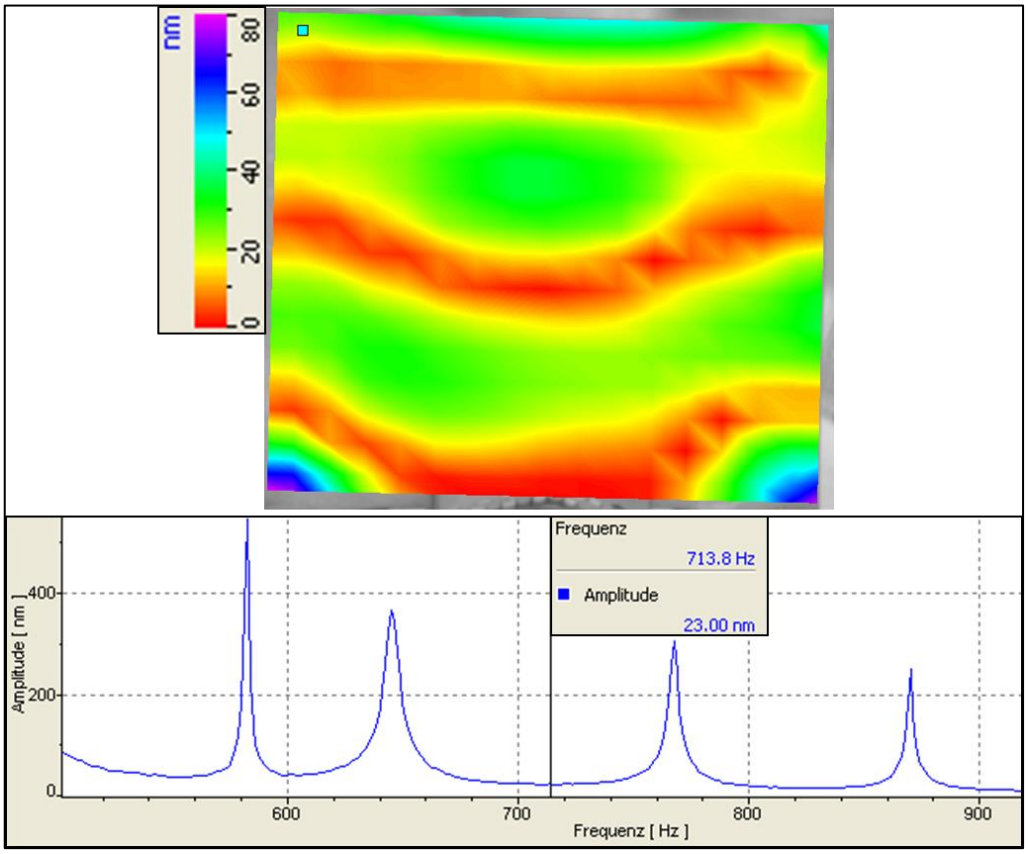


Abbildung 5-48: Verformungstopologie passend zur simulierten Eigenfrequenz von 771 Hz

Es wird also erneut deutlich, dass die hier verwendete Anregung nicht für die Untersuchung der höheren Eigenfrequenzen einer Verhältnismäßig kleinen Struktur geeignet ist. Die numerische Berechnung hat hier Vorteile bezüglich der sauberen Auflösung der Schwingungsformen. Das zeigt auch das Spektrum in Abbildung 5-49, welches mit dem „Farfield“-Modell und einer konstanten Anregung von 2,5 mN erzeugt wurde. Es ist zu erkennen, dass durch die „Erweiterung“ des mechanischen Systems durch den Shaker im Bereich von 480 Hz eine neue Eigenfrequenz entstanden zu sein scheint. Diese Hypothese könnte durch eine Anregung mit einem Lautsprecher in diesem Frequenzbe-

reich überprüft werden, was aus zeitlichen und raumlogistischen Gründen nicht mehr möglich war.

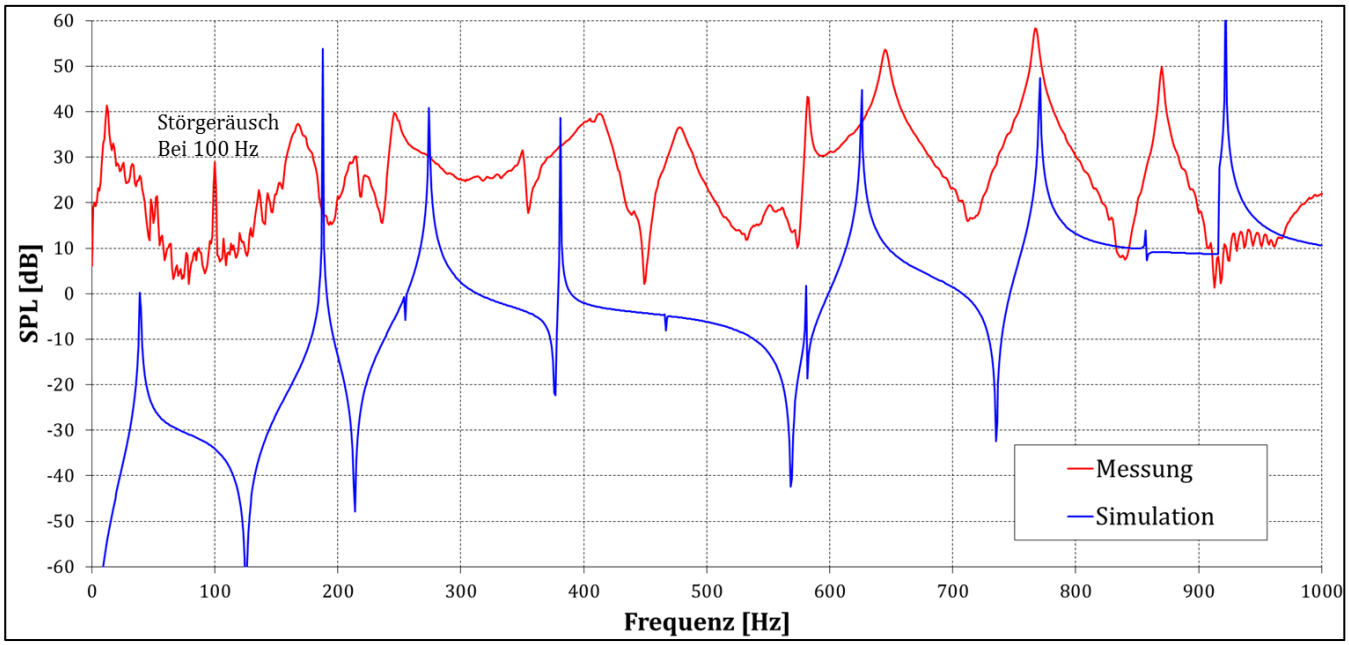


Abbildung 5-49: Spektrum bis 1000 Hz, Lüftergeräusch des LDV-PC's bei 100 Hz

Auch mit der seitlich eingespannte Platte wurden einige Versuche durchgeführt, die zu ähnlichen Ergebnissen führten. Abbildung 5-50 zeigt den Vergleich der akustischen Abstrahlung der Platte durch eine Anregung mit einem Periodic Chirp in 40 cm Entfernung und eine entsprechende Simulation mit einem FEA-Modell.

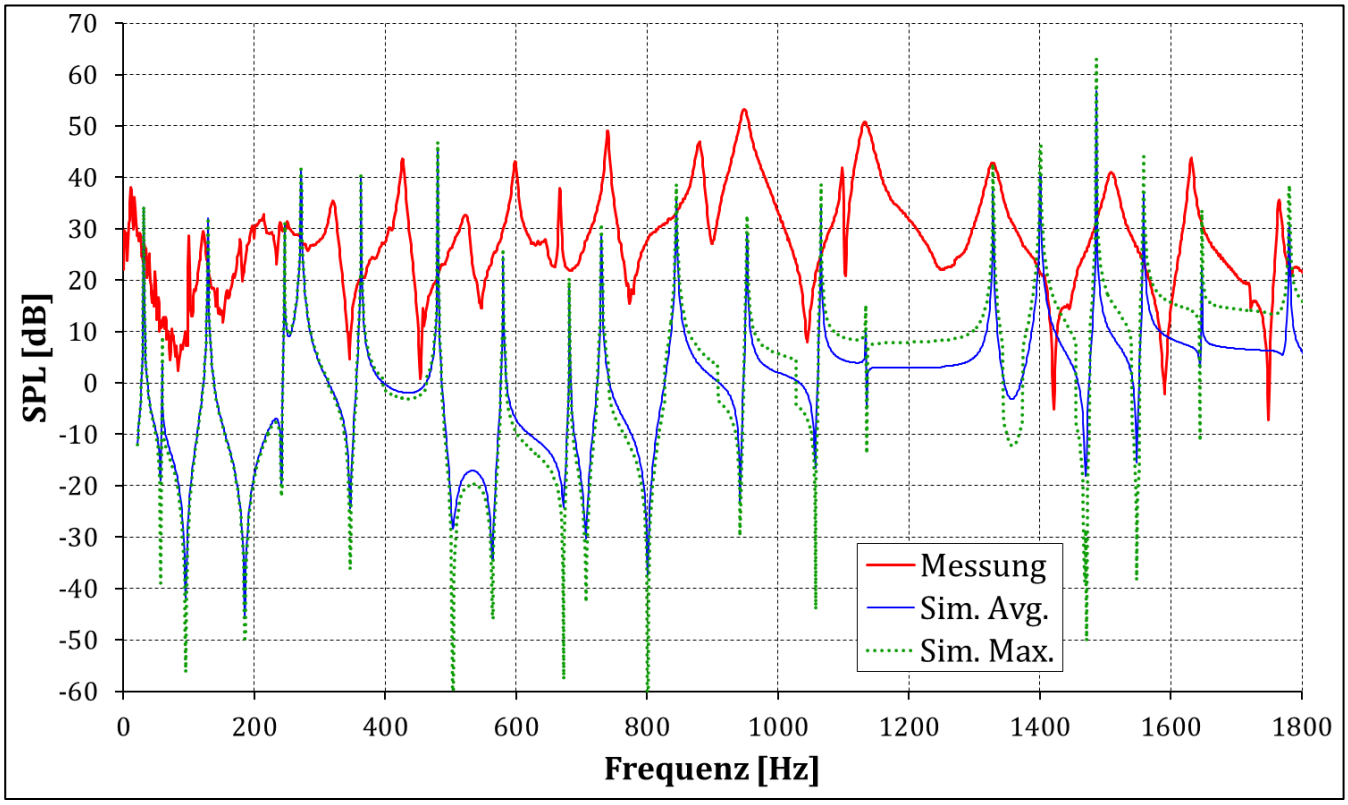
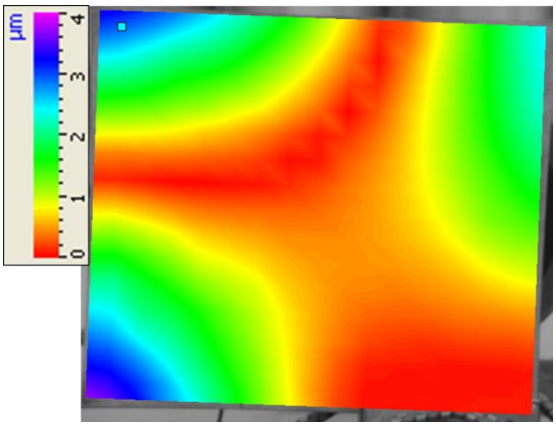
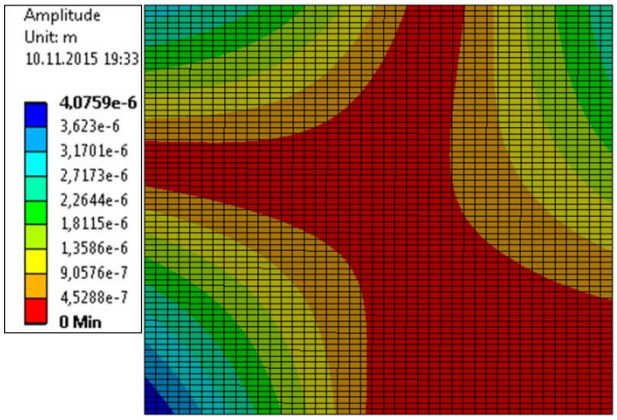
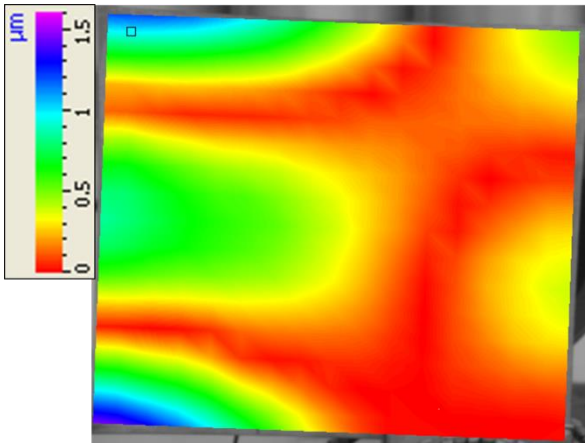
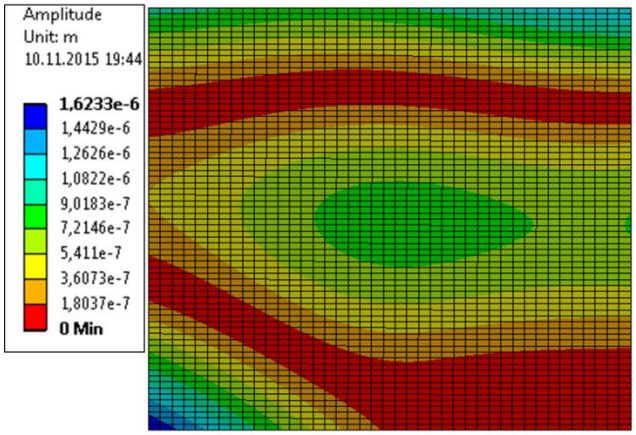


Abbildung 5-50: Gemessenes Spektrum mit FEA-Rechnung, 1,3 mN, Chirp, 40 cm

Analog zum vorherigen Fall, wird hier ebenfalls eine Analyse einzelner Eigenmoden der Platte durchgeführt, um die korrekte Abbildung der Abstrahlung zu prüfen.

Tabelle 5-8: Vergleich einzelner Moden bei seitlich eingespannter Platte

Messung	Simulation
121 Hz; 29,5 dB	129 Hz; 28,0 dB (2,8 mN)
	
320 Hz; 35,5 dB	271 Hz; 41,2 dB (1,7 mN)
	

Es zeigt sich das gleiche Bild wie schon bei der Untersuchung der mittig eingespannten Platte. Bei tiefen Frequenzkomponenten, die in ihrer Schwingungsform nicht stark beeinträchtigt wurden, werden gute Übereinstimmungen vom Verhältnis zwischen Verformung und abgestrahltem Schall erzielt, was für die prinzipielle Güte des numerischen Modells spricht. Die Abweichung bei den weiteren Eigenfrequenzen sind auf den Störeinfluss in der Messung zurückzuführen.

Auch hier konnten die ungestörten Schwingungsformen zwischen den Peaks gefunden werden, Abbildung 5-51 zeigt den entsprechenden Fall für die simulierte Eigenmode bei 271 Hz, welche in der Messung in genau diesem Frequenzbereich auch auftrat. Es ist davon auszugehen, dass es bei den Eigenfrequenzen der Platte zu einer starken Rückkopplung zwischen Shaker und Platte kam und so die Messergebnisse verfälscht wurden, während die Darstellung zwischen den größeren Ausschlägen intakt blieb.

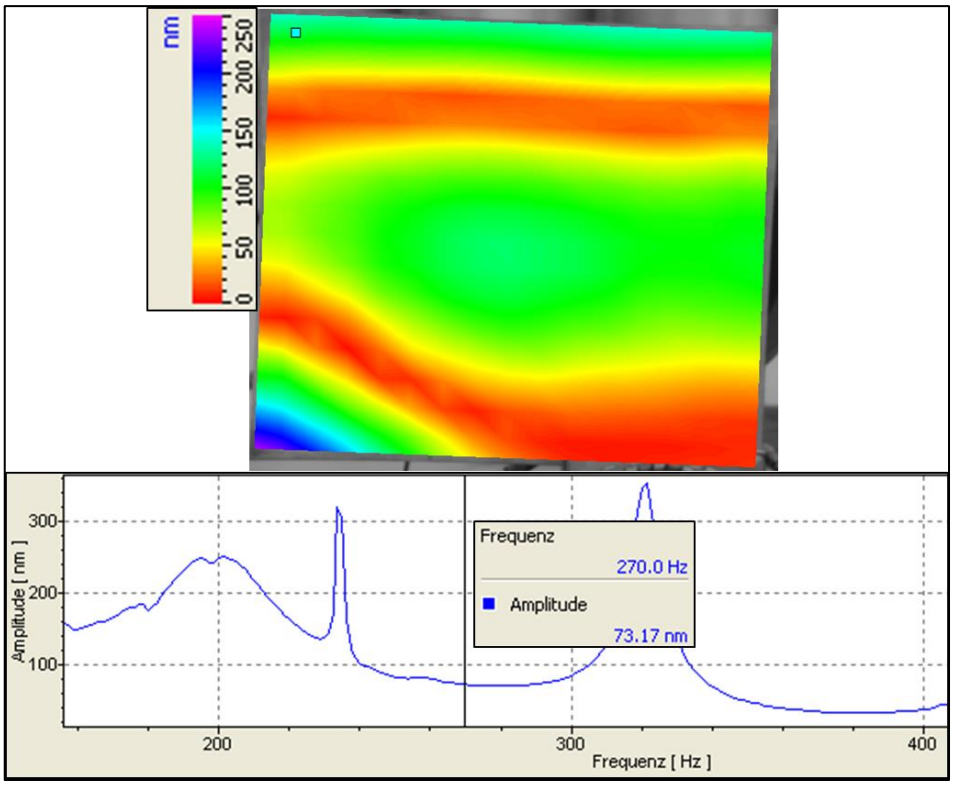


Abbildung 5-51: Verformungstopologie passend zur simulierten Eigenfrequenz von 271 Hz

Die Ergebnisse dieses Versuchs und dem Vergleich der Messungen und Simulationen liefern zwar auf den ersten Blick keine starken Übereinstimmungen, jedoch wird bei genauerer Betrachtung einzelner Frequenzkomponenten klar, dass die Interaktion von Luftschall und Strukturschwingung gut abgebildet werden kann. Die Abweichungen sind zum großen Teil auf die schlechte Vergleichbarkeit der Anregungen in Experiment und numerischem Modell zurückzuführen. So kann die Simulation solcher Problemstellungen zu einem neutraleren Ergebnis führen als eine Messung.

5.5 Transiente Analyse

Transiente akustische Analysen sind rechenintensiv und erzeugen verhältnismäßig große Mengen an Daten. Dennoch kann es von großem Interesse sein, die (akustische) Reaktion eines mechanischen Systems auf ein instationäres Ereignis zu berechnen.

Ein geeigneter Startpunkt für die Überprüfung solcher Berechnungen ist die Anregungen durch einen kurzen Schlag, der in der Simulation als Kraftimpuls angegeben wird. Die anwendungsbezogene Motivation für diesen Versuch liegt vor allem in der Untersuchung von Schlaginstrumenten. Ließe sich etwa der Einfluss des Anschlagsorts auf die Schallabstrahlung zuverlässig numerisch prognostizieren, würden sich zahlreiche musikphysikalische Untersuchungen anbieten. Des Weiteren spielen auch bei technischen Problemstellungen häufig kurze, impulshafte Vorgänge eine Rolle.

5.5.1 Versuchsaufbau und numerisches Modell

Der Versuchsaufbau ist simpel. Die eingespannte Platte wird mit einem kalibrierten Impulshammer an bestimmten Orten angeschlagen und das Kraftsignal des Hammers, sowie die resultierende Schallabstrahlung aufgezeichnet. Die Mikrofonmessung erfolgte bei allen Versuchen in 40 cm Entfernung vom Mittelpunkt der Platte mit einer Abtastrate von 10 kHz, die Anschlagspositionen sind auf Abbildung 5-52 dargestellt.

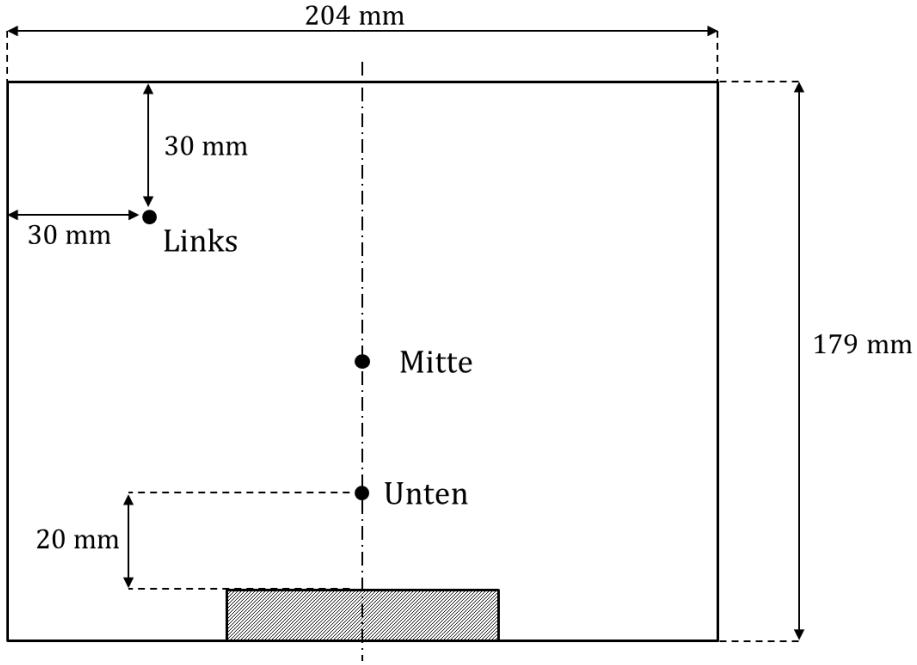


Abbildung 5-52: Anschlagspositionen für die Messungen mit dem Impulshammer

Die Messungen erfolgten innerhalb eines Blocks von einer Sekunde Länge. Dieser Zeitraum reichte aus, um die Platte nach Start der Messung anzuschlagen und ausreichend ausklingen zu lassen. Der Störeinfluss der 0,05-0,1 Sekunden Ruhe zwischen Start und Schlag wurde für die vorliegende Anwendung als vernachlässigbar eingestuft. Abbildung 5-53 zeigt einen Ausschnitt des Zeitverlaufs einer Messung und zeigt, dass die Schwingung bereits nach einer halben Sekunde stark abgeklungen ist.

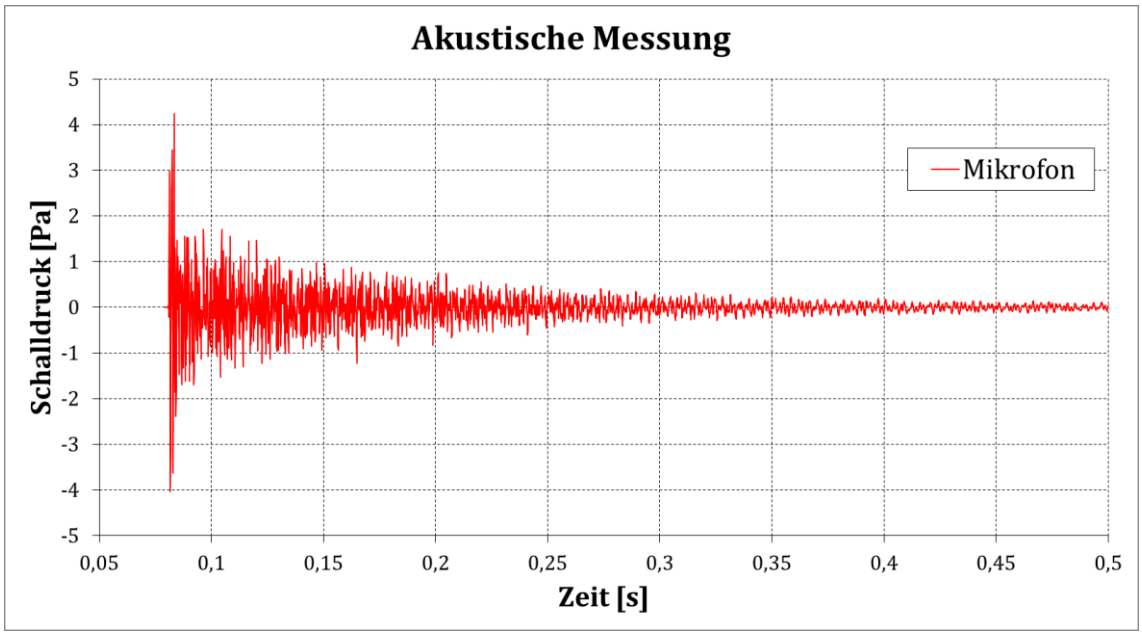


Abbildung 5-53: Beispielhafter akustischer Zeitverlauf (Mittiger Anschlag, 100 N)

Da die Abstrahlrechnung mit Greenschen Funktionen in Ansys nur im Frequenzbereich möglich ist, kam hier ausschließlich ein FEA-Modell zum Einsatz. Der Anschlag wurde dem Aussgangssignals des Impulshammers entsprechend definiert. Abbildung 5-54 zeigt ein Beispielsignal. Der Zeitverlauf der Anregung wird möglichst simpel angenähert – es stellte sich als günstig heraus aus der Dauer und dem Spitzenwert des Schlags einen Impuls in Ansys vorzugeben.

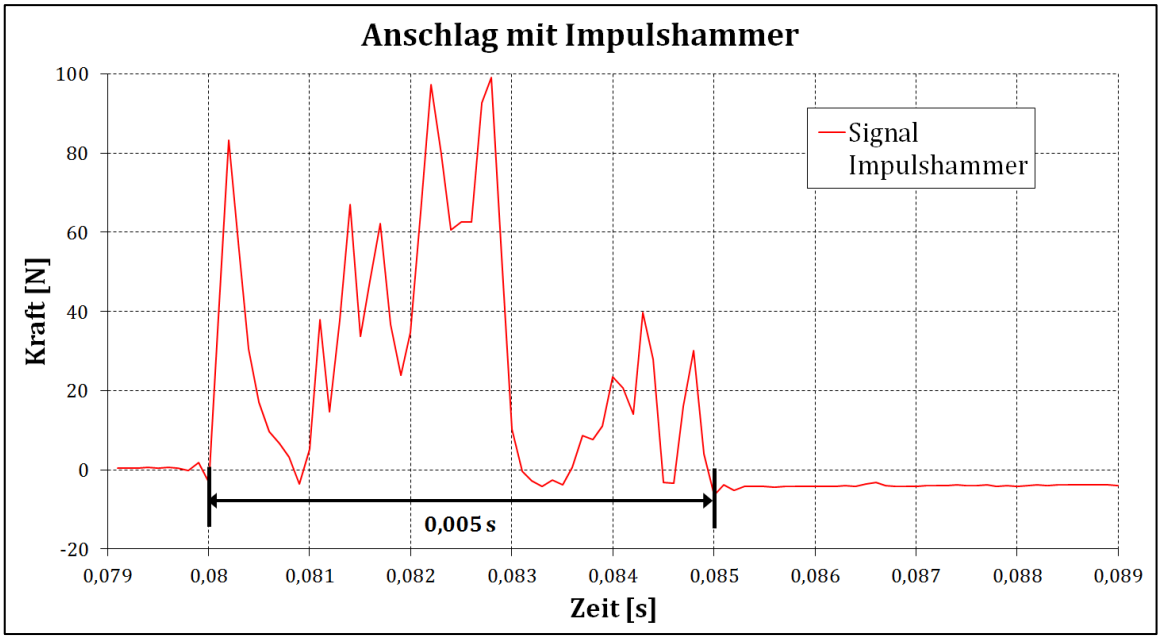


Abbildung 5-54: Kraftsignal des Impulshammers

Abbildung 5-55 zeigt die örtliche und zeitliche Definition der Anregung in Ansys für den mittigen Anschlag.

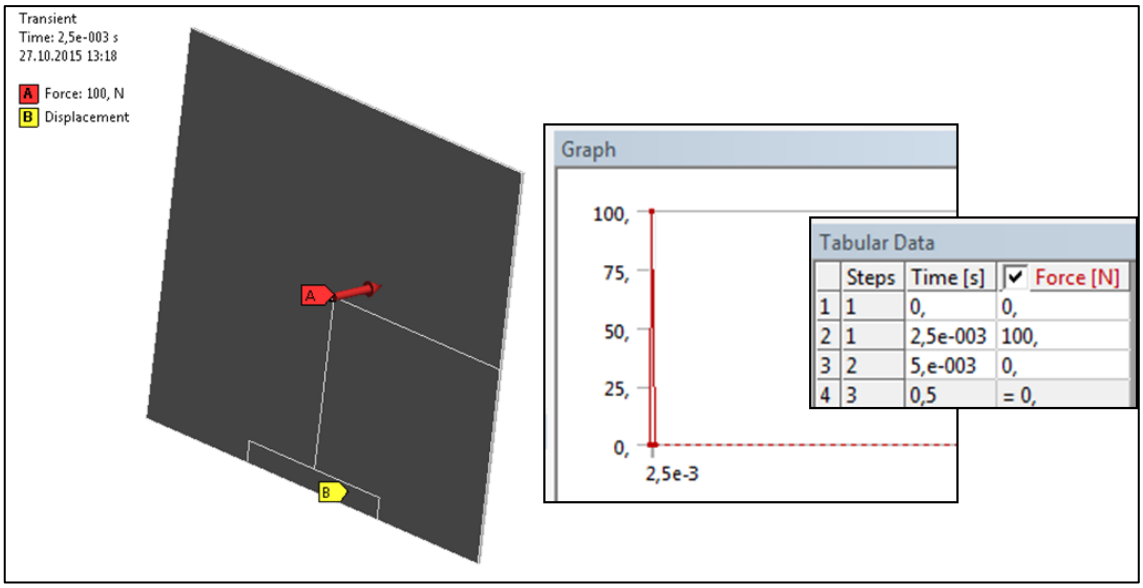


Abbildung 5-55: Definition der Anregung in Ansys

Die Netzauflösung wurde wie bisher mit einer globalen Elementgröße von 0,005 m vorgegeben und als Zeitschritt, entsprechend der Abtastrate der Messungen, 0,1 ms gewählt. Bei der Darstellung höherer Frequenzen ist in diesem Fall die zeitliche Auflösung der begrenzende Faktor. Es ist zu erwarten, dass Frequenzanteile über etwa 1000 Hz nicht mehr korrekt dargestellt werden. Die Gesamtdauer der simulierten Zeitverläufe beträgt 0,5 Sekunden, was eine Frequenzauflösung von 2 Hz in einer FFT zur Folge hat. Außerdem ist es nötig zu erwähnen, dass das numerische Modell keine Dämpfung enthält – eine Abbildung des Abklingverhaltens ist also nicht möglich.

5.5.2 Ergebnisse

Ein Vorzug der transienten Simulation, ist die Möglichkeit die Reaktion des Systems in Form einer Animation darzustellen, da für jeden Zeitschritt ein vollständiges Ergebnis erstellt wird. Dies erlaubt einen detaillierten Einblick in die physikalischen Vorgänge und kann im Fall einer akustischen Untersuchung beispielsweise die genaue Lokalisierung von Schallquellen vereinfachen. Abbildung 5-56 zeigt die Ausgabe der strukturellen Verformung im Zeitverlauf. Hier zeigt sich, dass das Modell von der angegebenen Anregung in eine erwartungsgemäße und plausible Bewegung versetzt wurde.

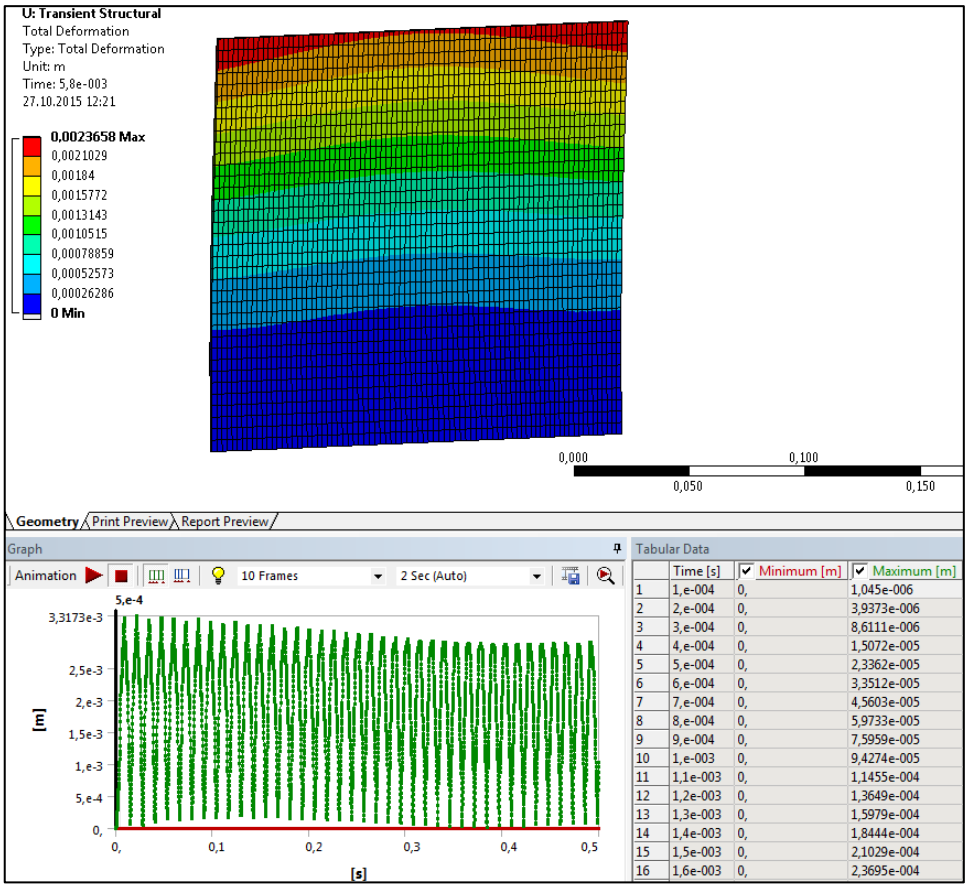


Abbildung 5-56: Zeitverlauf der Verformung in Ansys

Abbildung 5-57 zeigt die Ausgabe des resultierenden Schalldruckverlaufs im Quaderförmigen akustischen Berechnungsgebiet. Die Tabellenwerte geben die Maximal- und Minimalwerte für jeden Zeitschritt im gesamten Körper an.

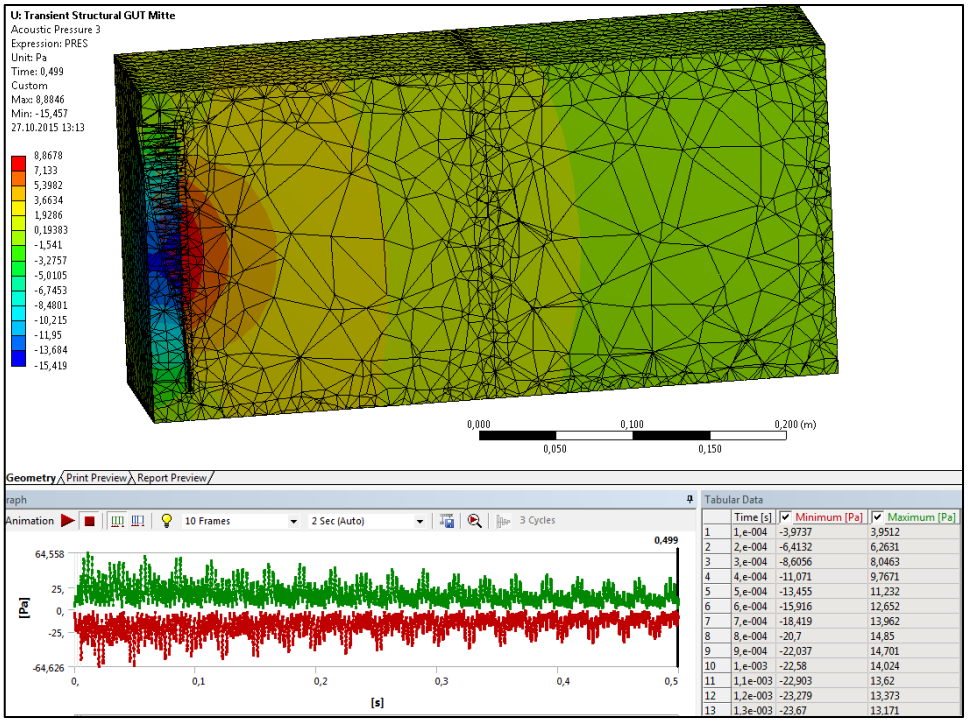


Abbildung 5-57: Akustischer Zeitverlauf und Schallfeld in Ansys

Um eine Auswertung zu erhalten, die einer Mikrofonmessung besser entspricht, wurde der Schalldruck auf einer Teilfläche der Rückseite des Berechnungsgebiets bestimmt, Abbildung 5-58 zeigt den Zeitverlauf an diesem Ort. Schon hier fällt auf, dass das Signal zwei sehr dominante, tiefe Frequenzanteile enthält.

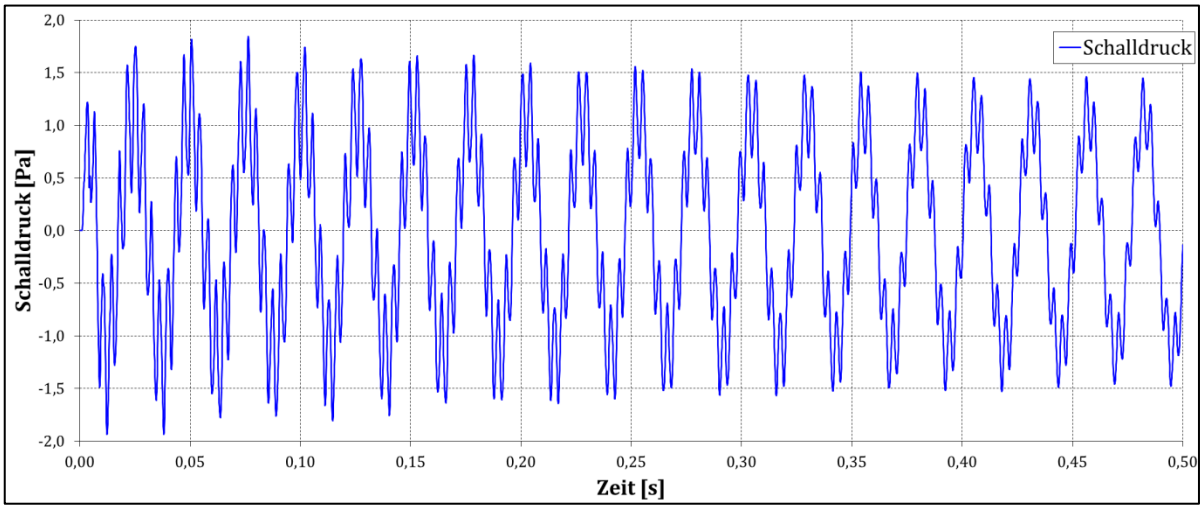


Abbildung 5-58: Simulierter Zeitverlauf

Um einen genaueren Eindruck der Qualität zu erhalten wurden die Ergebnisdateien der transienten Simulationen in Ansys CFD-Post geladen und mit Hilfe der „Chart"-Funktion Frequenzspektren in dB erstellt. Abbildung 5-59 zeigt den Vergleich mit dem gemessenen Spektrum für den mittigen Anschlag.

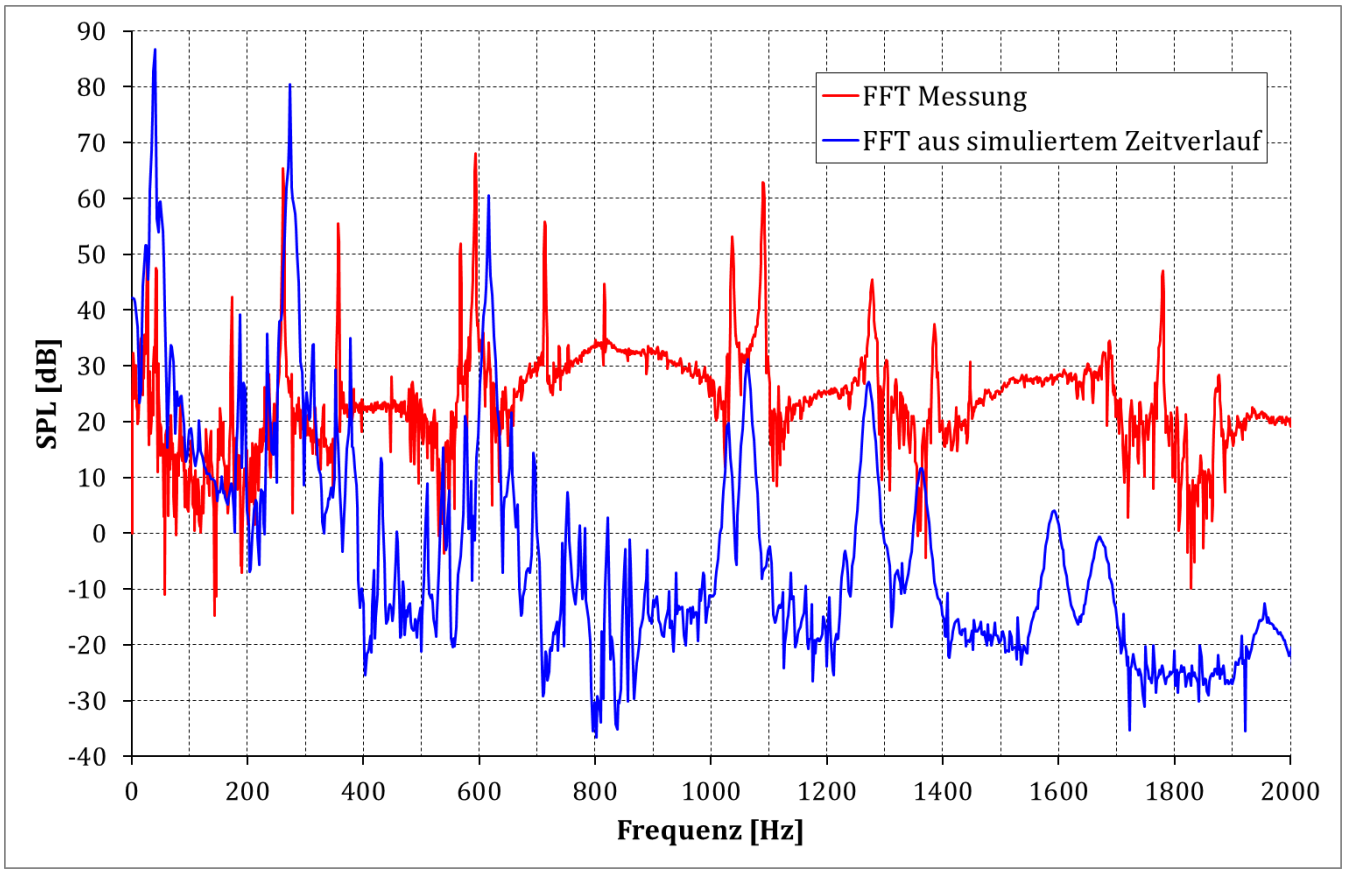


Abbildung 5-59: Sprektren aus Messung und simuliertem Zeitverlauf

Wie der Zeitverlauf bereits vermuten ließ, wurden die tiefsten Frequenzkomponenten stark überbewertet. Auch der erwartete Abfall der Pegel um 1000 Hz ist deutlich zu erkennen. Allerdings zeigen sich auch zahlreiche Gemeinsamkeiten der beiden Spektren, die angesichts der zeitlichen Auflösung und überschaubaren Simulationszeit von etwa 14 Stunden als Erfolg zu bewerten sind.

Da in den vorangegangenen Simulationen ein überproportionaler Abfall des Schalldrucks über die Entfernung von der Quelle aufgefallen ist, wurden die Ergebnisse auch auf einer Fläche 20 cm von der Platte entfernt abgenommen. Um die Spektren, die aus diesen Werten erstellt wurden mit den Messergebnissen vergleichen zu können, wurden auf die gemessenen Spektren frequenzlinienweise 6 dB addiert.

Ein Vergleich der so erzeugten Frequenzspektren zeigt Abbildung 5-60.

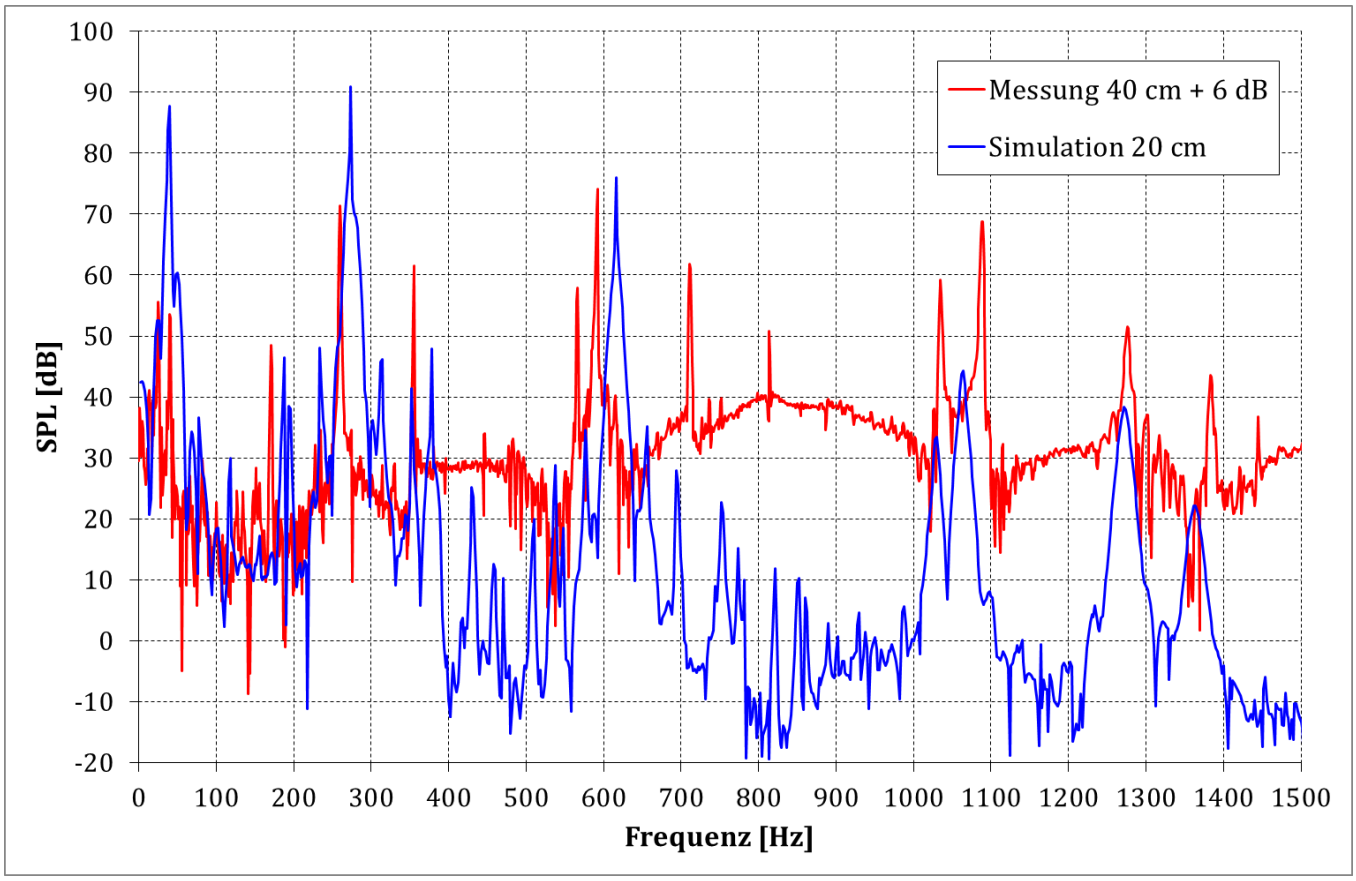


Abbildung 5-60: Vergleich von Messung (40 cm + 6 dB) und Simulation (20 cm)

Es wird erneut deutlich, dass die simulierten Amplituden überproportional zunehmen. Der Effekt ist zudem bei höheren Frequenzen ausgeprägter, wie ein Vergleich der beiden tiefsten Eigenfrequenzen des simulierten Spektrums in Abbildung 5-59 und Abbildung 5-60 sehr deutlich zeigt. Somit wird in der Variante mit der kleineren Messdistanz die Gesamtabweichung von Messung und Simulation etwas kleiner. Die Berechnungen der weiteren Anschlagspositionen wurden folglich mit einem verkleinerten akustischen Berechnungsgebiet durchgeführt, was sich zusätzlich positiv auf die Simulationsdauern auswirkte (etwa 8 Stunden).

Die Ergebnisse für die verschiedenen Anschlagsorte werden in den Abbildung 5-61 bis Abbildung 5-64 paarweise (Mitte-links und Mitte-unten) gezeigt. Durch die fehlende Dämpfung in der Simulation, die stark vereinfachte Angabe der Anregung und den Limitierungen bei der Darstellung hoher Frequenzen ist nicht zu erwarten, dass die absoluten Amplitudenwerte der Messungen erreicht werden. Der Fokus liegt hier darauf, ob die Begünstigung bestimmter Frequenzkomponenten durch eine Veränderung der Anschlagsstelle realitätsgetreu abgebildet wird.

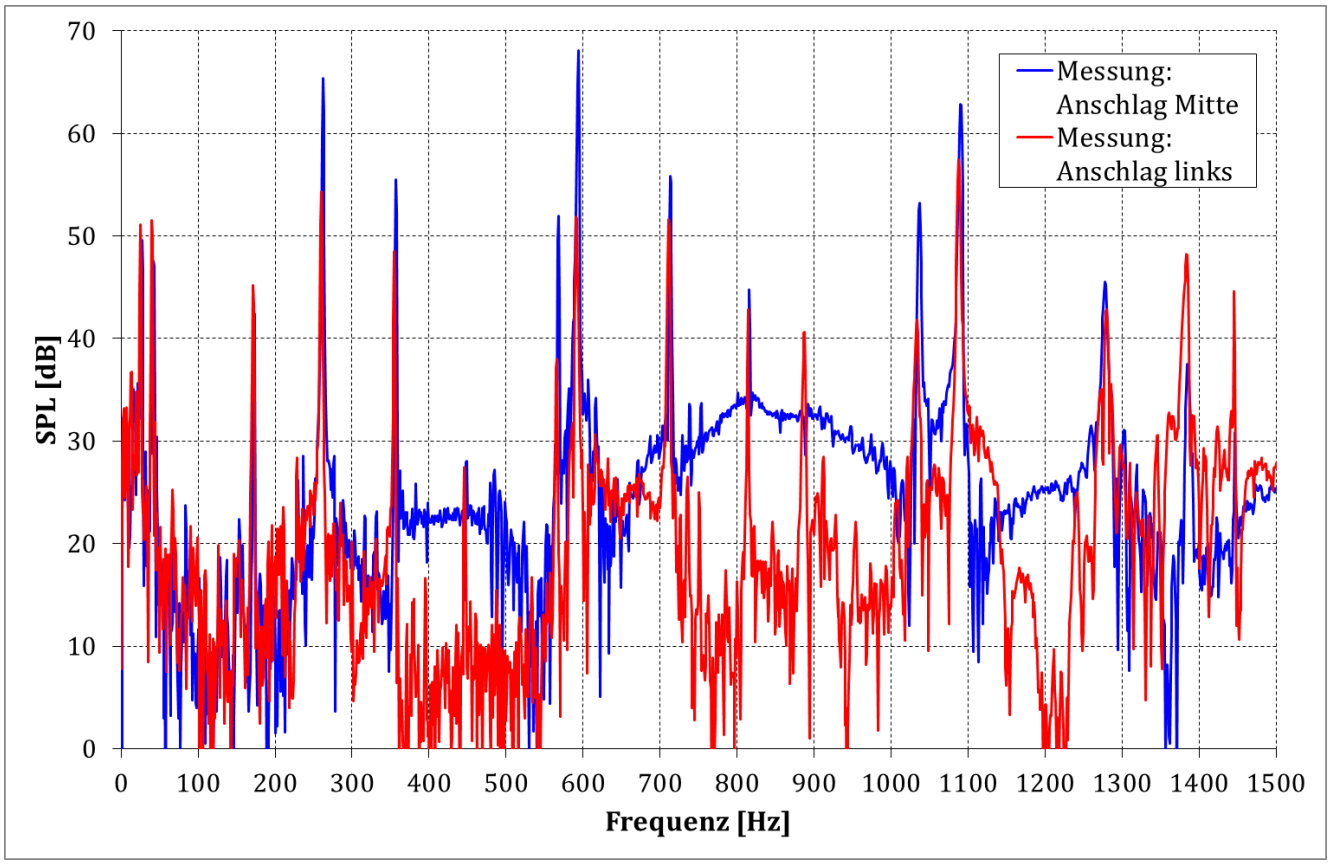


Abbildung 5-61: Gemessene Spektren von den Anschlagsstellen Mitte und links

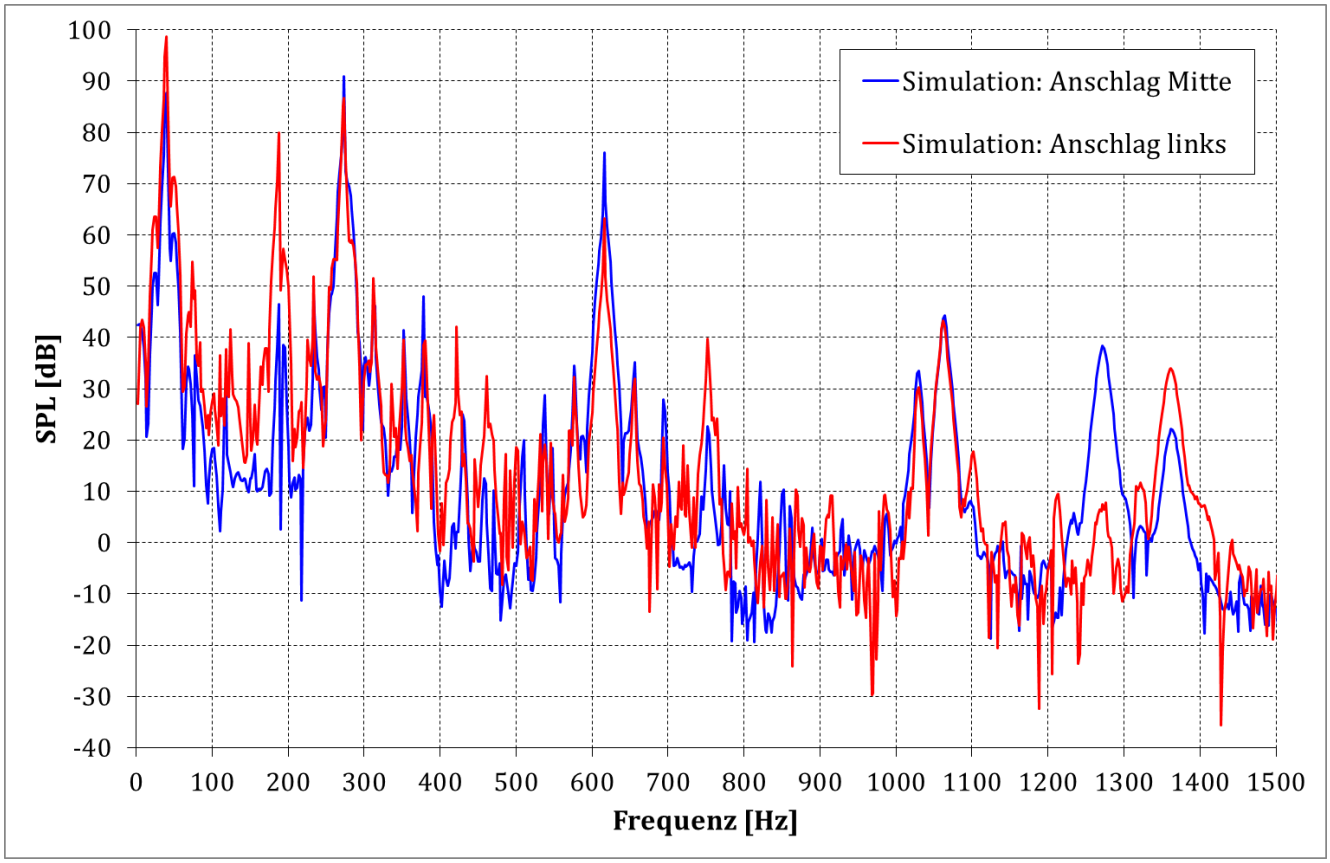


Abbildung 5-62: Simulierte Spektren von den Anschlagsstellen Mitte und links

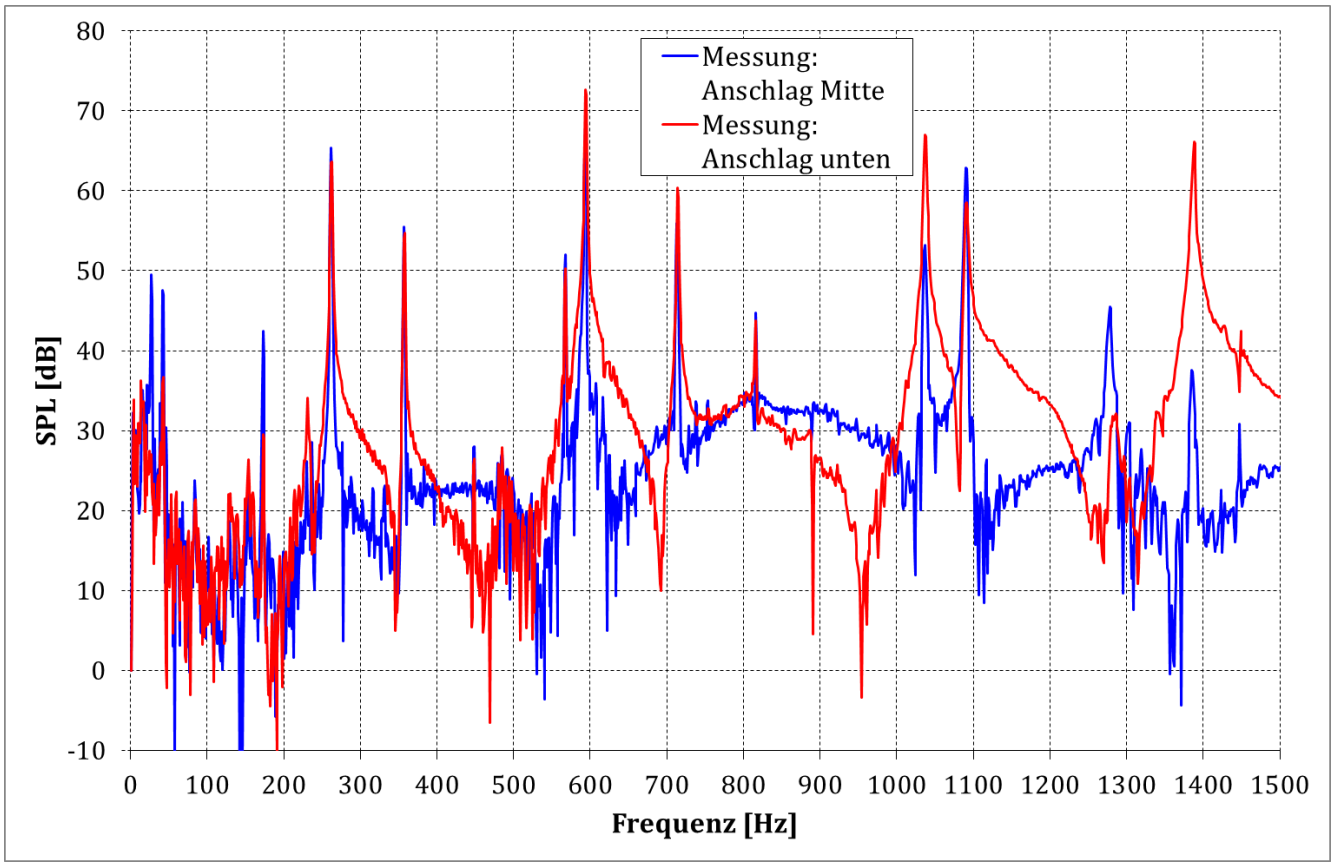


Abbildung 5-63: Gemessene Spektren: Mitte und unten

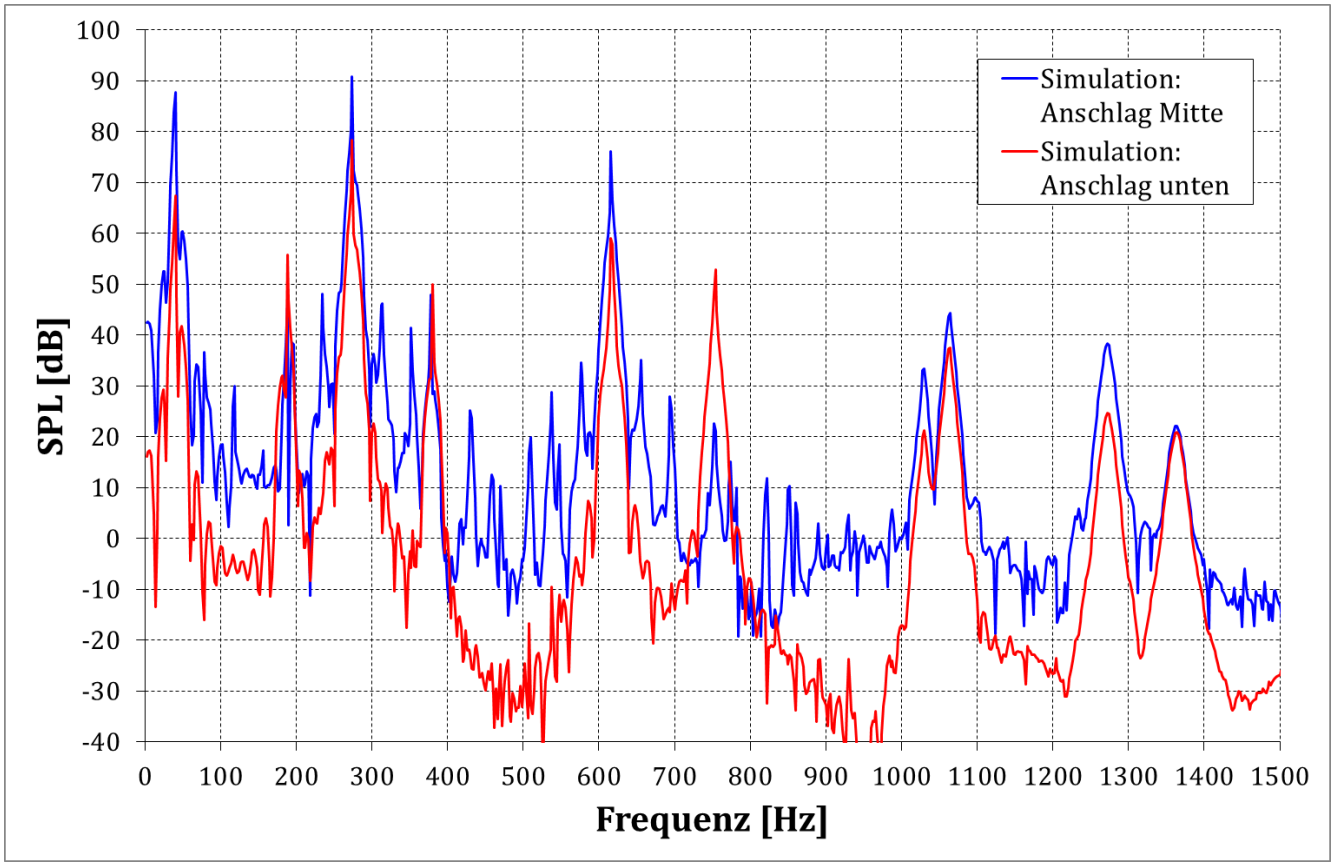


Abbildung 5-64: Simulierte Spektren: Mitte und unten

Die Spektren zeigen, dass der Effekt der unterschiedlich platzierten Treffpunkte in der transienten Rechnung mit wenigen Ausnahmen gut bis sehr gut prognostiziert wird. Auf Seiten des Experiments, könnte sich durch das Mitteln mehrerer Anschläge ein deutlicheres Ergebnis ergeben. Es müsste allerdings idealerweise ein Weg gefunden werden, die Anschlagsstärke konstant zu halten.

Gemessen an dem verhältnismäßig geringen Berechnungsaufwand lieferte die Frequenzanalyse aus simulierten Zeitverläufen zufriedenstellende Ergebnisse. Durch den Einsatz von leistungsfähigeren Simulationsrechnern und entsprechend feineren Zeitschritten und Berechnungsnetzen, sollte es möglich sein, die Qualität der Ergebnisse weiter zu steigern. Auch die Erstellung detaillierter Animationen von Strukturschwingungen und der resultierenden Abstrahlung kann von Interesse sein. Eine Berechnung von Gesamtpegeln und RMS-Werten ergibt erst Sinn, wenn die gedämpfte Schwingung der Struktur in irgendeiner Weise berücksichtigt wird und der komplette relevante Frequenzbereich der jeweiligen Anwendung durch die entsprechende Diskretisierung erfasst werden kann.

6 Ausblick

Aufbauend auf den theoretischen Grundlagen des Berechnungsverfahrens und den Ergebnissen der experimentellen Validierung der numerischen Methode, lässt sich ein Ausblick für mögliche Anwendungsgebiete der Finite-Elemente-Akustik formulieren. Auch weitere Möglichkeiten zur Optimierung des Simulationsverfahrens, die den Umfang dieser Arbeit überstiegen hätten werden aufgezeigt.

6.1 Numerische Optimierung

Ein offensichtlicher Schritt zur weiterführenden numerischen Optimierung bzw. für besseres Verständnis der Methode wären umfangreiche Netzstudien und die Dokumentation der Effekte verschiedener Randbedingungen, wie z.B. dem Arbeiten mit akustischen Impedanzen.

Bezüglich der transienten Simulationen wäre die Einführung von Dämpfung von Interesse, um das reale Abklingverhalten von mechanischen Strukturen besser modellieren zu können. Ein möglicher Ansatz wäre die Rayleigh Dämpfung, welche die Dämpfungsmatrix als Linearkombination der Massen- und Steifigkeitsmatrizen ausdrückt. Die hierfür benötigten Koeffizienten können in Ansys Mechanical angegeben werden (Abbildung 6-1), allerdings muss ein geeignetes Verfahren diese zu ermitteln erprobt werden.

Damping Controls	
Stiffness Coefficient...	Direct Input
Stiffness Coeffici...	0,
Mass Coefficient	0,

Abbildung 6-1. Eingabe der Koeffizienten für die Rayleigh-Dämpfung

Um den Berechnungsaufwand möglichst klein zu halten, sollten umfangreiche Versuche bezüglich der Reduktion der numerischen Modelle durchgeführt werden. So könnte es möglich sein, das Fluidvolumen lediglich als Teilabschnitt der vollen Geometrie (Kugel, Quader etc.) zu modellieren und trotzdem aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten.

Ein gewisser Erfahrungsschatz über derartige Vereinfachungen könnte ein deutlich effizienteres Arbeiten mit vibroakustischen Simulationen erlauben. Abbildung 5-61 zeigt ein Beispiel für die Reduktion des Luftvolumens als Kugelscheibe.

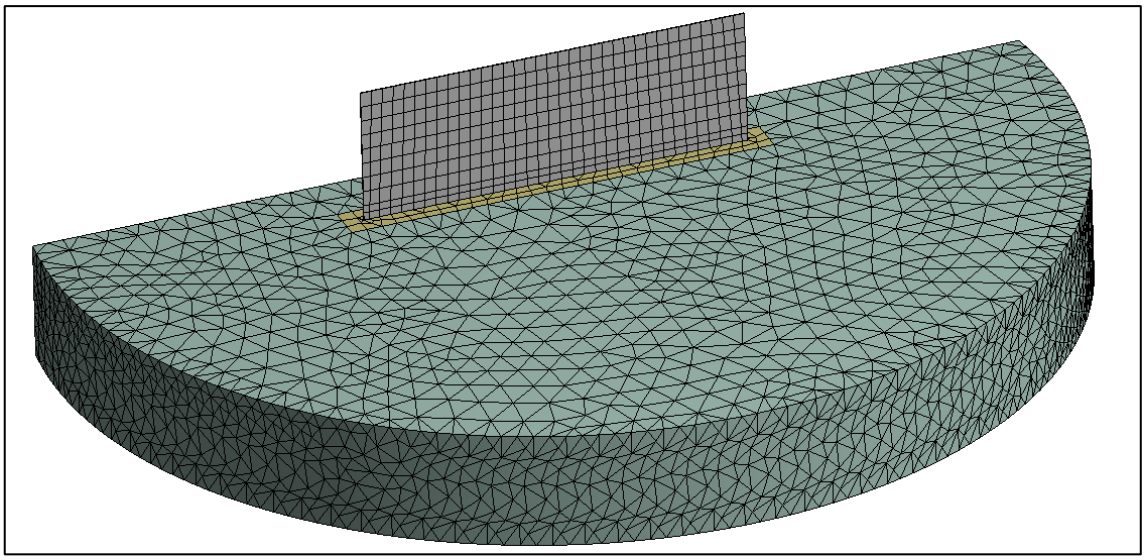


Abbildung 6-2: Modellierung des Fluidvolumens als Kugelscheibe

Im Rahmen dieser Arbeit wurden bereits einige verschiedene Möglichkeiten zur Auswertung der Simulationsergebnisse gezeigt, jedoch sind noch zahlreiche weitere Methoden denkbar. Bei der Auswertung von akustischen Größen in Punkten, auf Flächen und in Volumina sollte weiterführend untersucht werden, welche Variante sich für gegebene Problemstellungen am besten eignet, bzw. beispielsweise mit einer Mikrofonmessung vergleichbar ist. Auch die Weitergabe der Daten an andere Software wie Matlab oder Ansys CFD-Post verspricht nützliche Auswertungsmethoden, da der Funktionsumfang von Ansys Mechanical hier nicht mit Blick auf akustische Probleme entwickelt wurde. Die Postprocessing-Sektion von Ansys CFX bietet hingegen Darstellungsmöglichkeiten, die optimal auf Fluidvolumina angepasst sind (Abbildung 6-4).

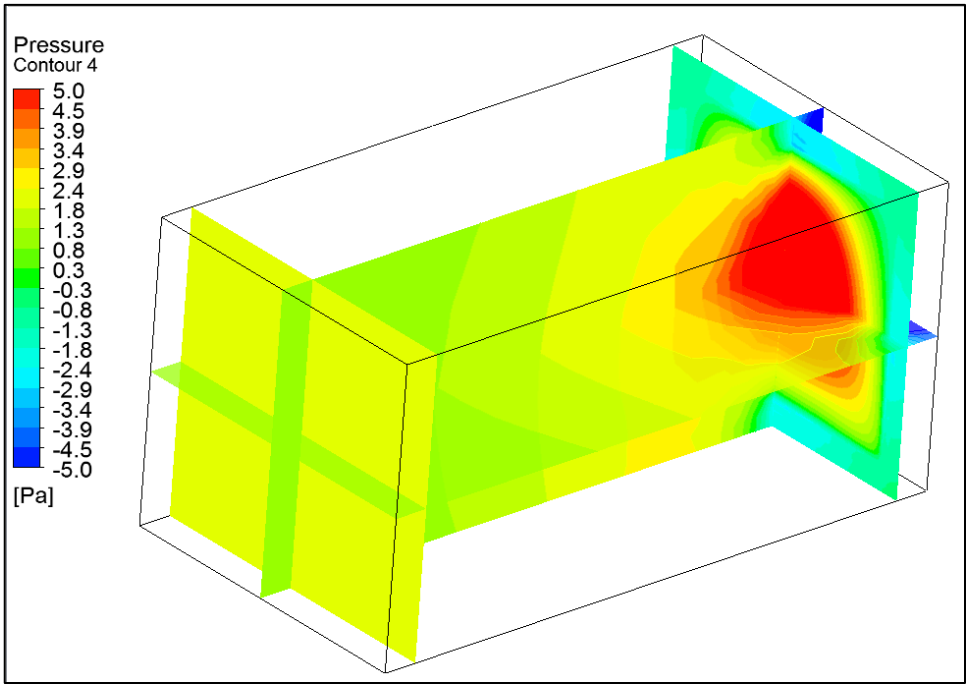


Abbildung 6-3: Beispielauswertung eines Zeitschritts in Ansys CFD-Post

6.2 Anwendung

Die experimentelle Validierung der Simulationsergebnisse hat gezeigt, dass die erarbeiteten Verfahren in der Praxis nutzbar sind, wenn die Stärken und Schwächen verschiedener Modelle und Analysetypen bekannt sind. Nachfolgend werden einige mögliche Anwendungsbeispiele aus Technik und musikalischer Akustik genannt.

6.2.1 Technik

Bei zahlreichen technischen Anwendungen spielt die akustische Reaktion einer Struktur auf eine mechanische oder akustische Anregung eine große Rolle. Beispiele sind etwa Gehäusevibrationen von Hausgeräten und Wärmepumpen oder auch Masten von Windenergieanlagen. Vor allem in der Produktentwicklung kann es von großem Nutzen sein das akustische Verhalten schon früh im Entwicklungsprozess abschätzen zu können. Dies kann so schnell und ressourcenschonend umgesetzt werden, da 3D-Geometrien der betreffenden Bauteile meist vorhanden sind.

Ein weiteres mögliches Einsatzgebiet ist die Berechnung von Schallausbreitung in Rohren, unter Berücksichtigung höherer Rohrmoden, bei denen sich der Schalldruck nicht gleichmäßig über den Rohrquerschnitt ausbreitet. Im Falle von strömungsinduziertem Schall müsste jedoch ein Weg gefunden werden, diese Anregung in das FEA-Modell einzubringen.

Die höheren Rohrmoden berechnen sich nach [Stahl, 1985] mit dem Bessel-Koeffizienten $j'_{(m,n)}$, dem Rohrradius R, der Schallgeschwindigkeit c und der Machzahl Ma mit:

$$f_{(m,n)} = \frac{j'_{(m,n)}}{2\pi R} c\sqrt{1 - Ma^2} \tag{6.1}$$

Abbildung 6-4 zeigt die qualitative Druckverteilung einiger höherer Rohrmoden und ein Berechnungsbeispiel für einen Rohrdurchmesser von 0,4 m, $c_{Luft} = 344\frac{m}{s}$ und einer Machzahl von Null, um einen Vergleich mit der akustischen Modalanalyse in Ansys zu ermöglichen

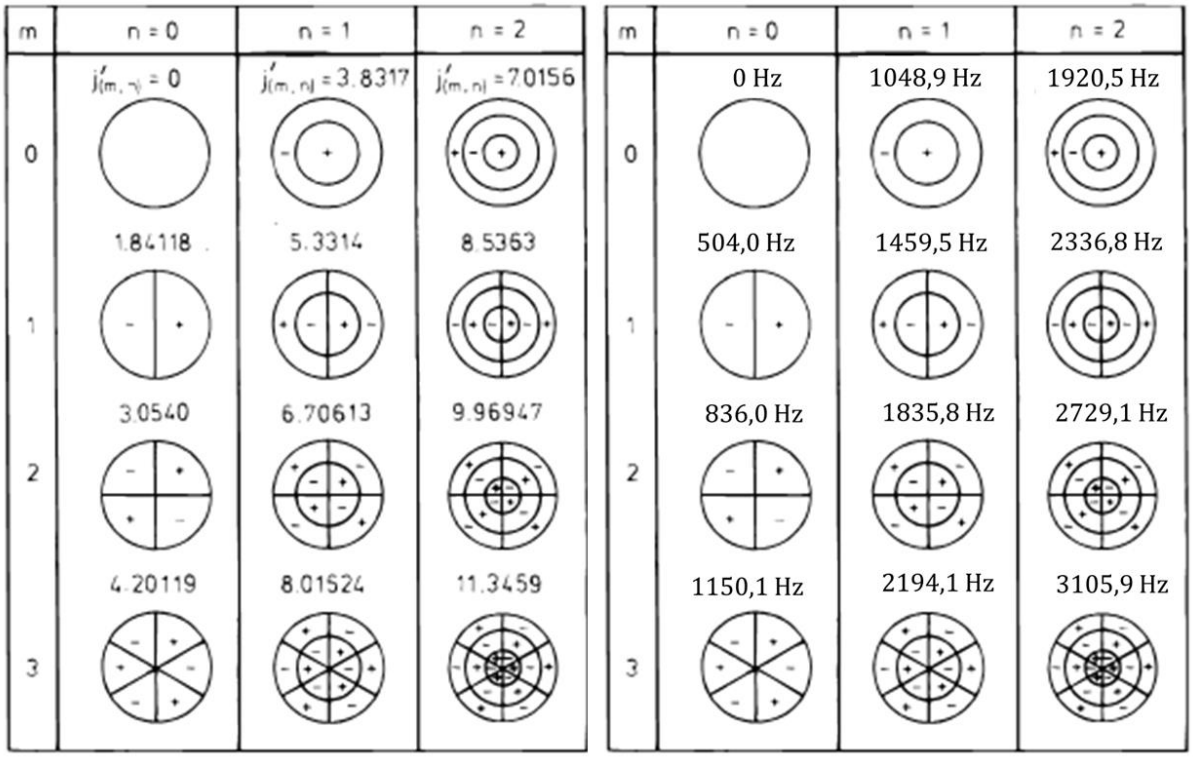
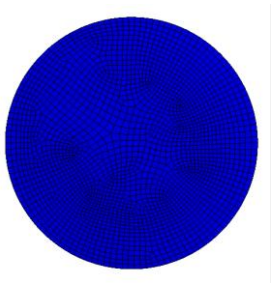
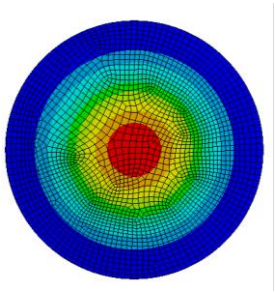
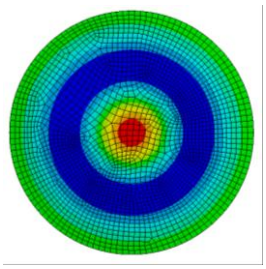
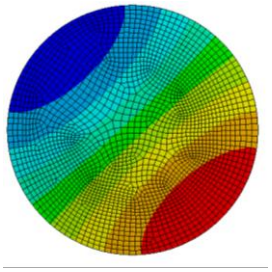
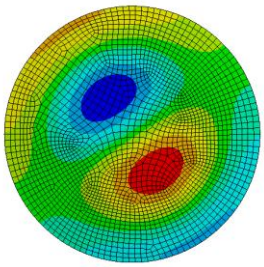
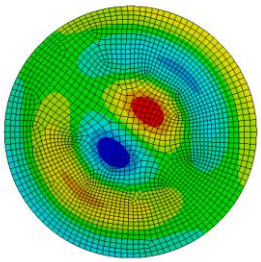
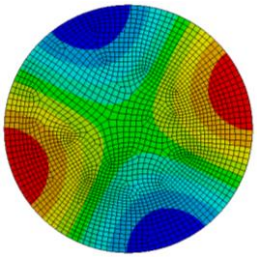
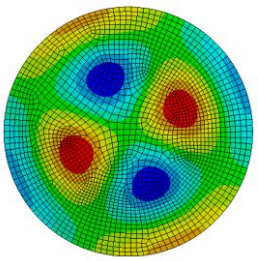
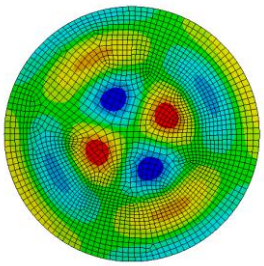
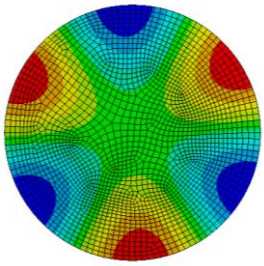
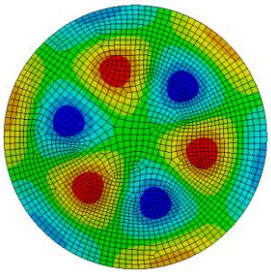
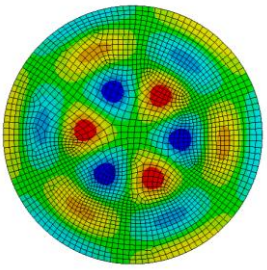


Abbildung 6-4: Druckverteilung der Rohrmoden, Besselkoeffizienten (li.) und Beispielrechnung (re.) [Stahl, 1985]

Tabelle 6-1: Akustische Modalanalyse eines zylindrischen Rohrs (D=400 mm) zeigt die Ergebnisse der Modalanalyse mit den entsprechenden Parametern. Die analytisch berechneten Werte wurden dabei mit großer Genauigkeit erreicht und die Druckverteilung über den Rohrquerschnitt korrekt dargestellt.

Tabelle 6-1: Akustische Modalanalyse eines zylindrischen Rohrs (D=400 mm)

m	n = 0	n = 1	n = 2
0	0 Hz 	1046,6 Hz 	1916,3 
1	502,9 Hz 	1456,2 Hz 	2331,6 Hz 
2	834,2 Hz 	1831,7 Hz 	2723,1 Hz 
3	1147,5 Hz 	2189,3 Hz 	3099,1 Hz 

6.2.2 Musikalisches

Vor allem die Versuche mit der transienten Simulation einer Impulshaften Anregung einer Struktur versprechen erfolgreiche Anwendungen in der musikalischen Akustik. Da der Einfluss des Anschlagsortes bei ausreichend feiner Diskretisierung gut dargestellt werden kann, könnten ähnliche Untersuchungen mit Schlaginstrumenten durchgeführt werden. Abbildung 6-5 zeigt die numerische Berechnung einer Stimmgabel und die Darstellung des charakteristischen Abstrahlmusters mit Hilfe einer „Farfield Contour“, also einer Projektion der Schallabstrahlung durch Greensche Funktionen auf eine Fläche außerhalb des FEA-Berechnungsgebiets.

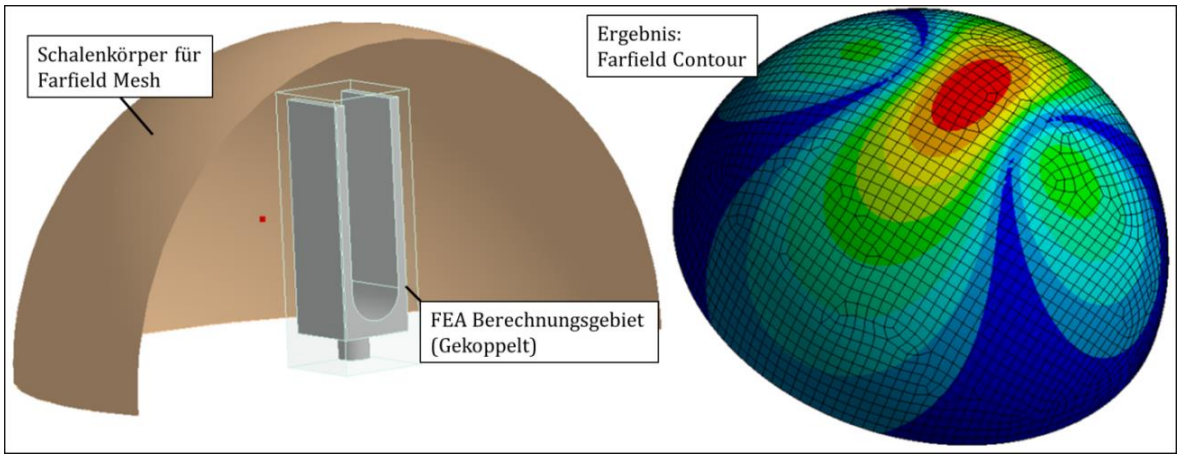


Abbildung 6-5: Darstellung der charakteristischen Schallabstrahlung einer Stimmgabel

Ein gutes Beispiel hierfür ist die Triangel, die ein komplexes Zusammenspiel von geometrischen Varianten und Ort und Stärke des Anschlags aufweist. Eine Triangel kann durch ihre spezielle Geometrie viele verschiedene Schwingungsformen annehmen, deren Eigenfrequenzen keine ganzzahligen Vielfachen aufweisen, also keine Harmonischen voneinander sind [Fletcher, 1991]. Aufzuzeigen, wie verschiedene Parameter das Zusammenspiel dieser Frequenzkomponenten beeinflussen, stellt ein interessantes Forschungsgebiet dar. Ausschnitte des Zeitverlaufs einer transienten Simulation mit einer selbstgewählten Triangelgeometrie sind in Abbildung 6-6 zu sehen. Bei genügend feiner Auflösung im zeitlichen Bereich kann im Detail nachverfolgt werden, welche Teile der Triangel an der Abstrahlung beteiligt sind.

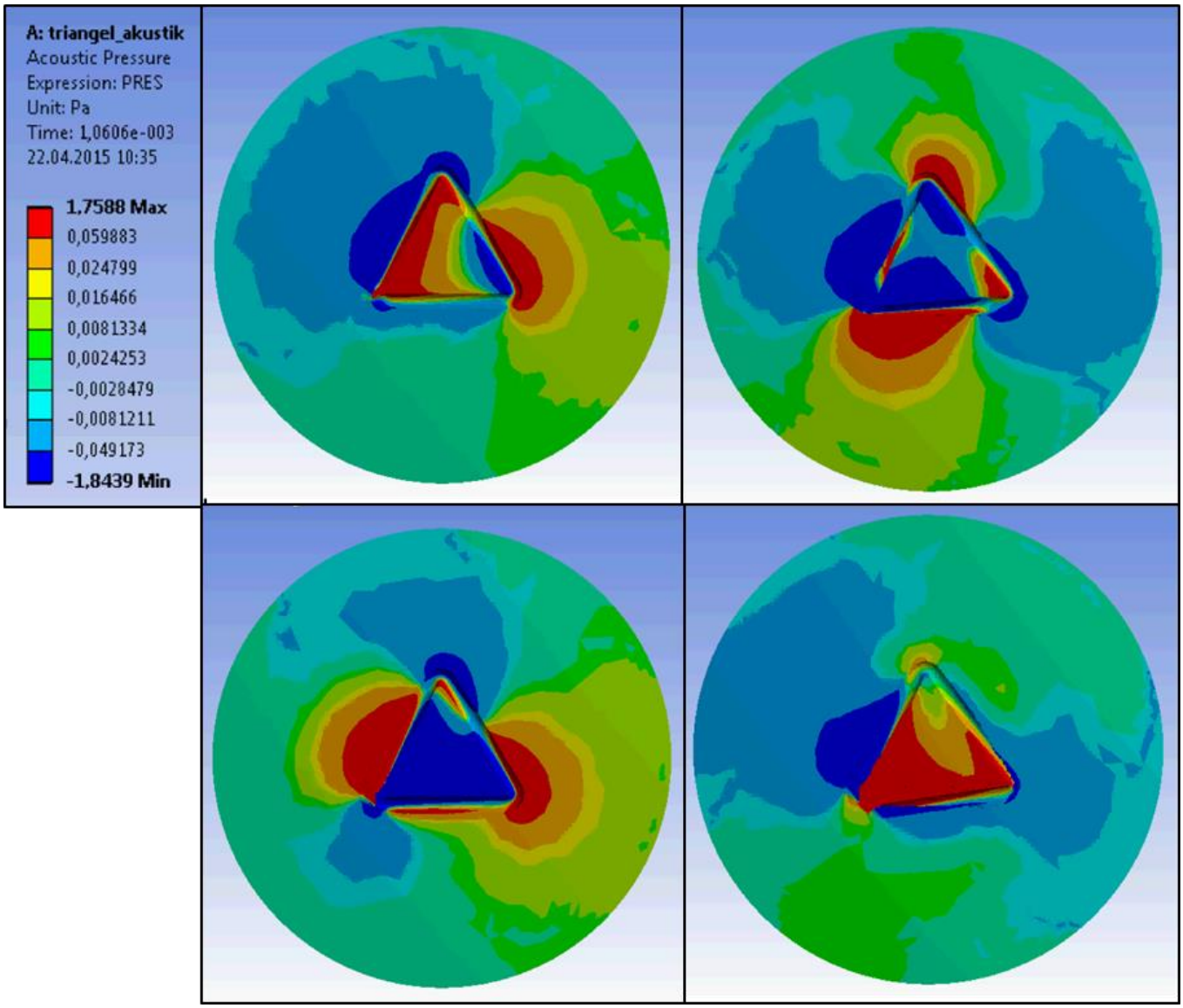


Abbildung 6-6: Transiente Simulation einer Triangel

Auch die Möglichkeit die beidseitige Rückkopplung von Luftschall und Strukturschwingungen birgt ein großes Anwendungspotential in der musikalischen Akustik. Bei verschiedensten Instrumentengruppen werden derartige vibroakustische Effekte vermutet, ohne vollständig nachgewiesen oder untersucht zu sein.

6.3 Lehre

Auch für die Lehre experimenteller und numerischer Methoden in der Schwingungstechnik und Akustik, sowie der theoretischen Hintergründe, bieten sich viele Inhalte der vorliegenden Arbeit an.

Naheliegend wäre etwa ein Wahlpflichtfach in dem im Format einer Projektarbeit ein Messobjekt behandelt wird, das von der Gruppe selbst ausgewählt werden kann. Anschließend könnten alle nötigen Vorüberlegungen zur Theorie und Modellbildung behandelt und Versuchsaufbauten erarbeitet werden. Auch ein Vergleich mit analytischen Lösungsmethoden ist lohnenswert. Diese Phase bietet sich zudem für eine Literaturrecherche an – ein entscheidendes Thema, das in der Lehre üblicherweise zu kurz kommt.

Im praktischen Teil sollten die Planungen in Form von Experimenten und Simulationen verwirklicht werden. Dabei könnten an anschaulichen Beispielen Kenntnisse zu Messtechnik, Kalibrierung und Numerik vermittelt werden. Vor allem Messungen mit dem Laser Scanning Vibrometer stellen eine hervorragende Möglichkeit dar, Studierende für die Thematik zu begeistern und Einblicke in die physikalischen Vorgänge zu liefern.

Abschließend wäre eine Präsentation der Ergebnisse in Kleingruppen eine mögliche Prüfungsform, wobei der Fokus auf der sorgfältigen Dokumentation der Daten und eventueller Störfaktoren liegen sollte.

7 Zusammenfassung

Um einen Zugang zur numerischen Akustik zu schaffen, wurden in dieser Arbeit die theoretischen Grundlagen der Vibroakustik zusammengefasst und das Prinzip der Finite Elemente Akustik (FEA) detaillierter dokumentiert. Auch die wichtigsten Aspekte weiterer Berechnungsmodelle wie der Randelemente (BEM) und Lattice-Boltzmann Methoden wurden beschrieben und vor Allem bezüglich der Kopplung von Akustik und Strukturmechanik mit dem Finite Elemente Ansatz verglichen.

Im Rahmen des Vergleichs von experimentellen und numerischen Ergebnissen wurden die Anwendung der kommerziellen FEA-Software Ansys Acoustics, sowie der korrekte Gebrauch der Messtechnik, wie des Laser Scanning Vibrometers und des Impulshammers nachahmungstauglich beschrieben.

Die Ergebnisse zeigen, dass mit dem aktuellen Stand der Simulationsmethode gute qualitative Analysen möglich sind. Vor allem für die Untersuchung von Effekten, die Variationen von Geometrie und Anregung haben, sind erfolgreiche Anwendungen möglich. Die Versuche mit der mechanischen Anregung zeigten auf, dass eine numerische Rechnung durchaus von Vorteil sein kann, da hier keine Beeinflussung des Schwingverhaltens des untersuchten Systems vorkommt. Die abgestrahlten Eigenfrequenzen der Platte wurden durchgängig mit weniger als 8 % Abweichung berechnet und das Verhältnis von mechanischer Schwingung und abgestrahltem Schall lag stets in der richtigen Größenordnung, bei teilweise sehr guter Übereinstimmung. Bei weiterer Optimierung des Berechnungsverfahrens können also auch genaue quantitative Analysen möglich sein.

Schließlich wurde ein Ausblick formuliert, um weiterführende Anwendungen des Erarbeiteten aufzuzeigen. Ein Einsatz der numerischen Methode in der technischen Akustik, Produktentwicklung und musikalischen Akustik wurde als erfolgsversprechend bewertet.

Auch für die Hochschullehre können mit den dokumentierten Methoden anschauliche und lehrreiche Versuchsreihen für Praktika und Wahlpflichtfächer konzipiert werden. So kann ein guter Zugang zu den Fachgebieten der Schwingungslehre, Akustik und Signalverarbeitung geschaffen werden.

Quellenverzeichnis

Lighthill, M. J. (1952), *On sound generated aerodynamically. I. General theory*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Band 211, Nr. 1107, S. 564–587

Morse, P. M., Feshbach, H. (1953), *Methods of Theoretical Physics Volume I*, McGraw-Hill, New York

Gladwell, G.M.L. (1965), *A finite element method for acoustics*, Proc. of Fifth International Conference on Acoustics, Liege, paper L33.

Ffowcs-Williams, J. E., Hawkings, D. L. (1969), *Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion.* In: Philosophical Transactions of the Royal Society. Series A: Physical Sciences and Engineering. Band 264, Nr. 1151, S. 321–342

Feng, G. C., Kiefling, L. (1976), *Fluid-structure finite element vibrational*

analysis, The American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal 14, S. 199-203

Goldstein, M. E. (1976), *Aeroacoustics*, McGraw-Hill, New York

Namba, M., Fukushige, K. (1980), *Application of the Equivalent Surface Source Method to the Acoustics of Duct Systems with Non-Uniform Wall Impedance*, Journal of Sound and Vibration, Band 73, Ausgabe 1, S. 125-146

Banerjee, P.K., Butterfield, R. (1981), *Boundary element methods in engineering science*, McGraw-Hill, London

Gasch, R., Knothe, K. (1987), *Strukturdynamik, Band 1: Diskrete Systeme*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg

Stahl, B. (1985), *Experimenteller Beitrag zur Schallerzeugung durch die Turbulenz in einer Rohrströmung hinter einer unstetigen Querschnittserweiterung*, DFVLR, Institut für Experimentelle Strömungsmechanik Göttingen

Chapman, S., Cowling, T. G. (1990), *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*, Cambridge University Press

Pinsky, P. M., Abboud, N. N. (1990), *Transient Finite Element Analysis of the Exterior Structural Acoustics Problem*, Journal of Vibration and Acoustics, Band 112, Ausgabe 2, S. 245-256

Ciskowski, R.D., Brebbia, C. A. (1991), *Boundary element methods in acoustics*, Elsevier Applied Science, London

Fletcher, N. H., Rossing, T. D. (1991), *The Physics of Musical Instruments*, Springer Verlag, New York

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (1991), *The Finite Element Method - Vol. 2: Solid and fluid mechanics, Dynamics and Non-linearity*, McGraw-Hill, London

Clough, R. W., Penzien, J. (1993), *Dynamics of Structures*, 2. Auflage, McGraw-Hill, New York

Thompson, L. L., Pinsky, P. M. (1996), *A Space-Time Finite Element Method for the Exterior Acoustics Problem*, The Journal of the Acoustical Society of America, Band 99, Ausgabe 6, S.3297-3311

Desmet, W. (1999), *Boundary element method in acoustics*, Proceedings of the International Seminar on Applied Acoustics, Leuven

Rasmussen, K. (2000), *Calibration of Artificial Mastoids and Impedance Transducers*, Euromet Project 401, Danish Primary Laboratory of Acoustics, Technical University of Denmark

Wolf-Gladrow, D. A. (2000), *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Model*, Springer Verlag Berlin Heidelberg

Eppstein, D. (2001), *Global Optimization of Mesh Quality*, University of California, Irvine

Krafczyk, M. (2001), *Gitter-Boltzmann-Methoden: Von der Theorie zur Anwendung*, Habilitationsschrift, Technische Universität München

Tölke, J. (2001), *Gitter-Boltzmann-Verfahren zur Simulation von Zweiphasenströmungen*, Dissertation, Technische Universität München, Shaker Verlag

Brooks Cole Publishing (2002), Thomson Learning, http://p1cdn4static.sharpschool.com/UserFiles/Servers/Server_10640642/Image/BuggeD/Conceptual%20Physics/doppler.jpg

Desmet, W., Vandepitte, D. (2002), *Finite Element Method in acoustics*, ISAAC13 International Seminar on applied acoustics, Leuven

Van Oosterom, A. (2002), *The equivalent surface source model in its application to the T wave*, Electrocardiology'01, University Press Sao Paolo

Ferziger, J. H., Peric, M. (2003), *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer

Verlag Berlin Heidelberg

Howe, M. S. (2003), *Theory of Vortex Sound*, Cambridge University Press

Marburg, S., Schneider, S. (2003), *Influence of element types on numeric error for acoustic boundary elements*, Journal of Computational Acoustics 11, S. 363-386

Wilcox, D. C. (2003), *Basic Fluid Mechanics*, DCW Industries

Lehtinen, J. (2003), *Time-domain numerical solution of the wave equation*, http://www.tml.tkk.fi/Opinnot/Tik111.590/2002s/Paperit/lehtinen_audiosemma_final_OK.pdf.

Desmet, W., Sas, P., Vandepitte, D. (2005), *Numerical Acoustics: Theoretical Manual*, LMS International, Leuven

Klein, B. (2007), *FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*, 7. Auflage, Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden

Neuhierl, B. (2008), *Strömungsakustik und Fluid-Struktur Kopplung mit der Lattice-Boltzmann- und der Finite-Element Methode*, Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Technische Universität München

Niehoff, D. (2008), *Grundlagen der akustischen Auslegung lufttechnischer Anlagen*, RAL Gütegemeinschaft Kulissenschalldämpfer e.V., Stuttgart

Stelzmann, U., Groth, C., Müller, G. (2005), *FEM für Praktiker – Band 2: Strukturdynamik*, Expert Verlag, Renningen

Lerch, R., Sessler, G. M., Wolf, D. (2009), *Technische Akustik*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg

P. A. Tipler, P. A., Mosca, G., (2009), *Physik: für Wissenschaftler und Ingenieure*, 6. Auflage, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg

Möser, M. (Hrsg.) (2010), *Messtechnik der Akustik*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg

Huber, T. (2011), *Noncontact Excitation of an Acoustic Guitar using the Ultrasound Radiation Force*, Gustavus Adolphus College, St. Peter, Minnesota

Lecheler, S. (2011), *Numerische Strömungsberechnung*, 2. Auflage, Viewweg + Teubner Verlag, Wiesbaden

Smith, J. O. (2011), *Spectral Audio Signal Processing*, W3K Publishing

Schade, H., Kunz, E., Kameier, F., Paschereit, C. O. (2013), *Strömungslehre*, 4. Auflage, Walter de Gruyter Verlag, Berlin/Boston

Keuwlsoft (2013), http://www.keuwl.com/SpectrumAnalyser/fftwindowssmall.png

Meyer, M. (2014), *Signalverarbeitung: Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*, 7. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden

Ohm, J.-R., Lüke, H. D. (2014), *Signalübertragung: Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme*, 12. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden

Chenguang, C. (2015), *Issues on impedance head transducer calibration*, National Institute of Metrology, China

Nsiama-Leyame, A.-B., (2015), *Strukturanalyse einer mittels Rapid-Prototyping gefertigten Pelton-Turbinenschaufel, grundlegende Festigkeitsanalysen sowie Überlegungen zu Material-kennwerten*, Bachelorthesis, Maschinenbau und Verfahrenstechnik, Hochschule Düsseldorf

FKFS, Forschungsinstitut für Kraftfahrwesen und Fahrzeugmotoren Stuttgart (2015), http://www.fkfs.de/fileadmin/_migrated/pics/kfz_bild_5-6-2-1_de.png

http://1.bp.blogspot.com/-vvaOds1BGAA/U-J8qpFpLoI/AAAAAAAAABs/o6Rf7izNbqA/s1600/time_vs_freq1.gif

http://ww1.prweb.com/prfiles/2013/05/30/10782200/Denso%20Acoustic%20Fan%20Larger%20w_legend.jpg

http://daten.didaktikchemie.uni-bayreuth.de/umat/piezo/direkter_longitudinaler_piezoeffekt.GIF

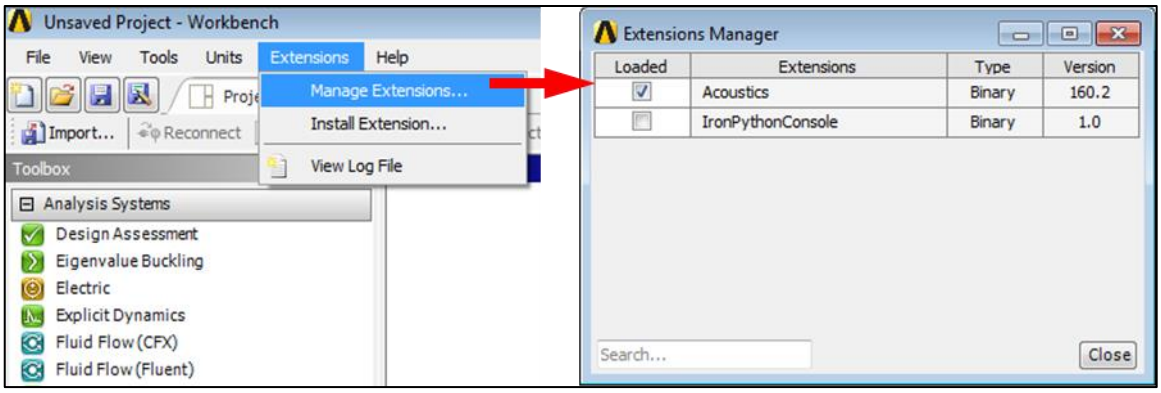
Anhang A: Anleitung transiente Analyse

Die folgende Anleitung beschreibt, Schritt für Schritt, die Durchführung einer transienten Analyse mit Struktur-Akustik-Kopplung in Ansys Acoustics (Ansys v16.1, Acoustics v160.2). Wichtige Bestandteile sind die Erstellung einfacher Geometrien, vollständige Bestimmung des Modells und die Definition der Anregung im Zeitverlauf. Zuletzt werden die Möglichkeiten der Auswertung aufgeführt.

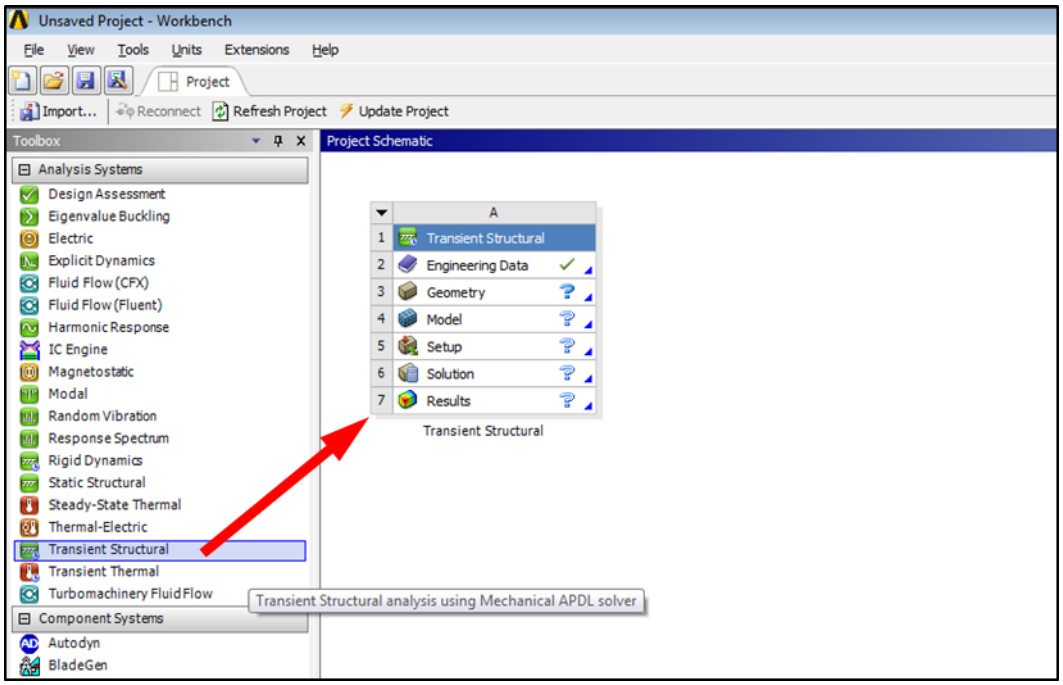
Als Beispielobjekt fungiert eine vierfach eingespannte, rechteckige Platte, die in einen Kugelförmigen Raum abstrahlt. Die Acoustics-Erweiterung läuft weiterhin nur in englischer Sprache.

Erste Schritte

- Aktivierung der Acoustic Extension.



- Auswahl des „Transient Structural“ Moduls durch ziehen in die Workbench („Project Schematic“).

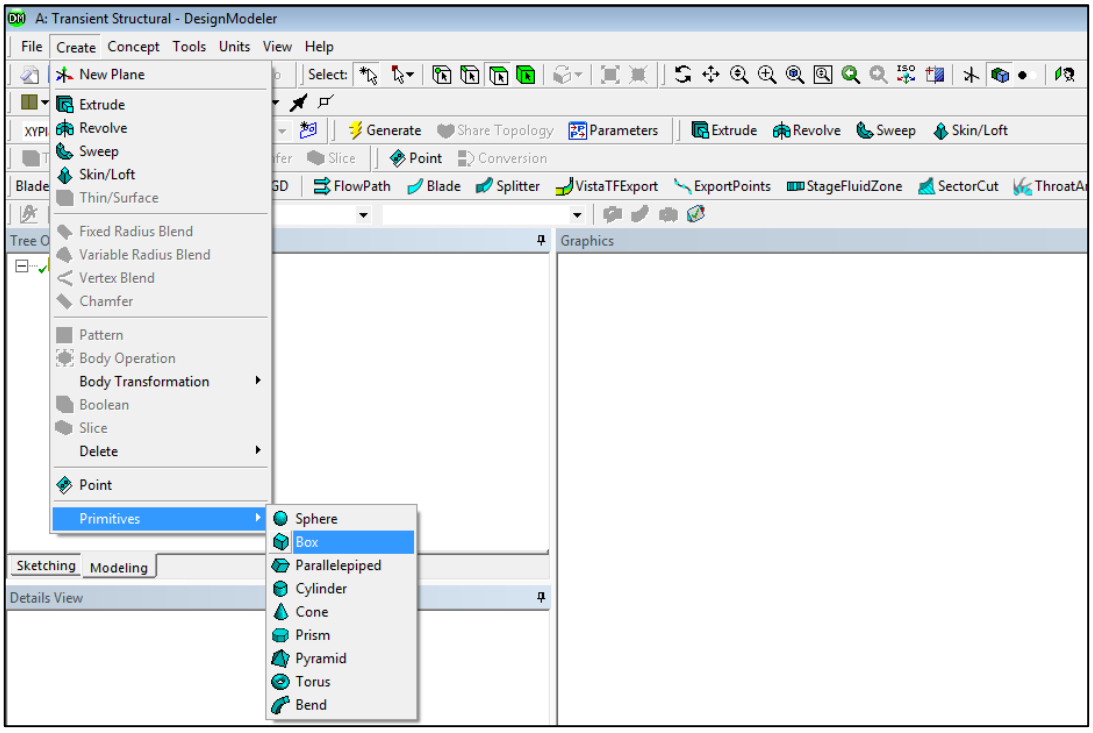


- Ein Doppelklick auf „Geometry“ öffnet den DesignModeler.

Erstellung einer Geometrie im DesignModeler

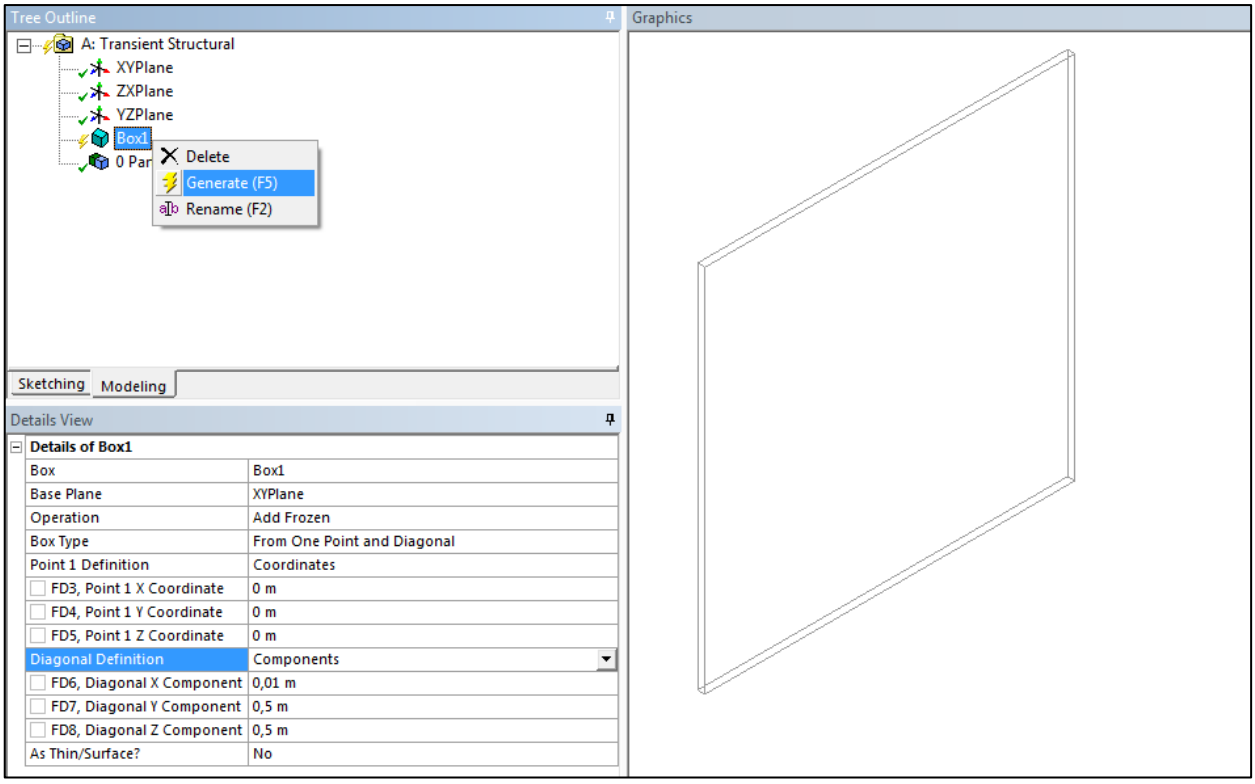
Die hier gewünschte Geometrie lässt sich unkompliziert mit Grundkörpern modellieren, welche im DesignModeler eingefügt werden können.

- Unter Create/Primitives können gängige Grundkörper eingefügt werden.
- Die Platte wird durch die Auswahl „Box“ dargestellt.

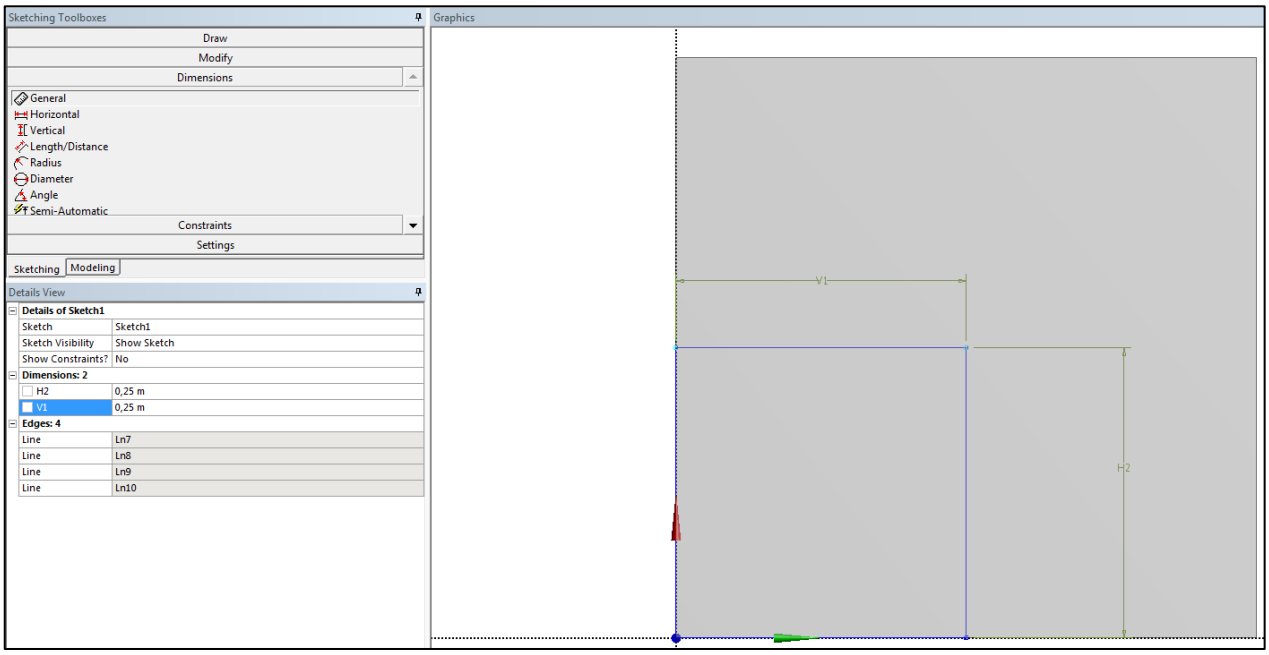


- Im folgenden Detailfenster können die Koordinaten eines Eckpunktes, sowie die Maße in Form von X, Y und Z-Komponenten eingegeben werden.

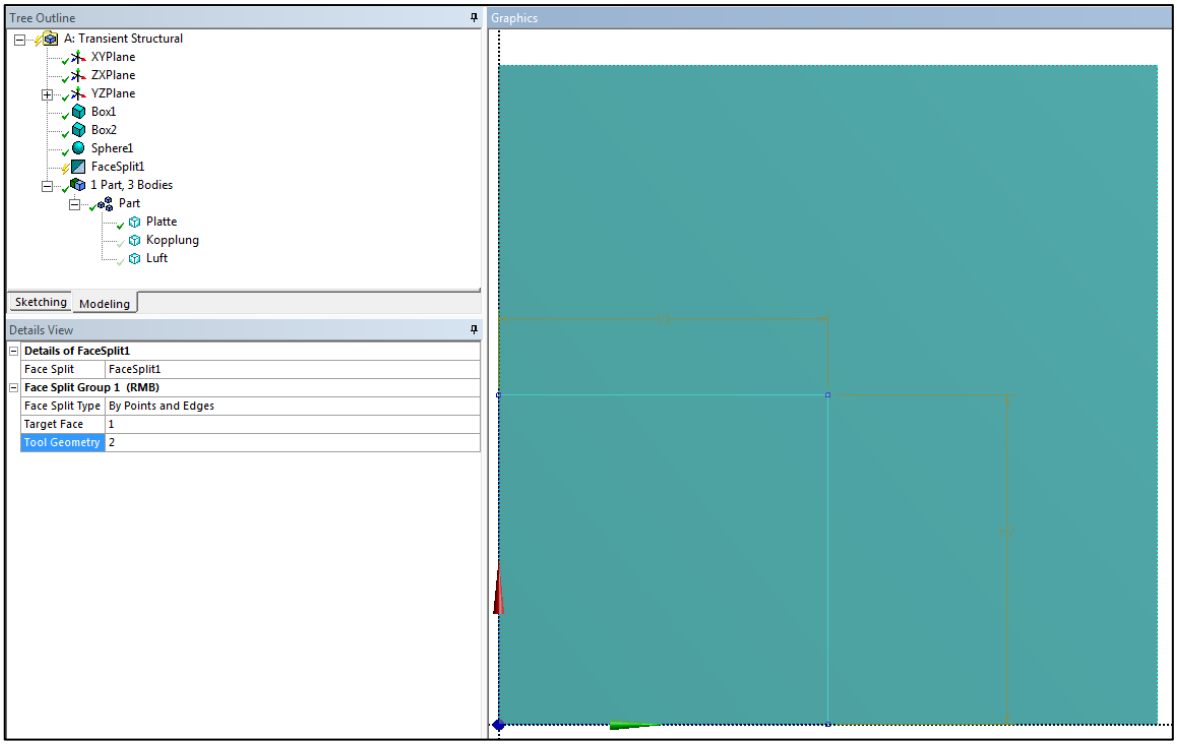
- „Add Frozen“ stellt sicher, dass das Bauteil nicht mit den folgenden verschmilzt
- Rechtsklick auf das Objekt→Generate, um den Körper zu erzeugen.



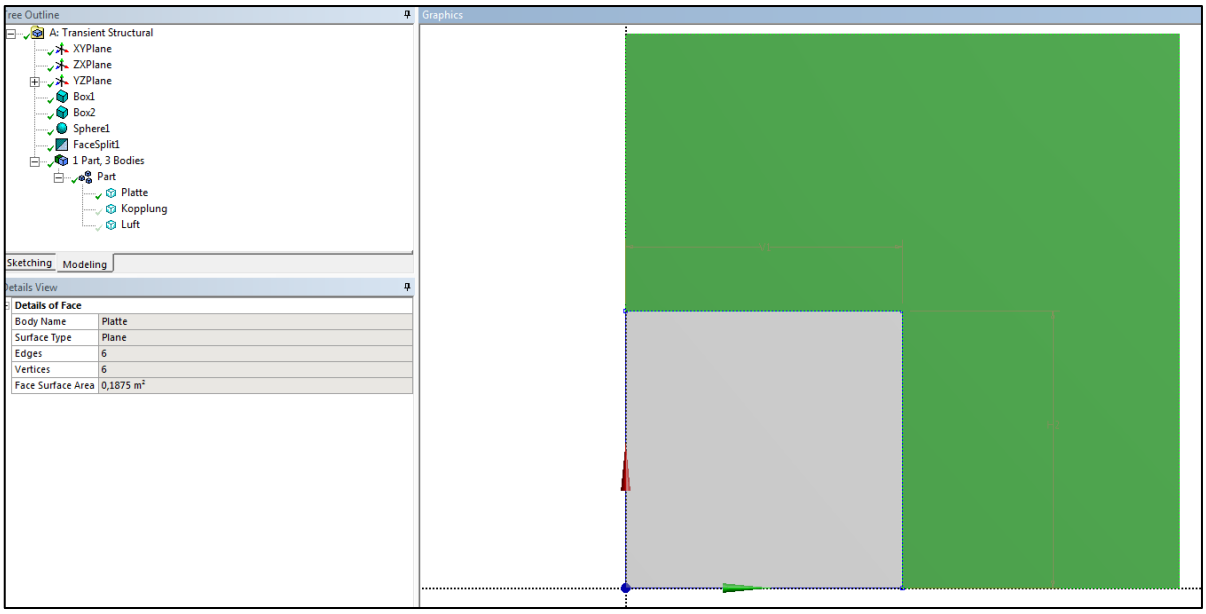
- Um die Anregung in einem Punkt (z.B. analog zum Shaker) zu ermöglichen wird eine Fläche der Platte gesplittet.
- Dafür wird in der YZ-Ebene des Modells eine Rechteckige Skizze erstellt, die vom Koordinatenursprung bis zum Mittelpunkt der Platte verläuft.
- YZ-Ebene markieren (anklicken), „Sketching“ anwählen, Rechteck im Ursprung ansetzen und etwa bis zur Mitte ziehen, unter „Dimension“ die passenden Werte (halbe Höhe und Breite) angeben (General→Klick auf die Seiten der Skizze).



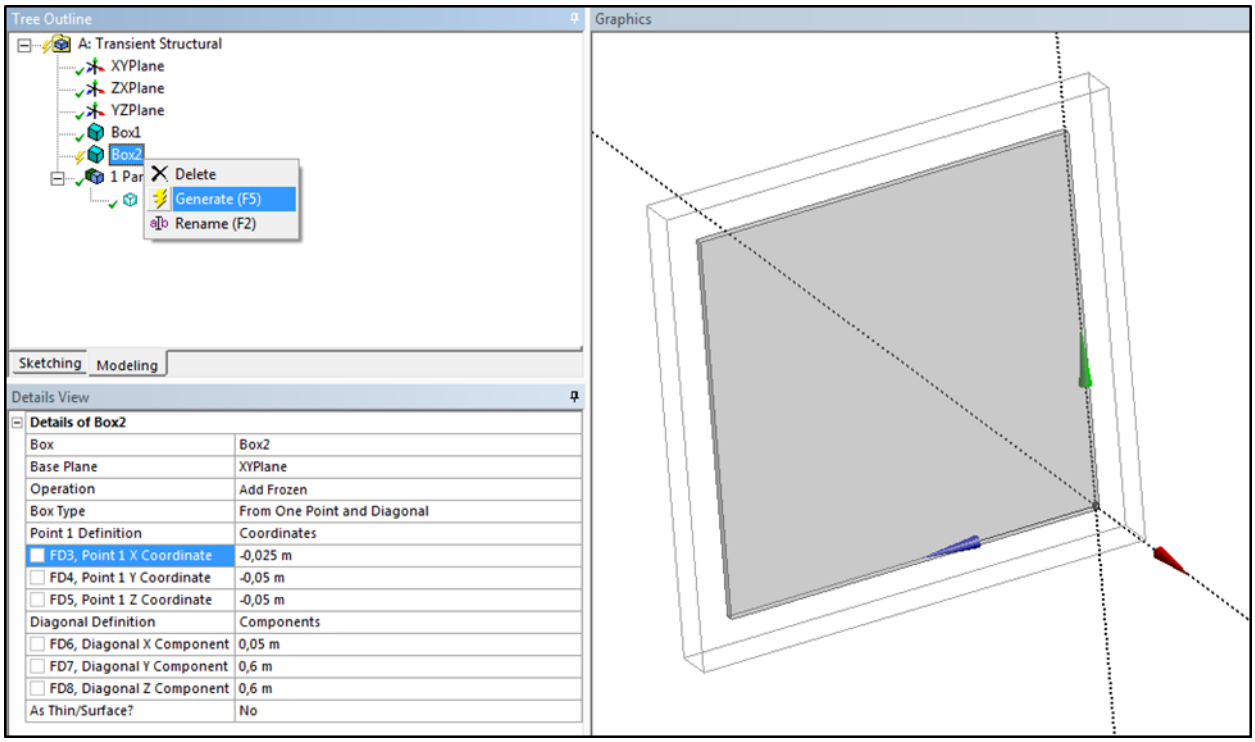
- Im „Modelling“-Bereich unter „Tools“ „Facesplit“ anwählen.
- „Target Face“ ist die der Platte, „Tool Geometry“ sind die Linien der Skizze.



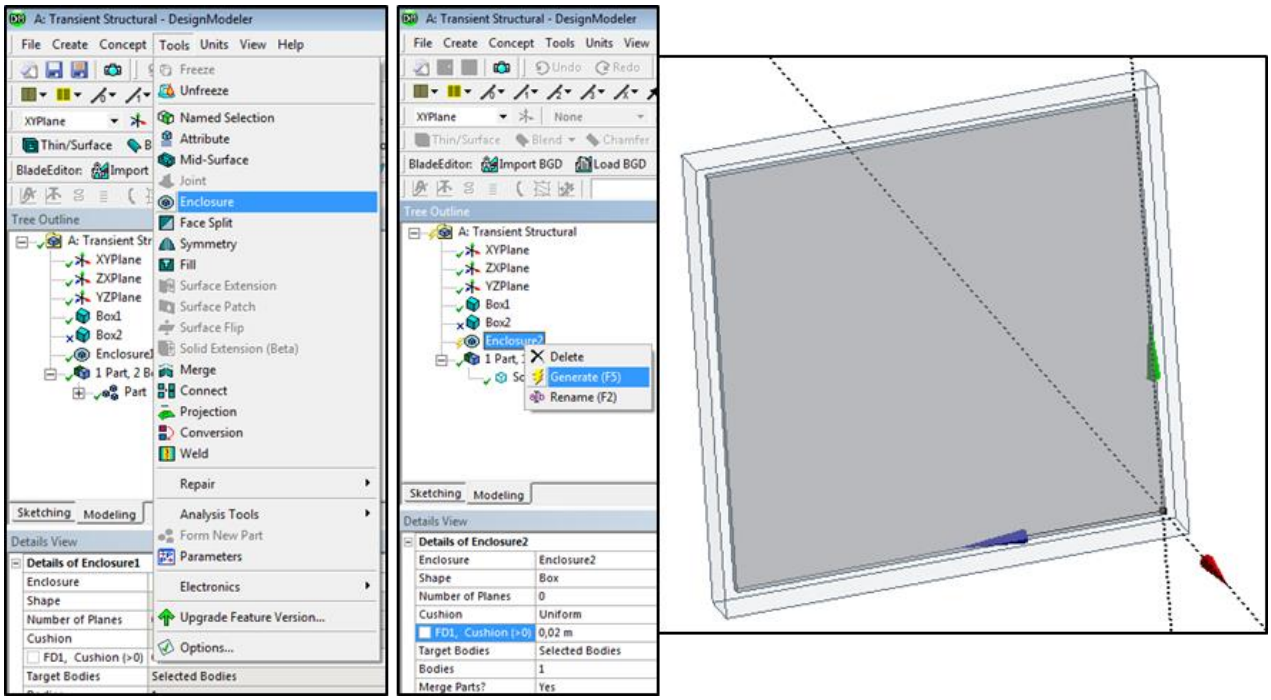
- Nach dem Erstellen ist die Fläche der Platte gespalten und alle Kanten und Punkte können später angewählt werden



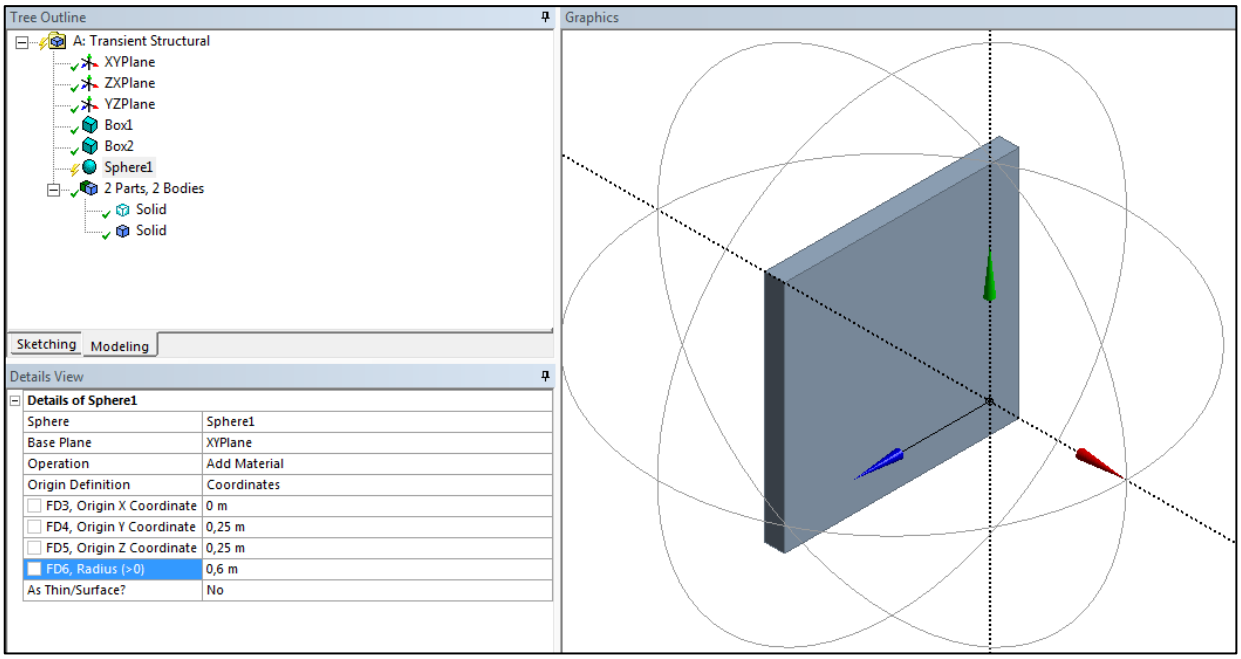
- Um die Platte wird in kleinem Abstand ein weiterer Quader gelegt, der später das akustische Berechnungsgebiet mit dem gekoppelten Algorithmus darstellt (→dramatische Einsparung von Simulationszeit).
- Die Koordinaten werden so gewählt, dass die Platte genau in der Mitte liegt.
- Theoretisch reicht eine Elementschicht aus um die Schwingungsübertragung zu berechnen.



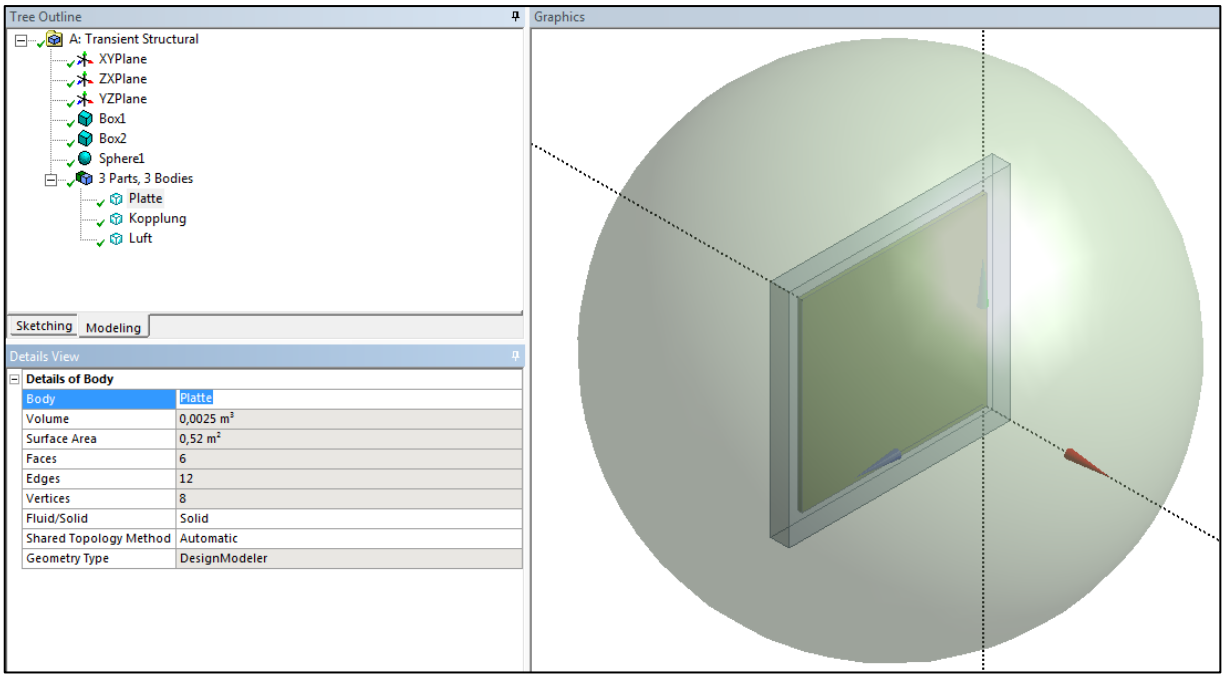
- Alternativ kann für Hüllkörper das Tool „Enclosure“ genutzt werden (Merge Parts?→Yes).
- Gleichförmige Hüllen sind so schnell erstellt, allerdings sind dabei nicht alle Koordinaten/Maße direkt bekannt.



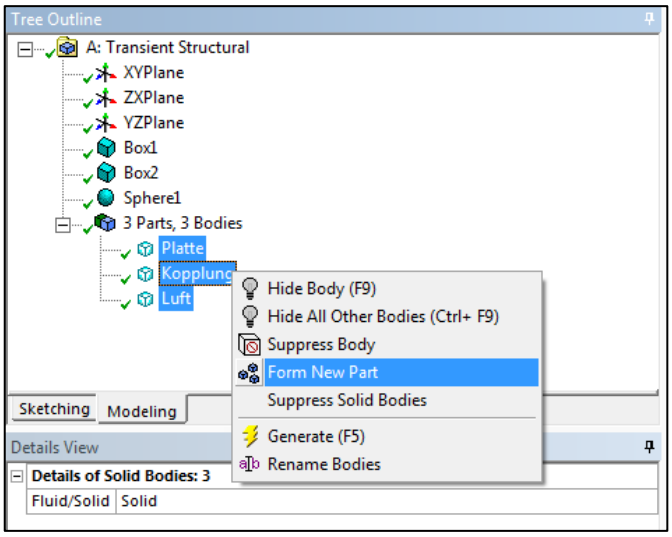
- Als Luftvolumen ohne gekoppelten Algorithmus wird eine Kugel um die bestehende Geometrie gelegt.



- Zur besseren Übersicht können die Körper mit sinnvollen Namen benannt werden.



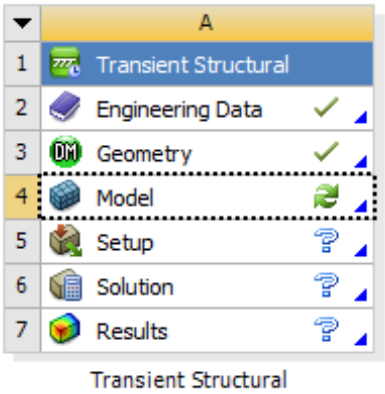
- Außerdem müssen für die gekoppelte Berechnung alle Körper einem Bauteil (Part) angehören, damit sie später auf den Grenzflächen alle Netzknoten gemeinsam haben.



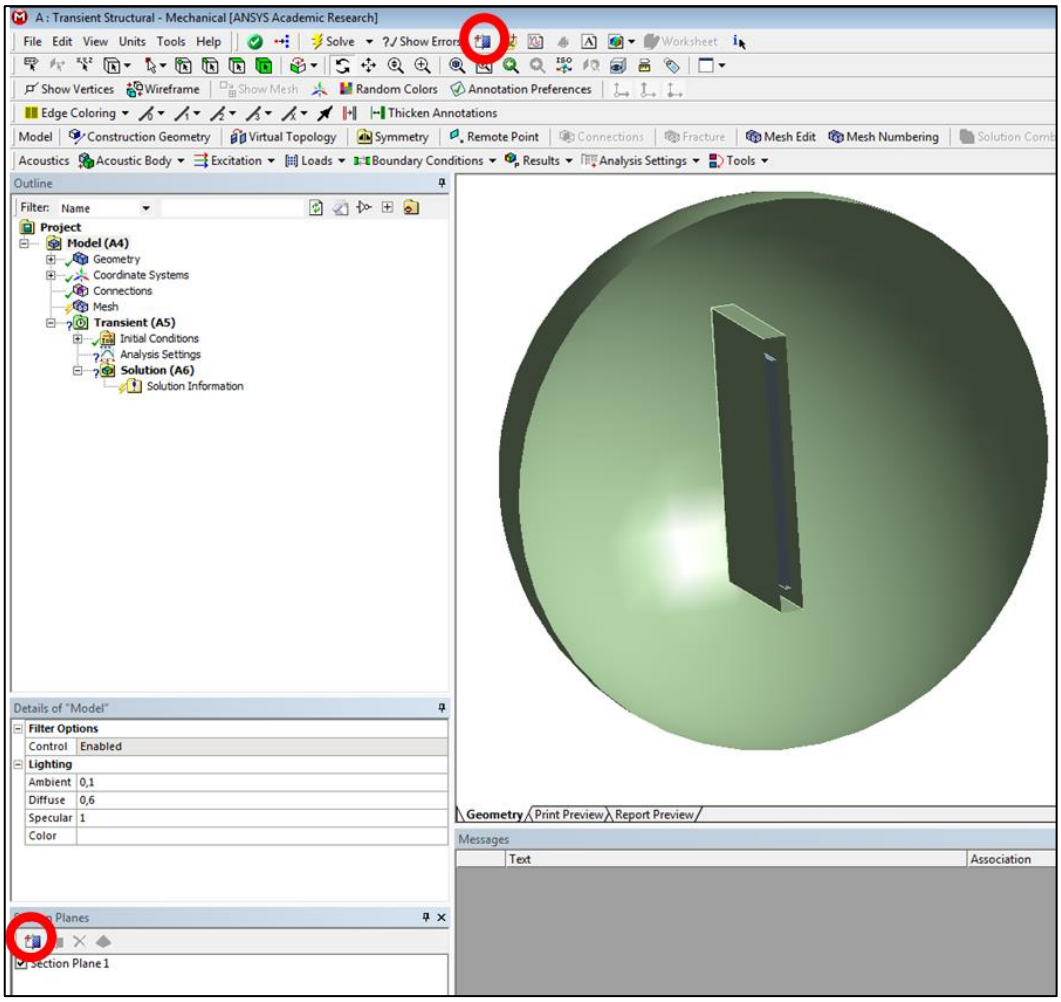
- Damit ist die Aufbereitung der Geometrie abgeschlossen und das Fenster des DesignModelers kann geschlossen werden.

Definition des Modells: Netzerstellung

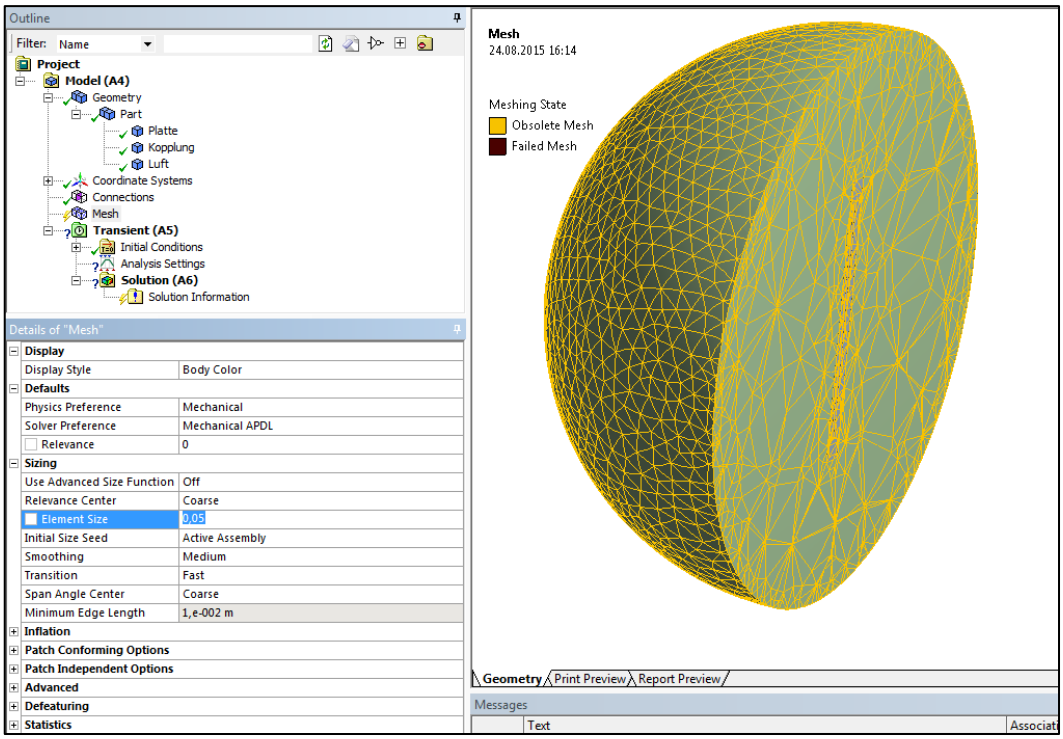
- Ein Doppelklick auf „Model“ im Transient Structural Modul öffnet das Set-Up inkl. Vernetzung und Auswertung.



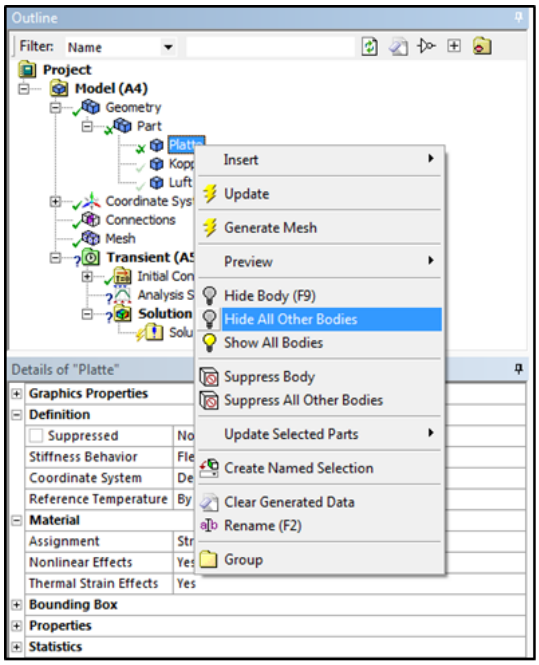
- Durch eine Schnittebene (Section Plane) wird die Übersicht im Folgenden stark erleichtert (Nach Auswahl des Icons einfach einen Strich durch die Geometrie ziehen).

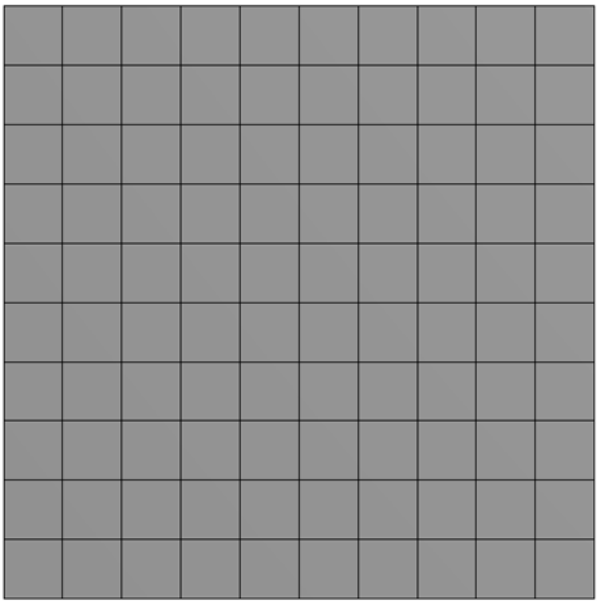


- Nun wird mit dem automatischen Vernetzer von Ansys ein angemessenes Rechennetz erstellt.
- Die gängige Faustformel lautet, dass in jeder Wellenlänge der höchsten relevanten Frequenz mindestens 6-10 Netzelemente liegen müssen.
- Für dieses Beispiel wird (willkürlich) eine durchschnittliche Elementkantenlänge (Element Size) von 0,05m festgelegt.



- Die Netzqualität von Einzelkomponenten kann durch verstecken der anderen Teile optisch Überprüft werden.
- Die Platte sollte möglichst mit Hexaederelementen vernetzt sein, dies wird erfahrungsgemäß durch das quaderförmige Kopplungsgebiet hinreichend sichergestellt.
- Durch den Facesplit können sich leicht verzogene Elemente ergeben, was nicht weiter problematisch ist.

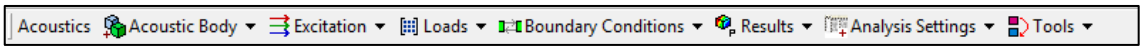




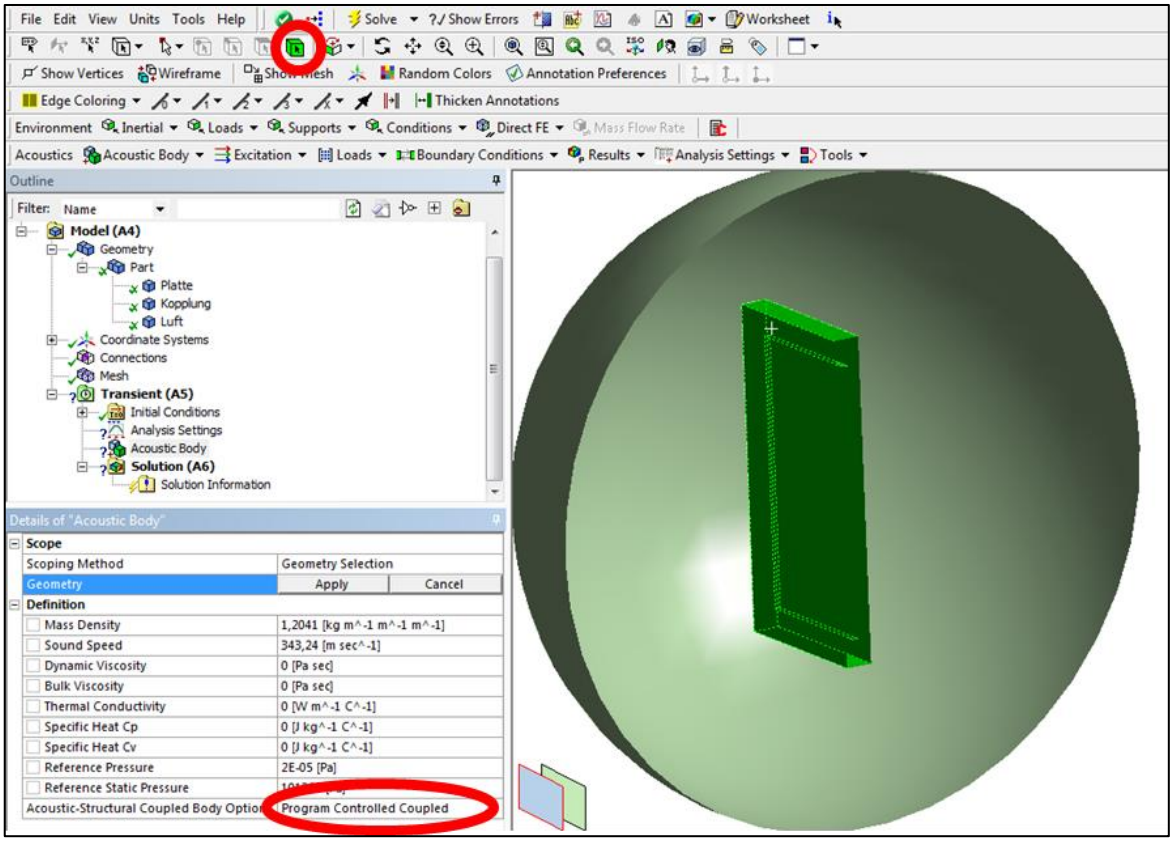
- Der Punkt „Statistics“ unter „Mesh“ liefert Informationen über die Anzahl der Elemente und Knoten, sowie Möglichkeiten die Netzqualität analytisch zu überprüfen.

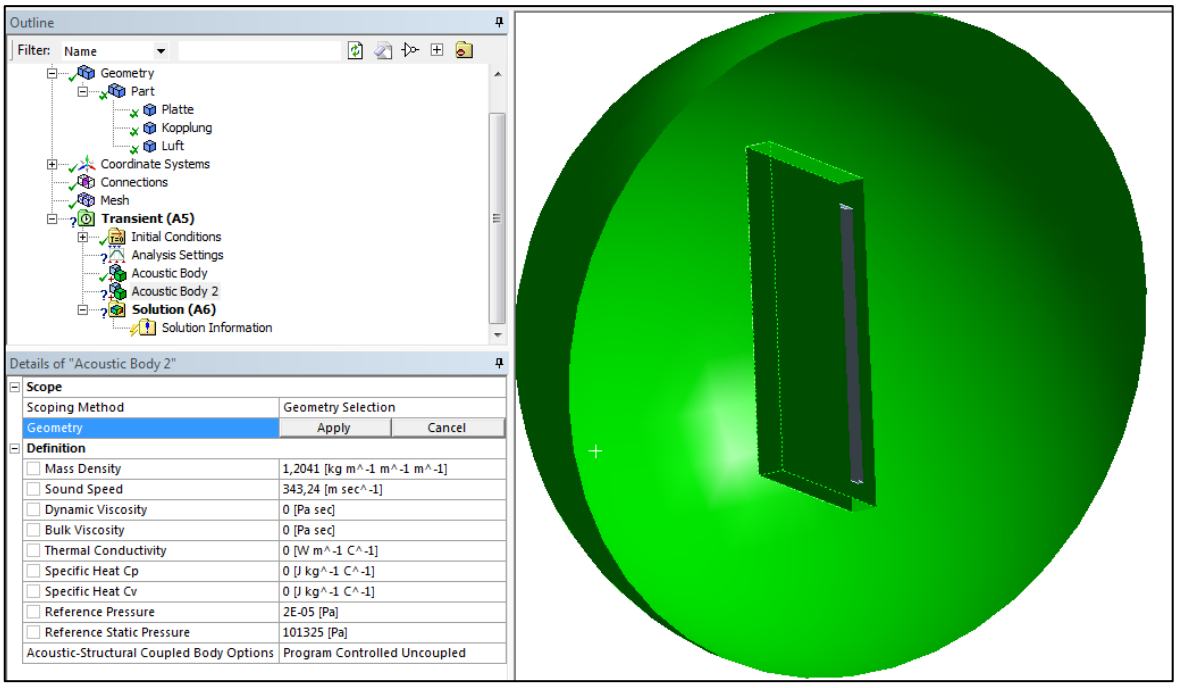
Definition der Randbedingungen

- Durch die Definition eines „Acoustic Body“ werden alle weiteren Funktionen der Acoustics Extension freigeschaltet (Rechtsklick auf „Transient“→Acoustic Body, oder entsprechender Button in der Acoustic Toolbar).

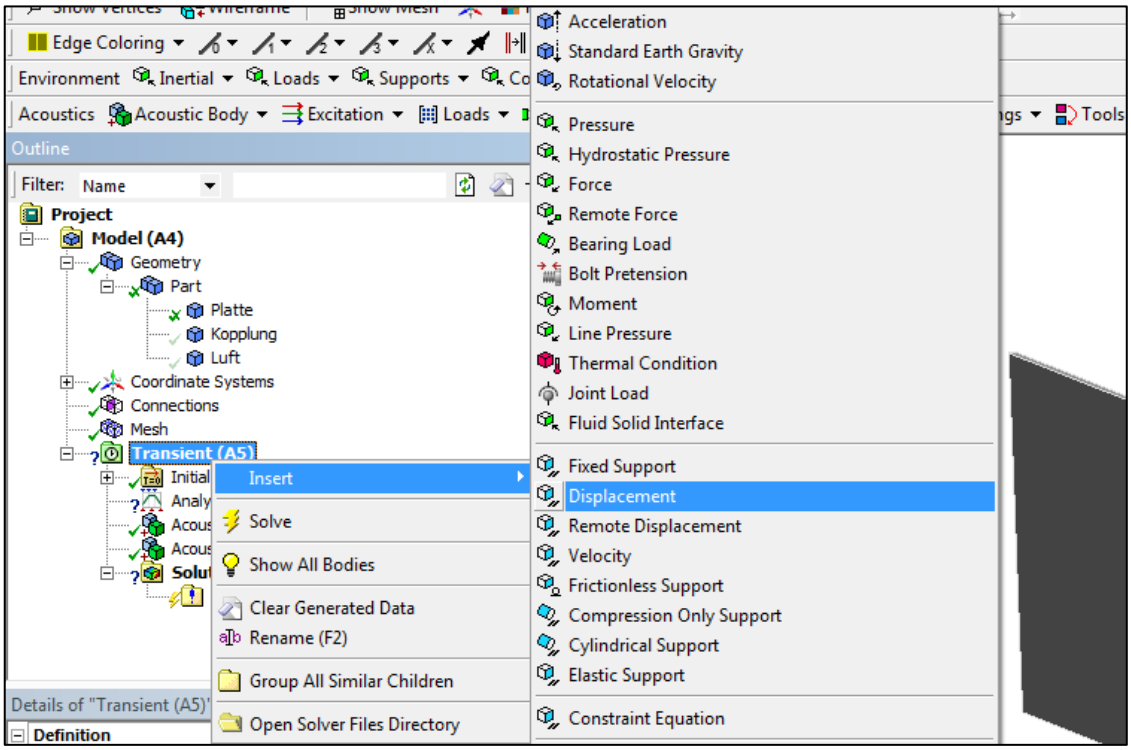


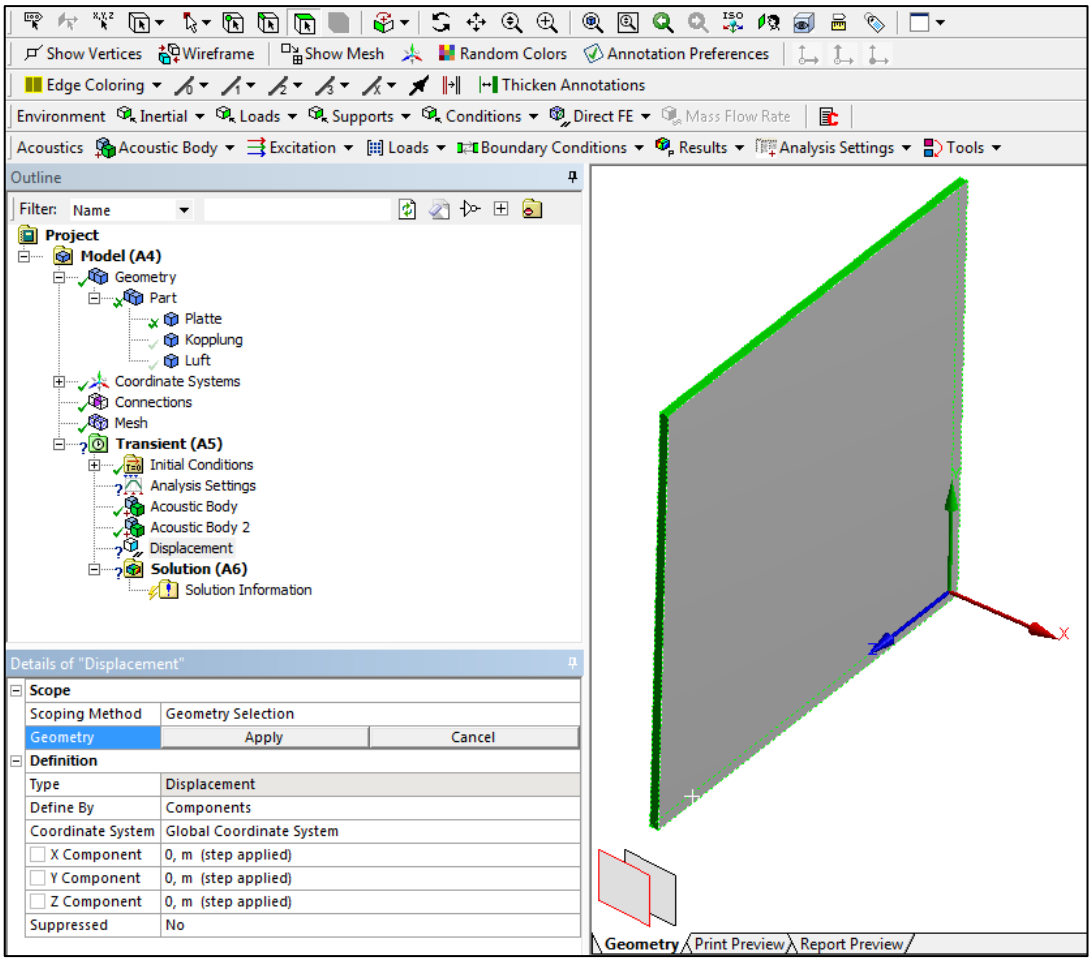
- Für dieses Beispiel wird der Hüllquader als Acoustic Body mit der Option „Program Controlled Coupled“ und die Kugel als Acoustic Body mit „Program Controlled Uncoupled“ definiert.
- Die nötigen Materialdaten von Luft sind dabei voreingestellt und überschreiben alle bisherigen Materialdefinitionen.



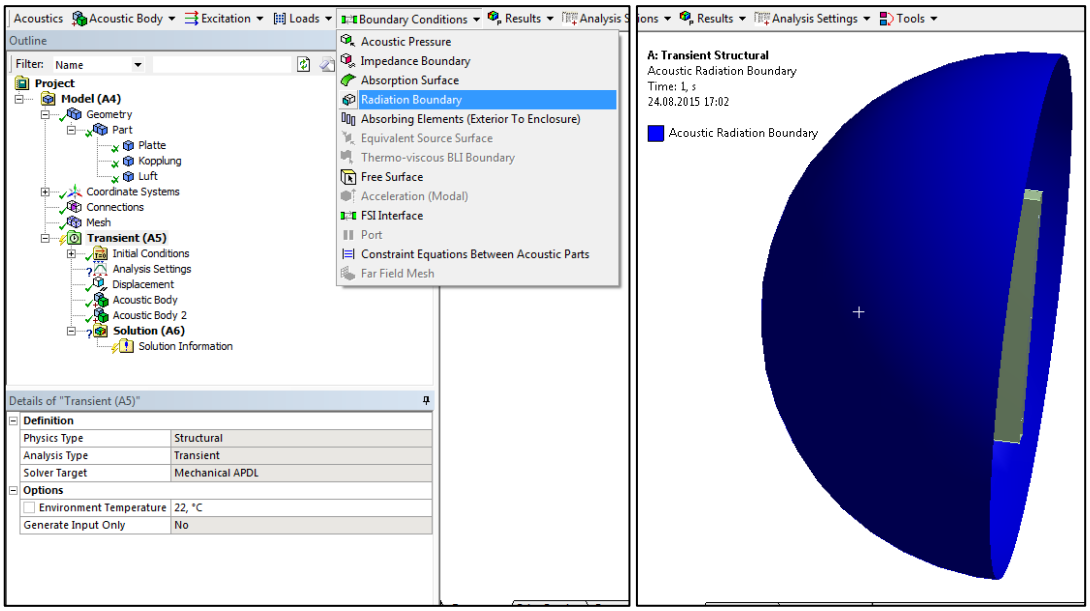


- Die Einspannung der Platte wird über eine „Displacement“-Randbedingung vorgegeben, da sich eine feste Einspannung („Fixed Support“) auch auf die Freiheitsgrade des angrenzenden akustischen Berechnungsgebiets auswirken kann.



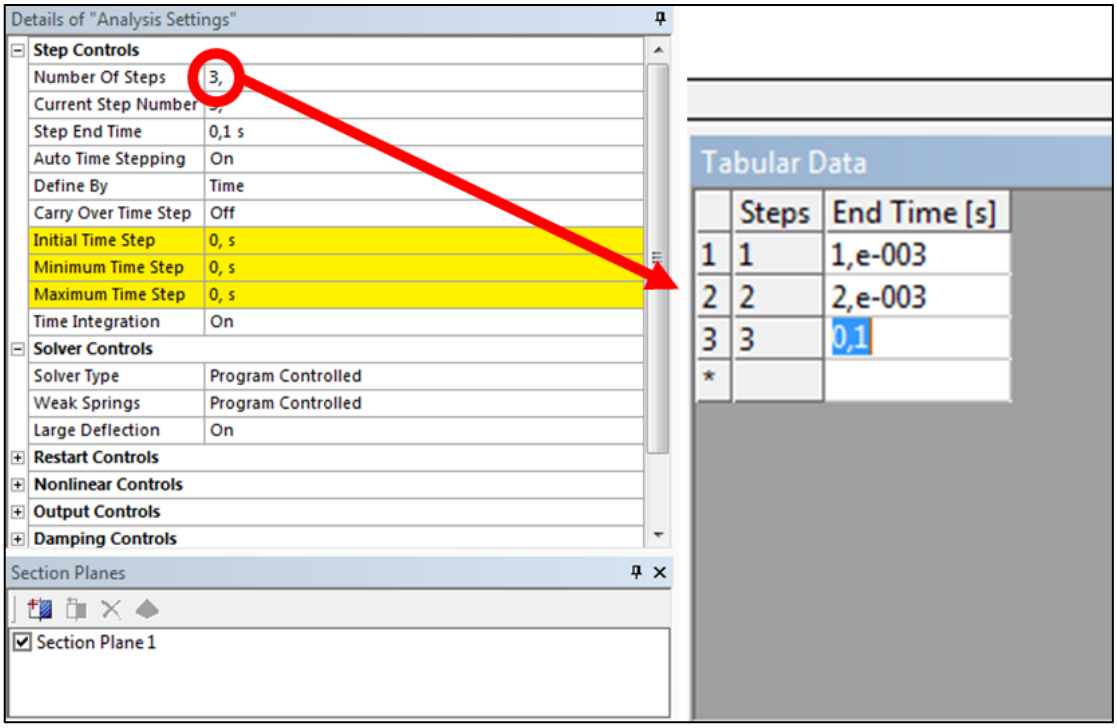


- Das Berechnungsgebiet wird zur Vermeidung von Reflektionen durch eine „Radiation Boundary“ trunkiert (Kugelfläche).
- Alternativ können bei kugelförmigen Flächen auch „Absorbing Elements“ gewählt werden, wofür Radius und Koordinaten der Kugel bekannt sein müssen.

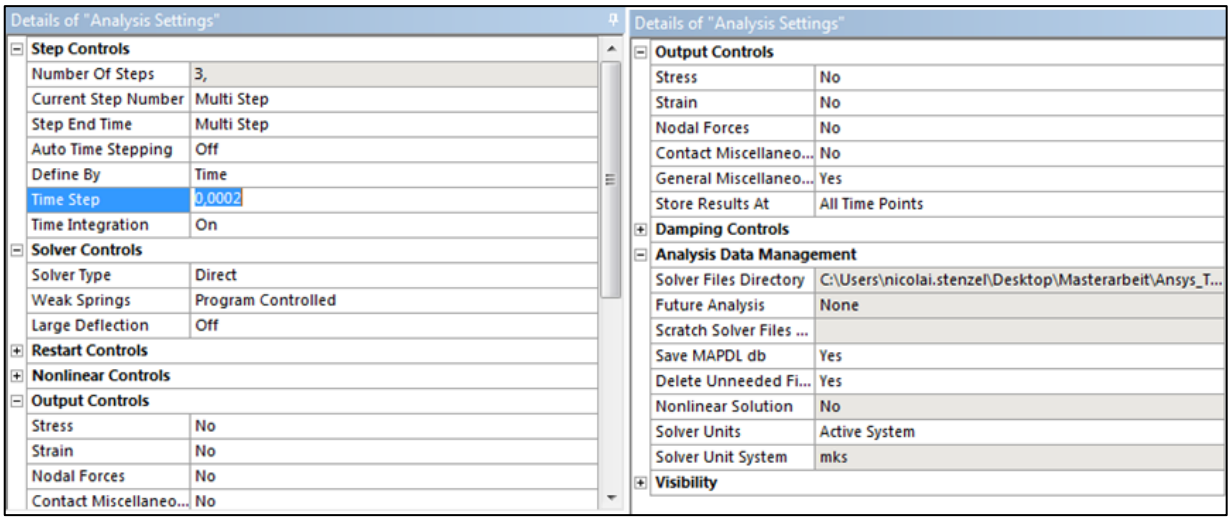


Definition der Analyseeinstellungen, Anregung und des Zeitverlaufs

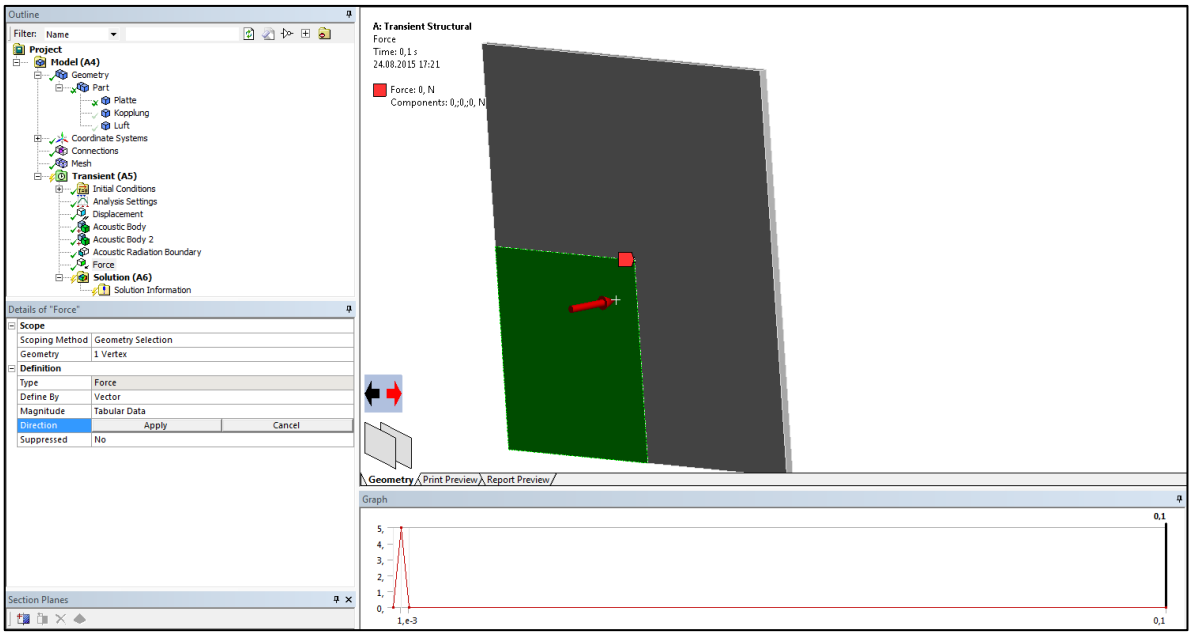
- Der Zeitverlauf teilt sich in „Load Steps“ und „Time Steps“, wobei erstere eine Änderung der Anregung beinhalten und letztere diese Schritte weiter auflösen um eine saubere Darstellung des Lastverlaufs zu gewährleisten.
- Unter „Analysis Settings“ werden Anzahl, Endzeiten und Timestep-Auflösung der Load Steps (Änderung der Last) vorgegeben.
- In diesem Beispiel soll die Anregung ein kurzer Impuls sein, also werden drei Load Steps benötigt (vor der Anregung, Impuls, Ausschwingen).
- Die Dauer eines Load Steps spielt dabei keine Rolle für die zeitliche Auflösung, da alle Load Steps gleichermaßen von Time Steps unterteilt werden.



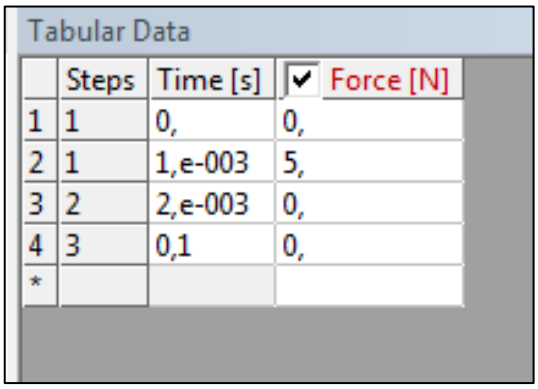
- Um einheitliche Einstellungen für alle Load Steps vorzunehmen, werden diese unter „Tabular Data“ markiert und nach Rechtsklick „Select All (Highlighted) Steps“ gewählt.
- „Auto Time Stepping“ ausschalten und einen Wert für die Zeitschritte wählen, „Solver Type“ auf Direct.



- Nach der Definition der Last- und Zeitschritte kann die Anregung eingegeben werden.
- Rechtsklick auf „Transient“→ „Force“.
- Als Geometrie den Mittelpunkt der Platte wählen.
- „Direction“ durch Klick auf die Fläche und die Richtungspfeile festlegen.



- Unter „Tabular Data“ wie folgt den Zeitverlauf definieren



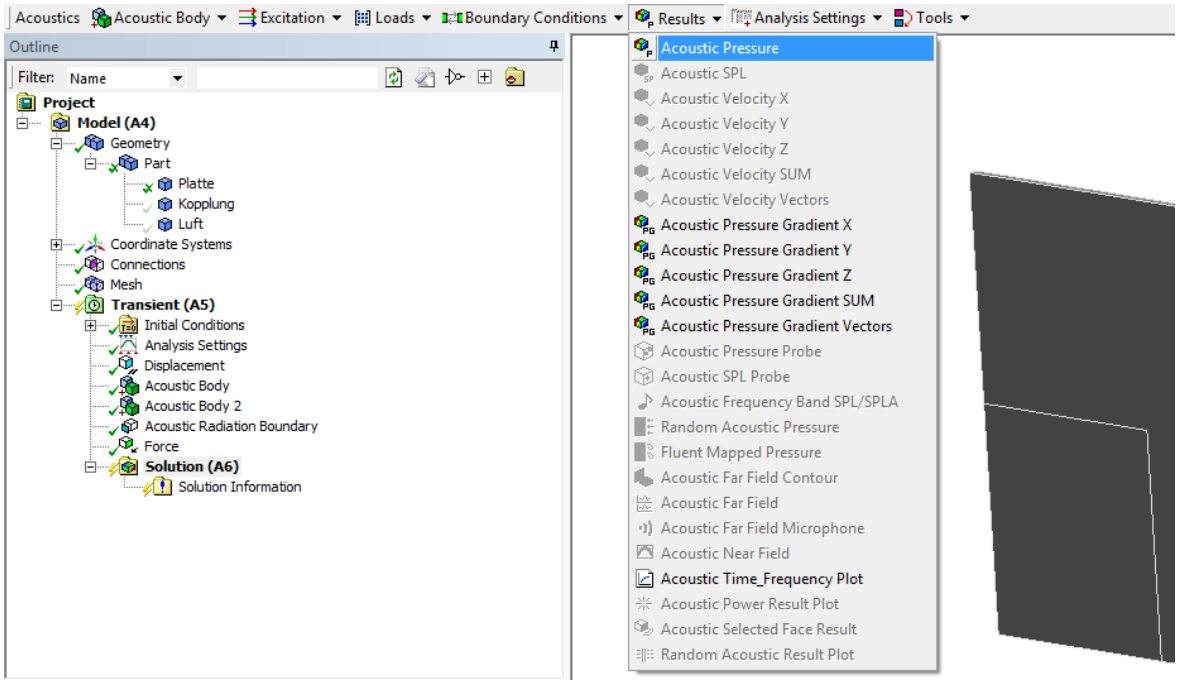
Tabular Data

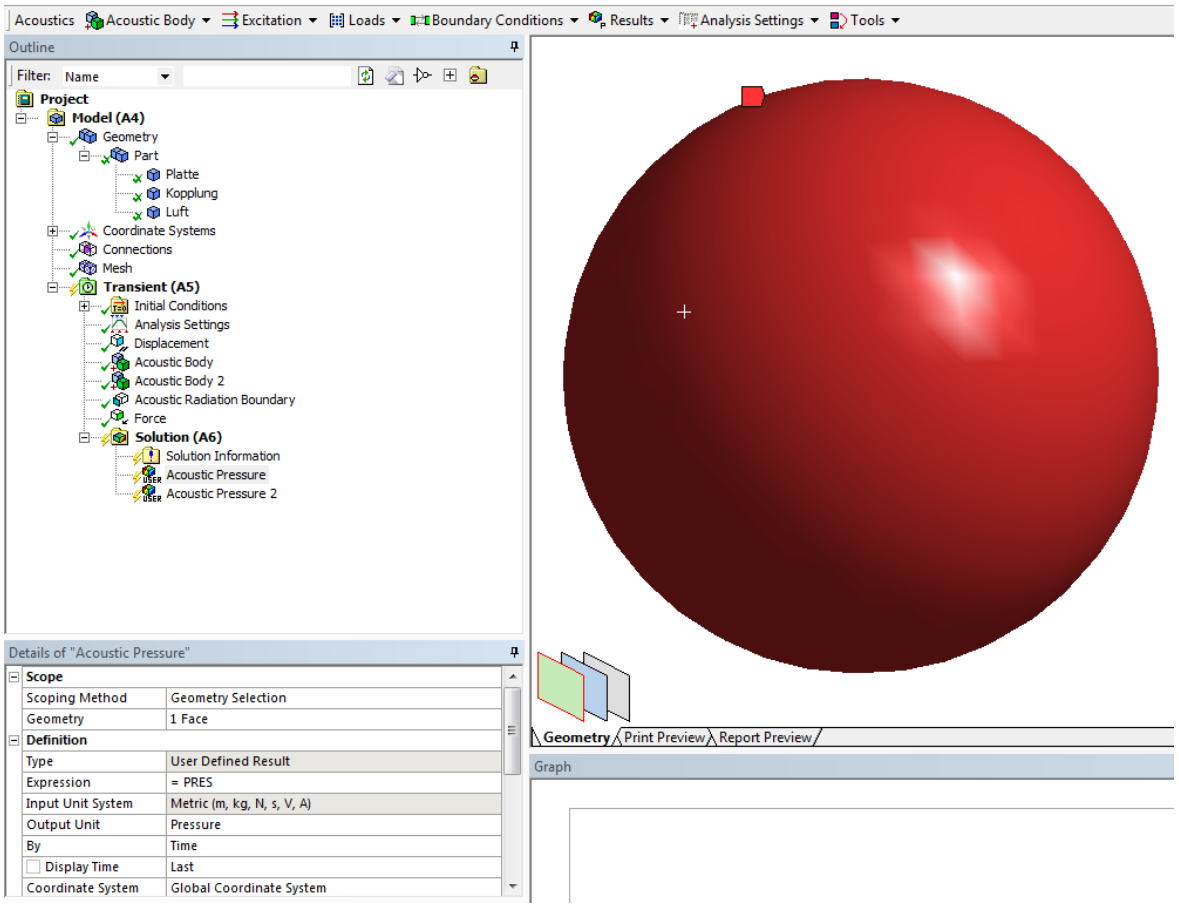
	Steps	Time [s]	Force [N]
1	1	0,	0,
2	1	1,e-003	5,
3	2	2,e-003	0,
4	3	0,1	0,
*			

- Nun sind alle nötigen Randbedingungen gesetzt.

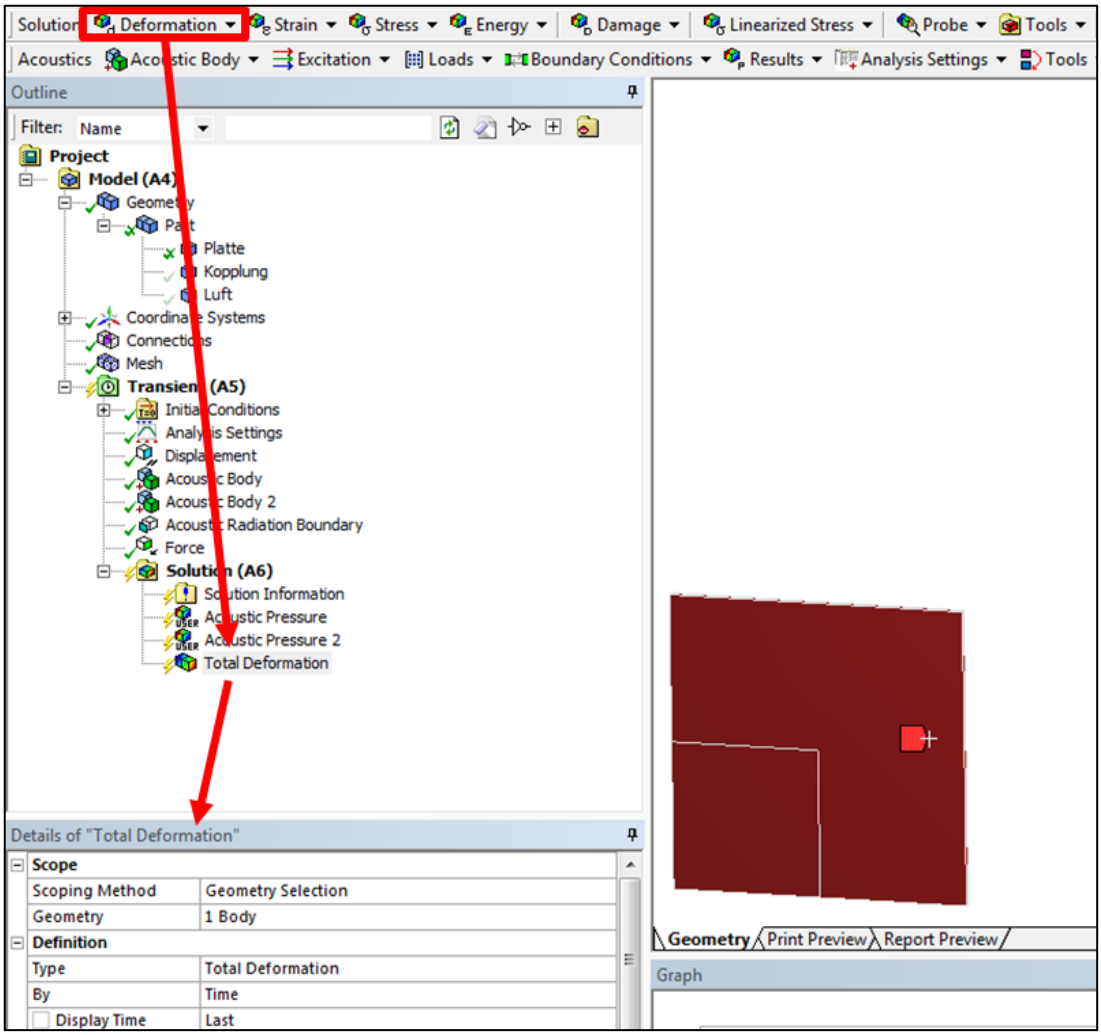
Auswertungen definieren und Berechnung starten

- Unter „Results“ in der Acoustics-Toolbar „Acoustic Pressure“ wählen.
- Dieses Ergebnis kann für beliebige Geometrieabschnitte angezeigt werden (z.B. Kugeloberfläche oder Volumen).

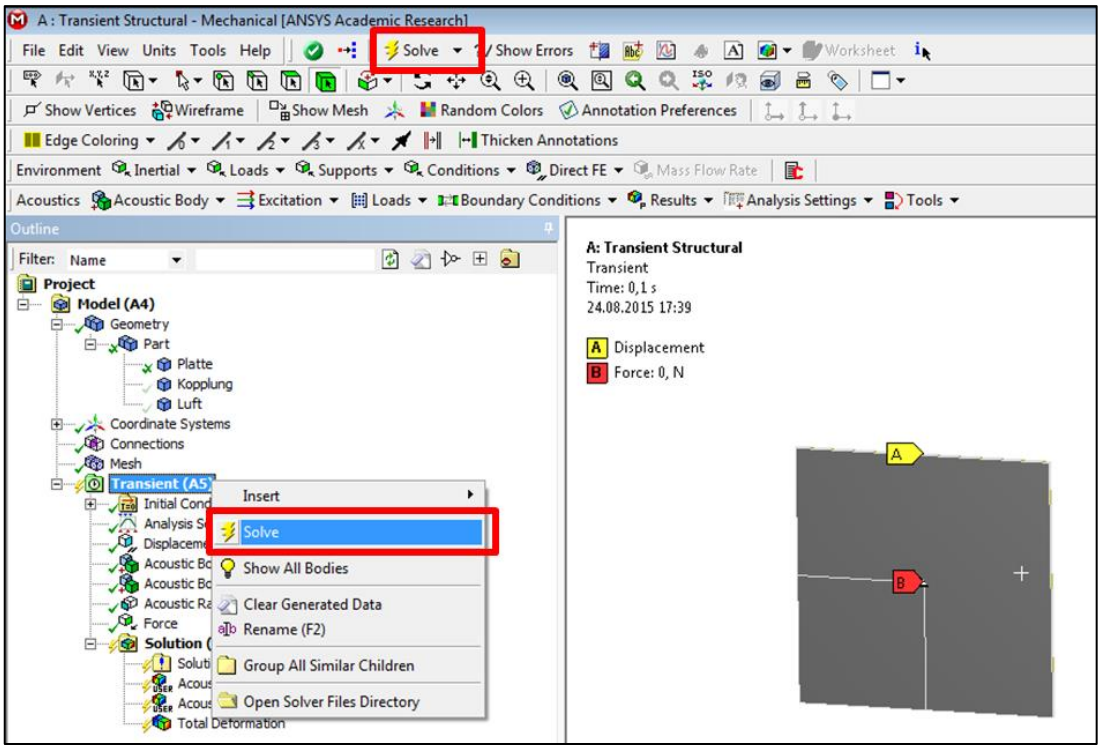


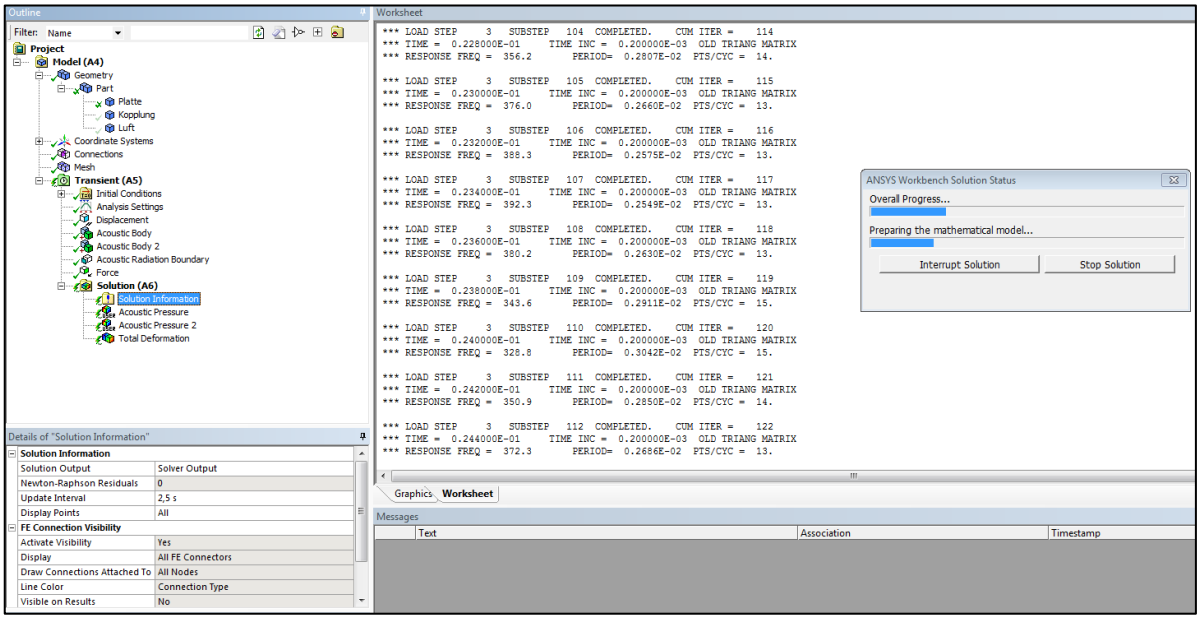


- Um den Effekt der Anregung auf die Struktur auszugeben, wird ein „Total Deformation“ Ergebnis auf den Körper „Platte“ angewandt.
- Ebenfalls nützlich sind „Probes“ (Rechtsklick auf Transient) an geometrisch sinnvollen Orten für Größen wie Schnelle und Beschleunigung.



- Ein Klick auf einen „Solve“-Button startet die Berechnung.

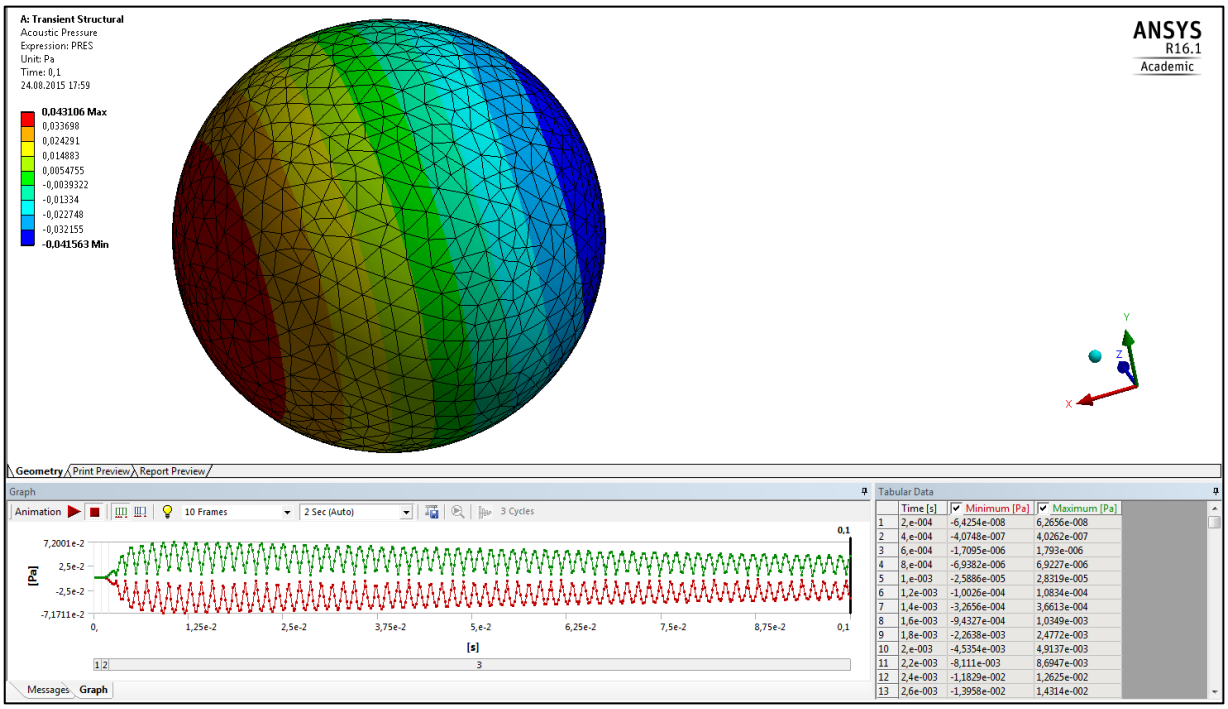

A : Transient Structural - Mechanical [ANSYS Academic Research]
File Edit View Units Tools Help
Solve
Show Errors
Worksheet
Show Vertices
Wireframe
Show Mesh
Random Colors
Annotation Preferences
Edge Coloring
Thicken Annotations
Environment
Inertial
Loads
Supports
Conditions
Direct FE
Mass Flow Rate
Acoustics
Acoustic Body
Excitation
Loads
Boundary Conditions
Results
Analysis Settings
Tools
Outline
Filter: Name
Project
Model (A4)
Geometry
Part
Platte
Kopplung
Luft
Coordinate Systems
Connections
Mesh
Transient (A5)
Insert
Solve
Show All Bodies
Clear Generated Data
Rename (F2)
Group All Similar Children
Open Solver Files Directory
Force
Total Deformation
A: Transient Structural
Transient
Time: 0,1 s
24.08.2015 17:39
A Displacement
B Force: 0, N

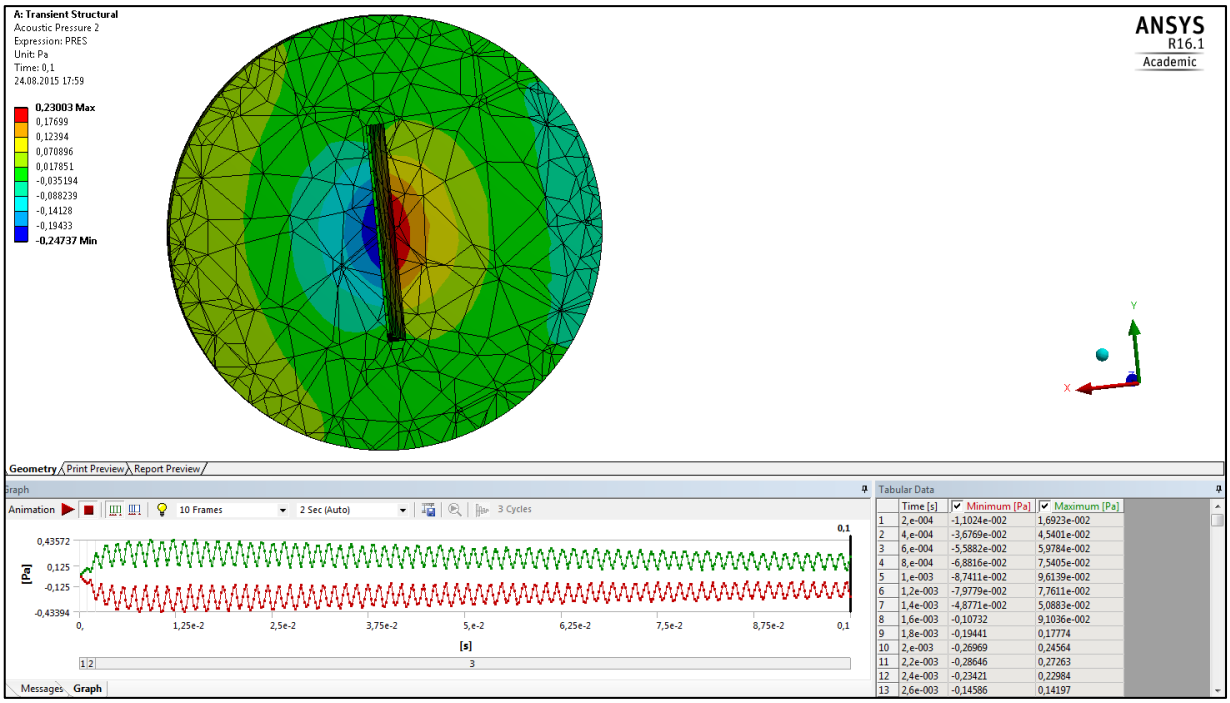

Outline
Filter: Name
Project
Model (A4)
Geometry
Part
Platte
Kopplung
Luft
Coordinate Systems
Connections
Mesh
Transient (A5)
Initial Conditions
Analysis Settings
Displacement
Acoustic Body
Acoustic Body 2
Acoustic Radiation Boundary
Force
Solution (A6)
Solution Information
Acoustic Pressure
Acoustic Pressure 2
Total Deformation
Details of "Solution Information"
Solution Information
Solution Output
Solver Output
Newton-Raphson Residuals
0
Update Interval
2,5 s
Display Points
All
FE Connection Visibility
Activate Visibility
Yes
Display
All FE Connectors
Draw Connections Attached To
All Nodes
Line Color
Connection Type
Visible on Results
No
Worksheet
*** LOAD STEP 3 SUBSTEP 104 COMPLETED. CUM ITER = 114
*** TIME = 0.228000E-01 TIME INC = 0.200000E-03 OLD TRIANG MATRIX
*** RESPONSE FREQ = 356.2 PERIOD= 0.2807E-02 PTS/CYC = 14.
*** LOAD STEP 3 SUBSTEP 105 COMPLETED. CUM ITER = 115
*** TIME = 0.230000E-01 TIME INC = 0.200000E-03 OLD TRIANG MATRIX
*** RESPONSE FREQ = 376.0 PERIOD= 0.2660E-02 PTS/CYC = 13.
*** LOAD STEP 3 SUBSTEP 106 COMPLETED. CUM ITER = 116
*** TIME = 0.232000E-01 TIME INC = 0.200000E-03 OLD TRIANG MATRIX
*** RESPONSE FREQ = 388.3 PERIOD= 0.2575E-02 PTS/CYC = 13.
*** LOAD STEP 3 SUBSTEP 107 COMPLETED. CUM ITER = 117
*** TIME = 0.234000E-01 TIME INC = 0.200000E-03 OLD TRIANG MATRIX
*** RESPONSE FREQ = 392.3 PERIOD= 0.2549E-02 PTS/CYC = 13.
*** LOAD STEP 3 SUBSTEP 108 COMPLETED. CUM ITER = 118
*** TIME = 0.236000E-01 TIME INC = 0.200000E-03 OLD TRIANG MATRIX
*** RESPONSE FREQ = 380.2 PERIOD= 0.2630E-02 PTS/CYC = 13.
*** LOAD STEP 3 SUBSTEP 109 COMPLETED. CUM ITER = 119
*** TIME = 0.238000E-01 TIME INC = 0.200000E-03 OLD TRIANG MATRIX
*** RESPONSE FREQ = 343.6 PERIOD= 0.2911E-02 PTS/CYC = 15.
*** LOAD STEP 3 SUBSTEP 110 COMPLETED. CUM ITER = 120
*** TIME = 0.240000E-01 TIME INC = 0.200000E-03 OLD TRIANG MATRIX
*** RESPONSE FREQ = 328.8 PERIOD= 0.3042E-02 PTS/CYC = 15.
*** LOAD STEP 3 SUBSTEP 111 COMPLETED. CUM ITER = 121
*** TIME = 0.242000E-01 TIME INC = 0.200000E-03 OLD TRIANG MATRIX
*** RESPONSE FREQ = 350.9 PERIOD= 0.2850E-02 PTS/CYC = 14.
*** LOAD STEP 3 SUBSTEP 112 COMPLETED. CUM ITER = 122
*** TIME = 0.244000E-01 TIME INC = 0.200000E-03 OLD TRIANG MATRIX
*** RESPONSE FREQ = 372.3 PERIOD= 0.2686E-02 PTS/CYC = 13.
ANSYS Workbench Solution Status
Overall Progress...
Preparing the mathematical model...
Interrupt Solution
Stop Solution
Graphics
Worksheet
Messages
Text
Association
Timestamp

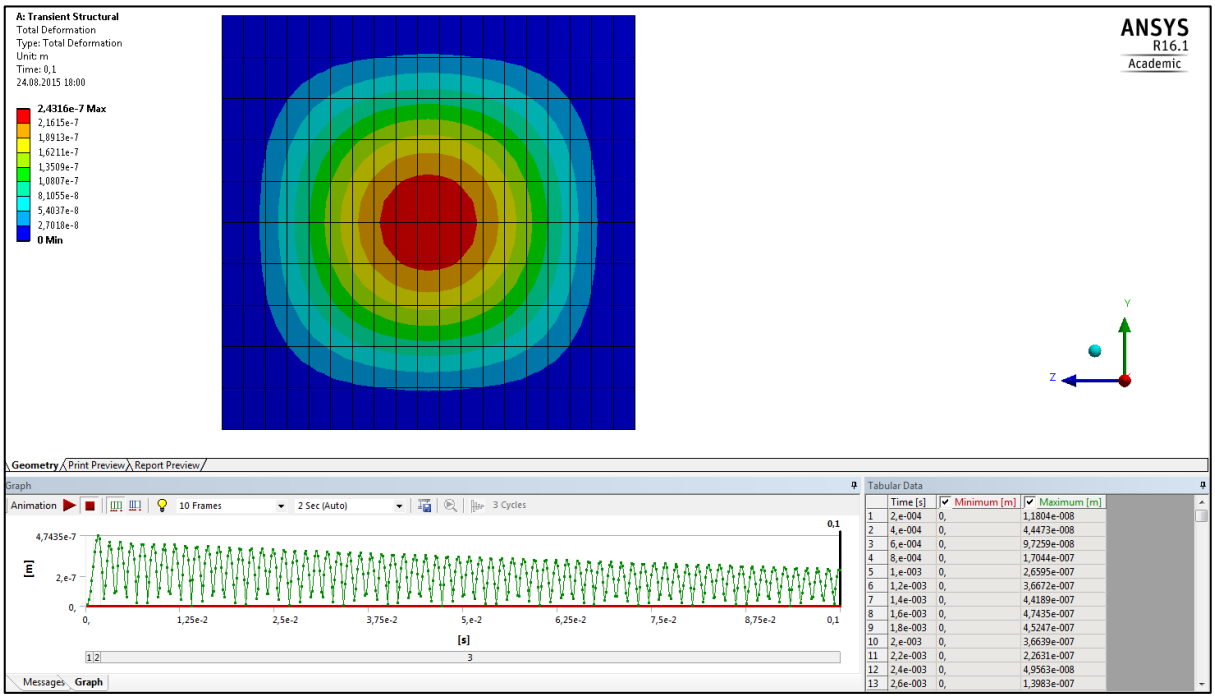
```
Worksheet

Latency time from master to core    1 =    0.269 microseconds
Latency time from master to core    2 =    0.265 microseconds
Latency time from master to core    3 =    0.321 microseconds

Communication speed from master to core    1 =  5659.79 MB/sec
Communication speed from master to core    2 =  6217.79 MB/sec
Communication speed from master to core    3 =  6306.20 MB/sec

Total CPU time for main thread                    :      328.8 seconds
Total CPU time summed for all threads             :      334.2 seconds

Elapsed time spent pre-processing model (/PREP7)  :        0.1 seconds
Elapsed time spent solution - preprocessing       :        0.4 seconds
Elapsed time spent computing solution             :      321.1 seconds
Elapsed time spent solution - postprocessing      :       13.7 seconds
Elapsed time spent post-processing model (/POST1) :        0.0 seconds
Equation solver effective I/O rate                :    11225.7 MB/sec

Maximum total memory used                         :      564.0 MB
Maximum total memory allocated                    :     5184.0 MB
Maximum total memory available                    :         16 GB

+------ E N D   D I S T R I B U T E D   A N S Y S   S T A T I S T I C S -------+


 *------------------------------------------------------------------------------*
 |                                                                              |
 |                        DISTRIBUTED ANSYS RUN COMPLETED                       |
 |                                                                              |
 |------------------------------------------------------------------------------|
 |                                                                              |
 | Ansys Release 16.1          Build 16.1         UP20150325     WINDOWS x64 |
 |                                                                              |
 |------------------------------------------------------------------------------|
 |                                                                              |
 | Database Requested(-db)  1024 MB    Scratch Memory Requested      1024 MB |
 | Maximum Database Used      13 MB    Maximum Scratch Memory Used    137 MB |
 |                                                                              |
 |------------------------------------------------------------------------------|
 |                                                                              |
 |        CP Time      (sec) =        334.232       Time  =  17:57:20         |
 |        Elapsed Time (sec) =        340.000       Date  =  08/24/2015       |
 |                                                                              |
 *------------------------------------------------------------------------------*
```

Auswertung

- Nachdem die Berechnung abgeschlossen ist, werden die angeforderten grafischen Darstellungen berechnet.
- Die Zeitdaten unter „Tabular Data“ können kopiert und in anderen Programmen weiter ausgewertet werden (Excel, Matlab etc.).
- Ein Klick auf das rote „Play“-Zeichen startet eine Animation des Zeitverlaufs.




A: Transient Structural
Acoustic Pressure 2
Expression: PRES
Unit: Pa
Time: 0,1
24.08.2015 17:59
0,23003 Max
0,17699
0,12394
0,070896
0,017851
-0,035194
-0,088239
-0,14128
-0,19433
-0,24737 Min
ANSYS
R16.1
Academic
Geometry
Print Preview
Report Preview
Graph
Animation
10 Frames
2 Sec (Auto)
3 Cycles
[Pa]
[s]
Messages
Graph
Tabular Data
Time [s]
Minimum [Pa]
Maximum [Pa]
1 2,e-004 -1,1024e-002 1,6923e-002
2 4,e-004 -3,6769e-002 4,5401e-002
3 6,e-004 -5,5882e-002 5,9784e-002
4 8,e-004 -6,8816e-002 7,5405e-002
5 1,e-003 -8,7411e-002 9,6139e-002
6 1,2e-003 -7,9779e-002 7,7611e-002
7 1,4e-003 -4,8771e-002 5,0883e-002
8 1,6e-003 -0,10732 9,1036e-002
9 1,8e-003 -0,19441 0,17774
10 2,e-003 -0,26969 0,24564
11 2,2e-003 -0,28646 0,27263
12 2,4e-003 -0,23421 0,22984
13 2,6e-003 -0,14586 0,14197


A: Transient Structural
Total Deformation
Type: Total Deformation
Unit: m
Time: 0,1
24.08.2015 18:00
2,4316e-7 Max
2,1615e-7
1,8913e-7
1,6211e-7
1,3509e-7
1,0807e-7
8,1055e-8
5,4037e-8
2,7018e-8
0 Min
ANSYS
R16.1
Academic
Geometry
Print Preview
Report Preview
Graph
Animation
10 Frames
2 Sec (Auto)
3 Cycles
[m]
[s]
Messages
Graph
Tabular Data
Time [s]
Minimum [m]
Maximum [m]
1 2,e-004 0, 1,1804e-008
2 4,e-004 0, 4,4473e-008
3 6,e-004 0, 9,7259e-008
4 8,e-004 0, 1,7044e-007
5 1,e-003 0, 2,6595e-007
6 1,2e-003 0, 3,6672e-007
7 1,4e-003 0, 4,4189e-007
8 1,6e-003 0, 4,7435e-007
9 1,8e-003 0, 4,5247e-007
10 2,e-003 0, 3,6639e-007
11 2,2e-003 0, 2,2631e-007
12 2,4e-003 0, 4,9563e-008
13 2,6e-003 0, 1,3983e-007

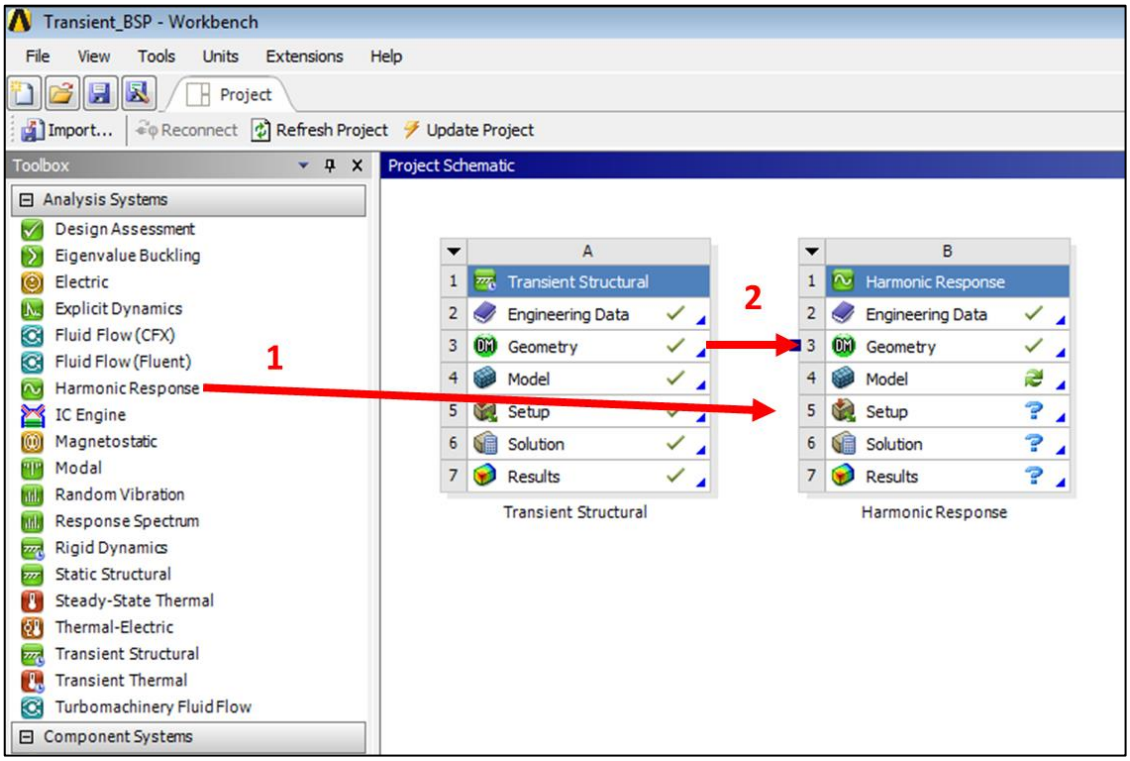
Anhang B: Anleitung harmonische Analyse

Hier wird die Durchführung einer harmonischen Analyse mit Struktur-Akustik-Kopplung beschrieben, wobei nur auf die Punkte eingegangen wird, die in der vorherigen Anleitung nicht enthalten waren. Die Geometrie und die bisherigen Randbedingungen werden teilweise übernommen.

Eine Besonderheit bei der harmonischen Analyse, ist die Möglichkeit Ergebnisse im Fernfeld anzeigen zu lassen, also außerhalb des eigentlichen Modells. Das erfordert eine geometrische Anpassung.

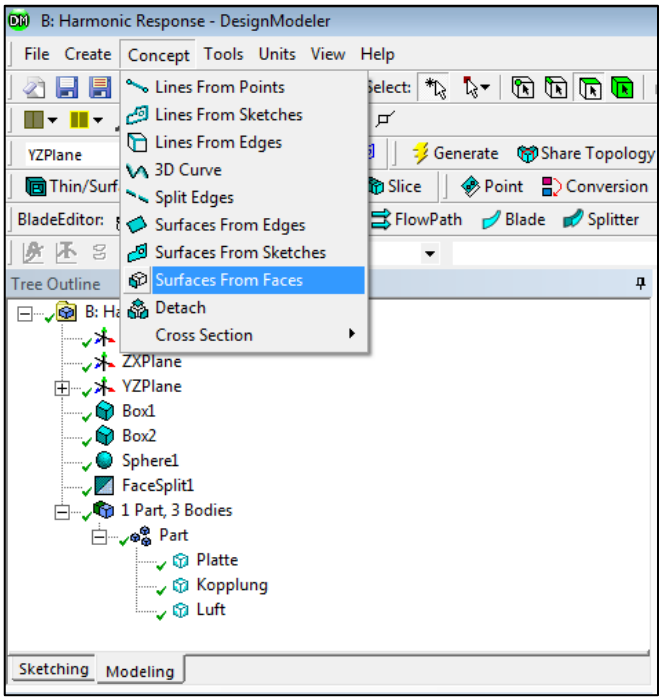
Geometrie

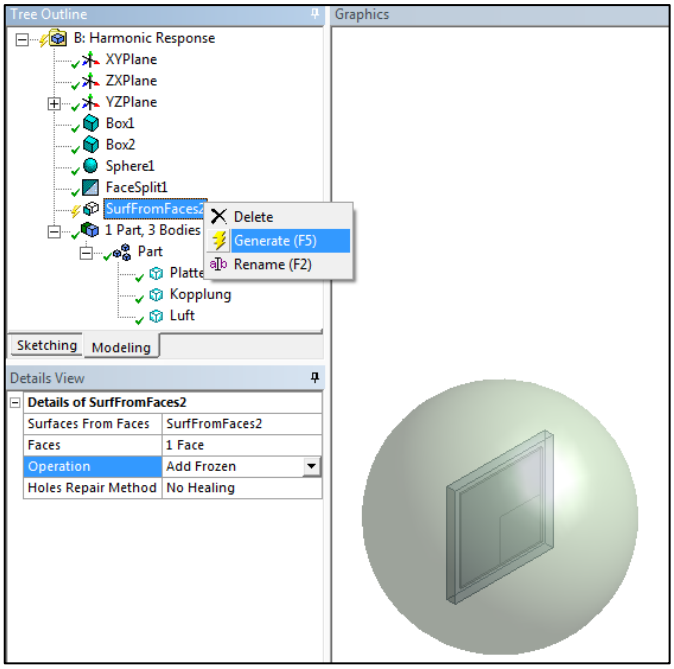
- Anstelle der durchgängig vernetzten Vollkugel, soll ein kugelförmiger Schalenkörper verwendet werden, auf den später die Fernfeldergebnisse projiziert werden.
- Zunächst wird wie gehabt ein „Harmonic Response“ Modul in das Projekt gezogen.
- Durch „Drag & Drop“ kann die Geometrie der transienten Analyse übernommen werden.
- Die Verbindung zwischen den Modulen kann anschließend wieder gelöscht werden (Rechtsklick→Delete).



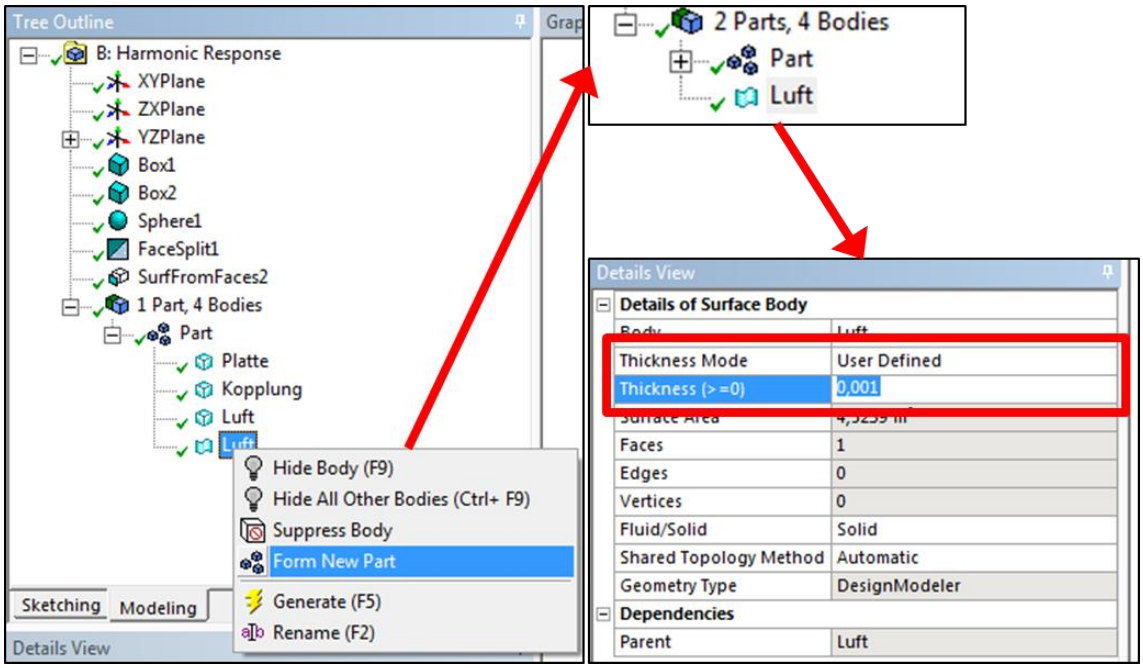
- Doppelklick auf Geometry öffnet den DesignModeler.

- Concept→Surfaces from Faces, Oberfläche der Kugel auswählen, um den Schalenkörper zu erstellen.





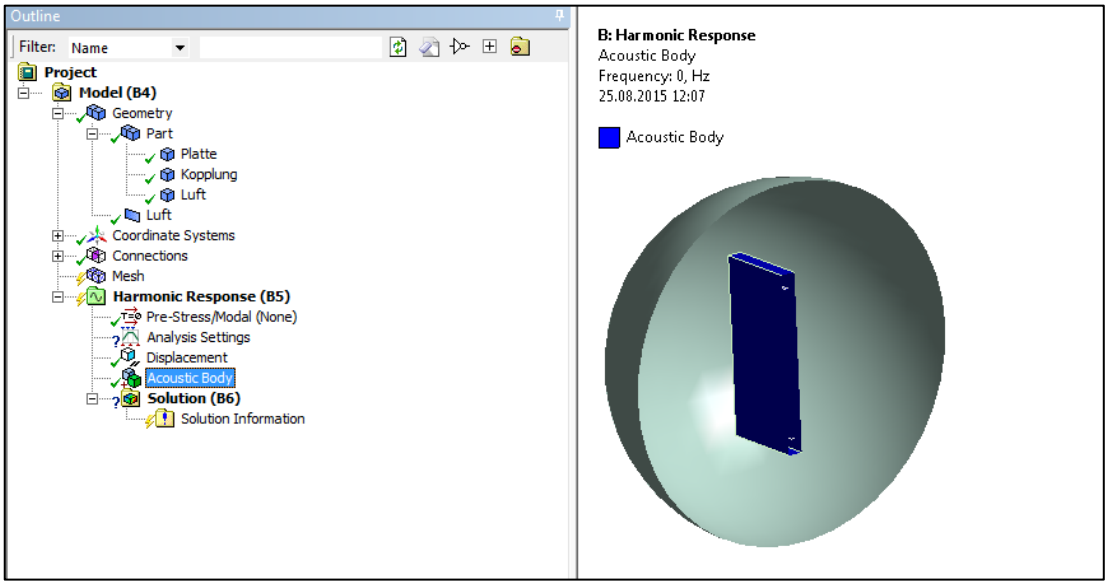
- Anschließend muss der neue Flächenkörper als neues Bauteil definiert werden, damit er später als eigenständiger Körper angezeigt wird (Rechtsklick→ „Form New part“).
- Für den Schalenkörper wird außerdem eine beliebige Dicke vorgegeben („Thickness Mode“ → „User Defined“).



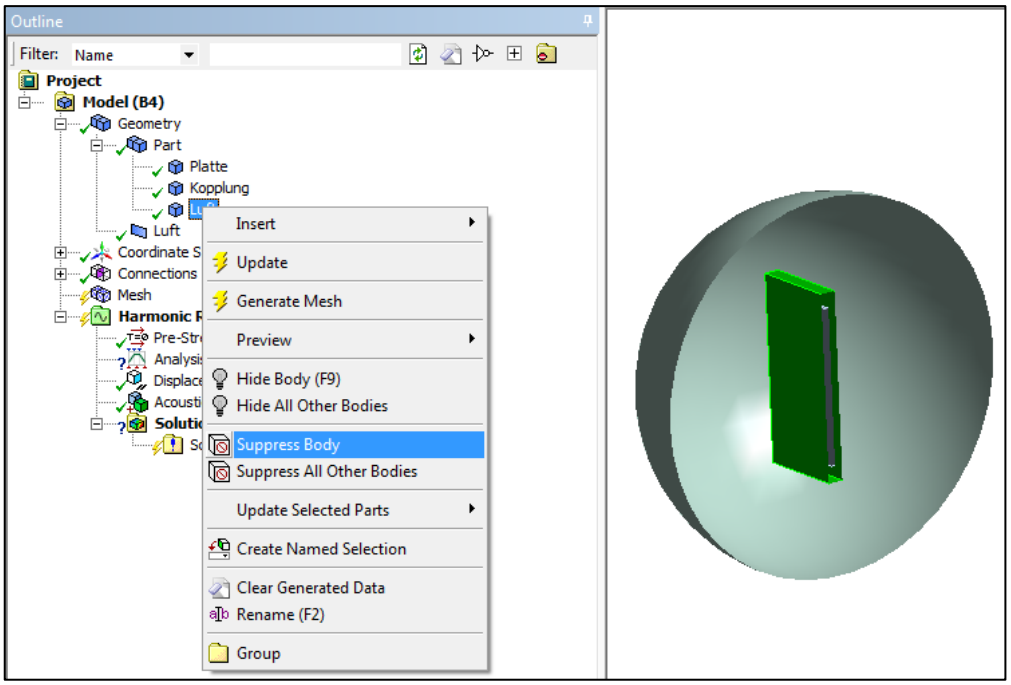
- Damit ist die Anpassung der Geometrie abgeschlossen, der DesignModeler kann verlassen und das Set-Up geöffnet werden.

Set-Up

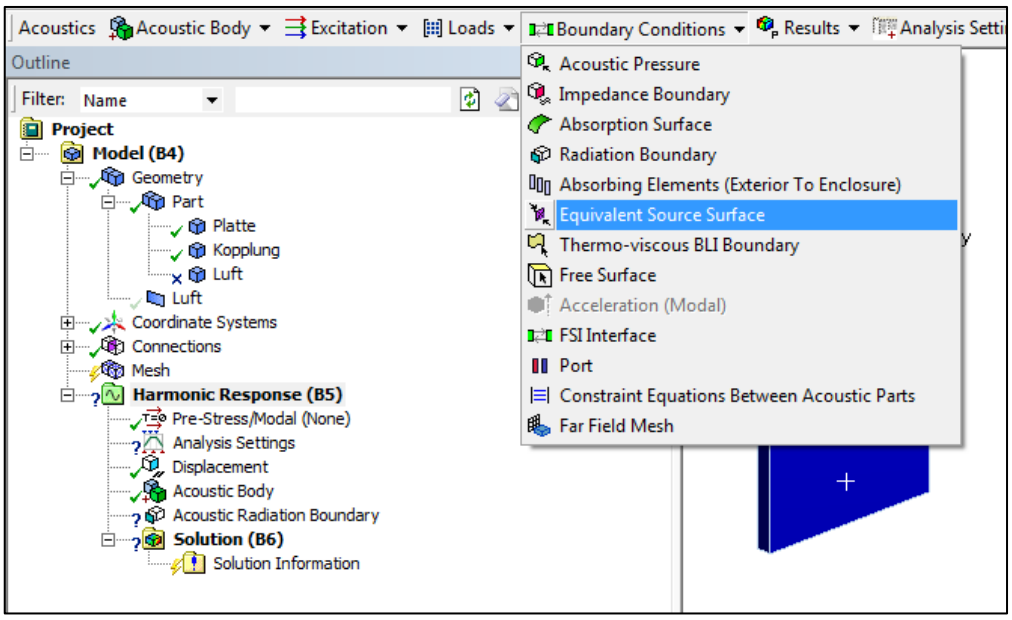
- Die „Displacement“ Randbedingung und der „Acoustic Body“ mit dem gekoppelten Algorithmus werden übernommen, was zu folgendem Strukturbaum führen sollte.

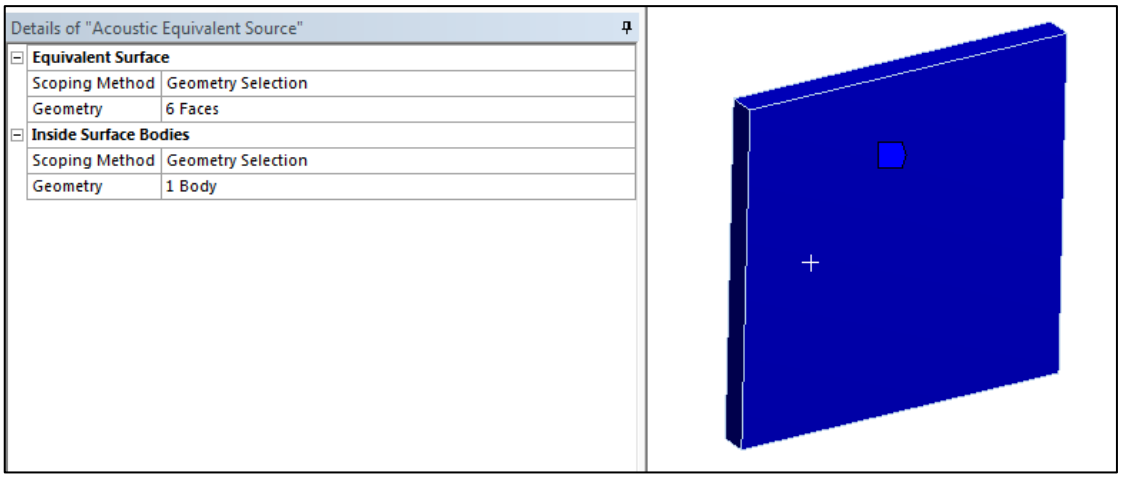


- Der kugelförmige Volumenkörper wird unterdrückt, womit er für die Berechnung keine Rolle mehr spielt (Rechtsklick→Suppress Body).

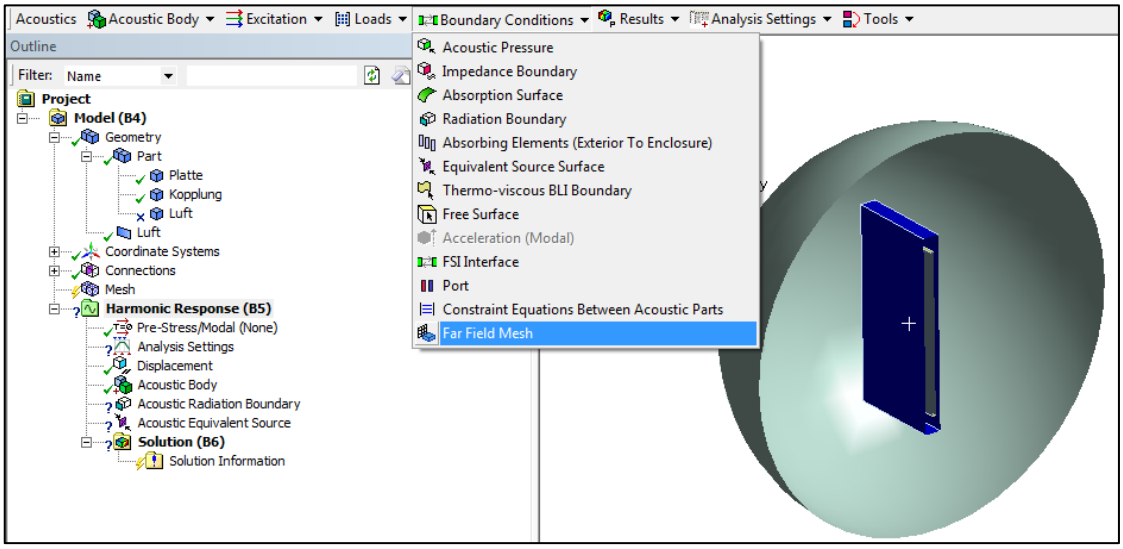


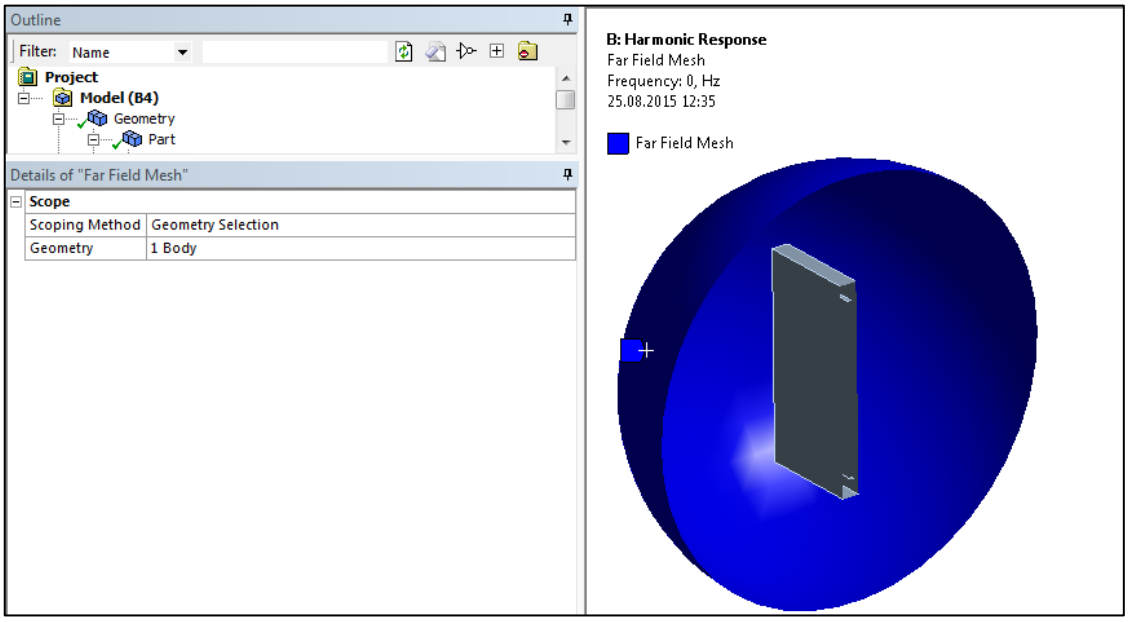
- Die „Radiation Boundary“ wird jetzt auf die Oberflächen des quaderförmigen „Acoustic Body“ gesetzt.
- Auf die gleichen Flächen wird eine „Equivalent Source Surface“ gesetzt (bzw. „Acoustic Equivalent Source“ bei Rechtsklick auf „Harmonic Response“→Insert).
- „Equivalent Surface“→Die 6 Quaderflächen - „Inside Surface Bodies“→Der quaderförmige Körper.
- So wird die abstrahlende Fläche für die Ergebnisse im Fernfeld definiert.



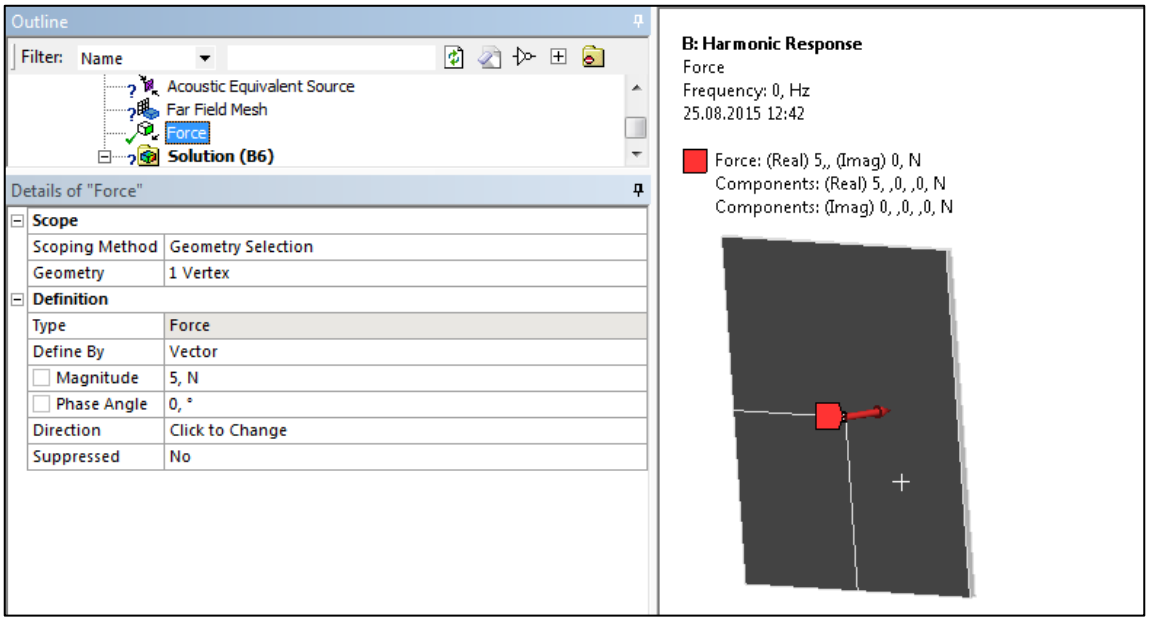


- Der Kugelförmige Schalenkörper wird als „Far Field Mesh“ deklariert, was den Körper aus der regulären Berechnung ausschließt und ihn nur als „Empfänger“ für die Fernfeldabstrahlung fungieren lässt.



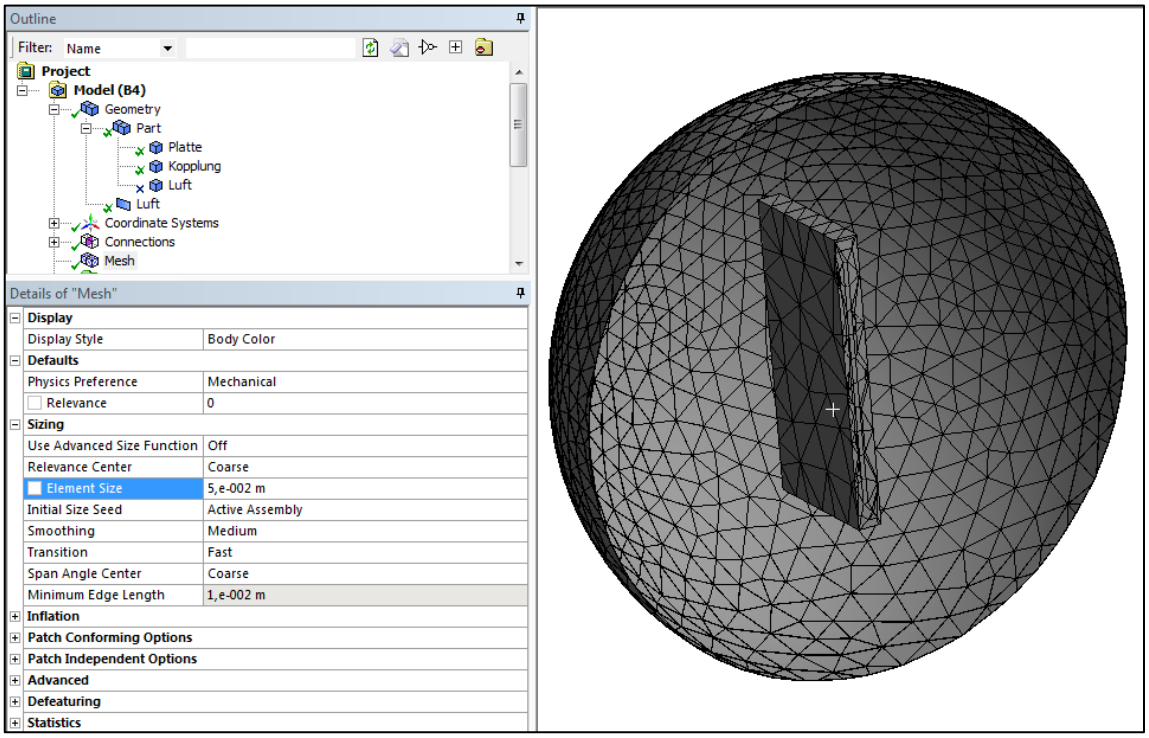


- Die Anregung in Form einer Kraft auf den Mittelpunkt der Platte wird genau wie bei der transienten Analyse definiert.

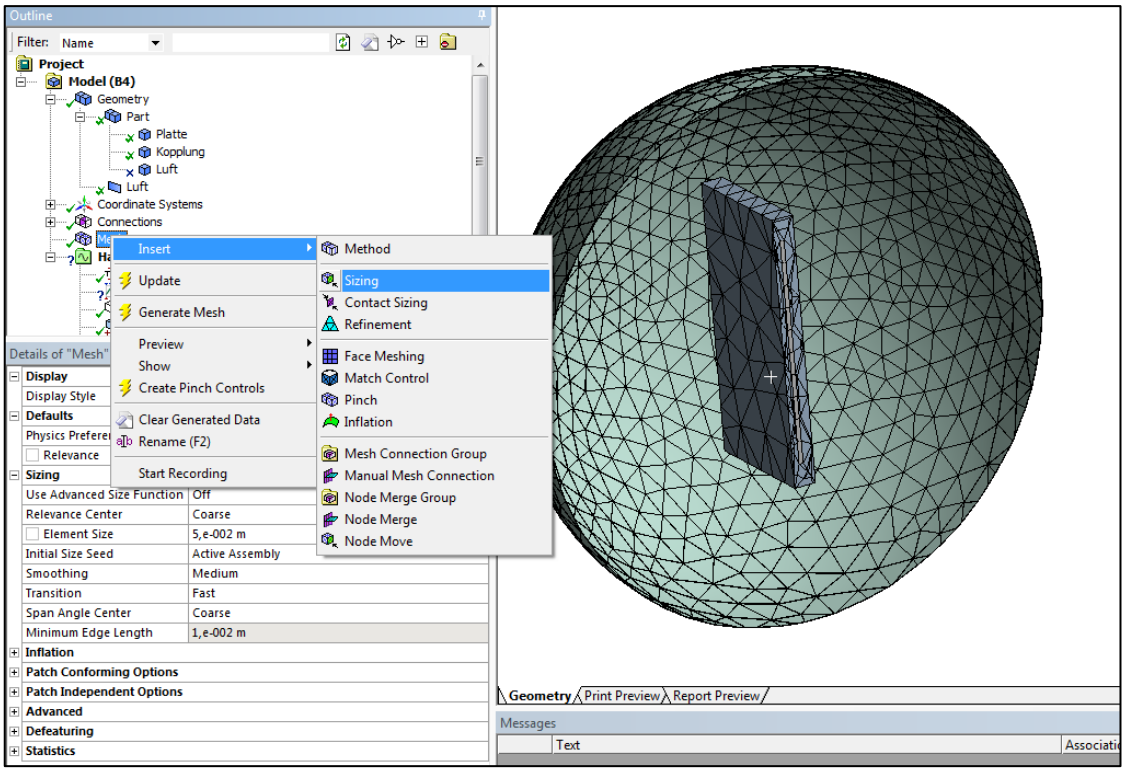


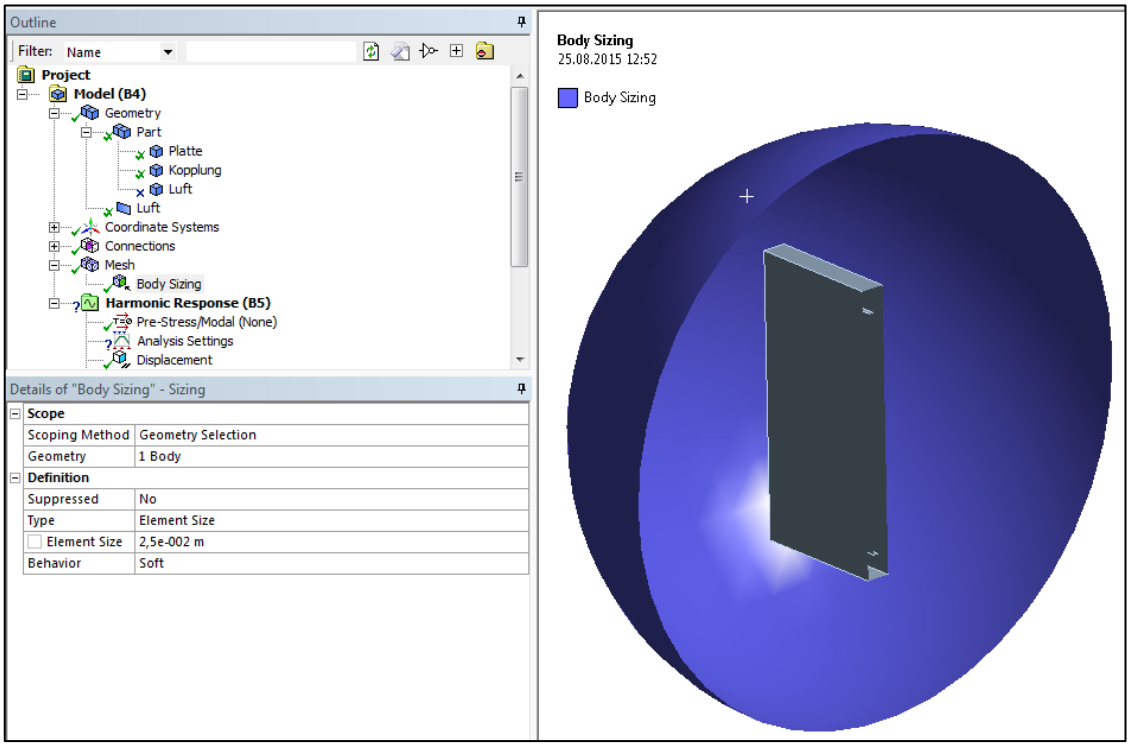
- Die Vernetzung erfolgt zunächst wie gehabt, mit der Vorgabe einer globalen Elementgröße.

Vernetzung



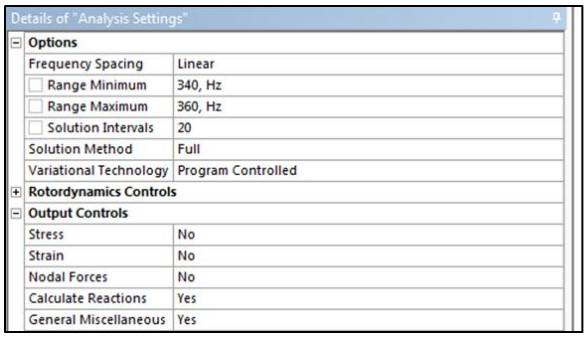
- Die Auflösung des Fernfeldnetzes kann durch das Einfügen einer lokalen Elementgröße beeinflusst werden (Rechtsklick auf „Mesh“ → „Insert“ → „Sizing“).

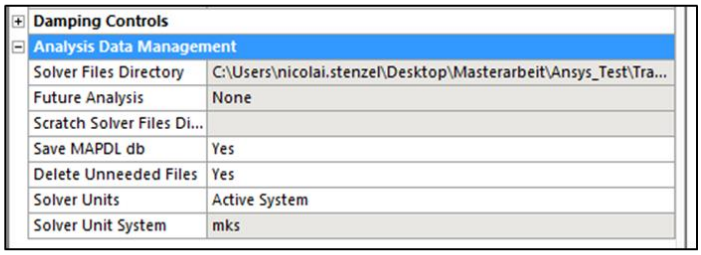




Analyseeinstellungen

- Abschließend werden die Analyseeinstellungen für die Berechnung vorgegeben (Klick auf „Analysis Settings“).
- Für dieses Beispiel die Einstellungen gemäß Abbildung eingeben.

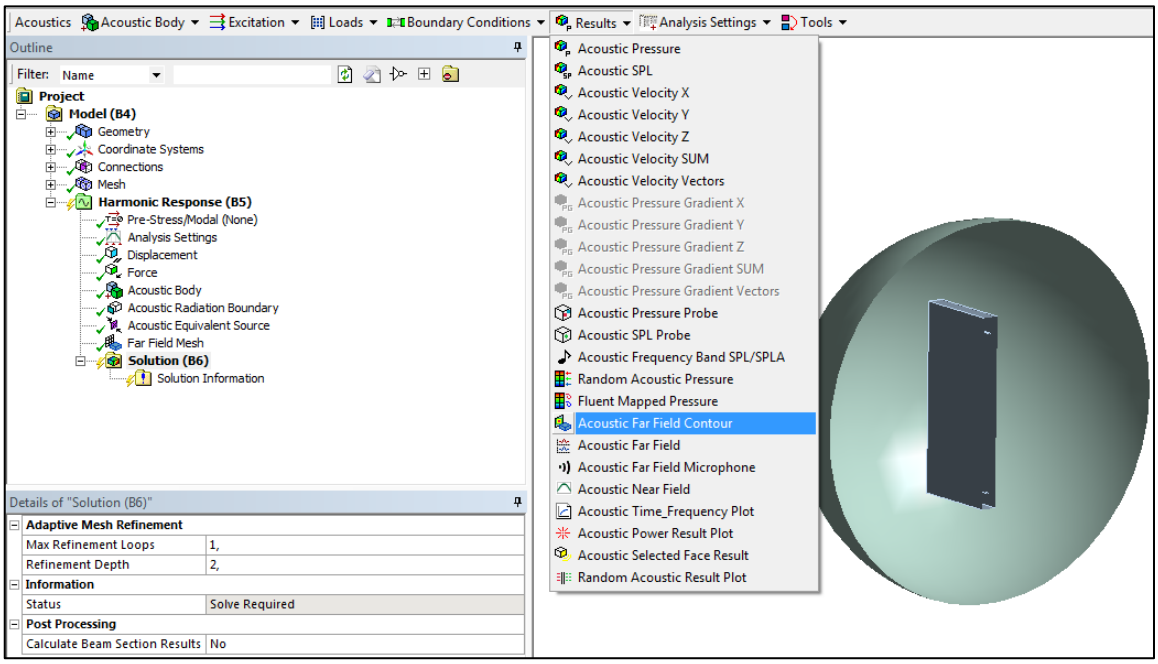


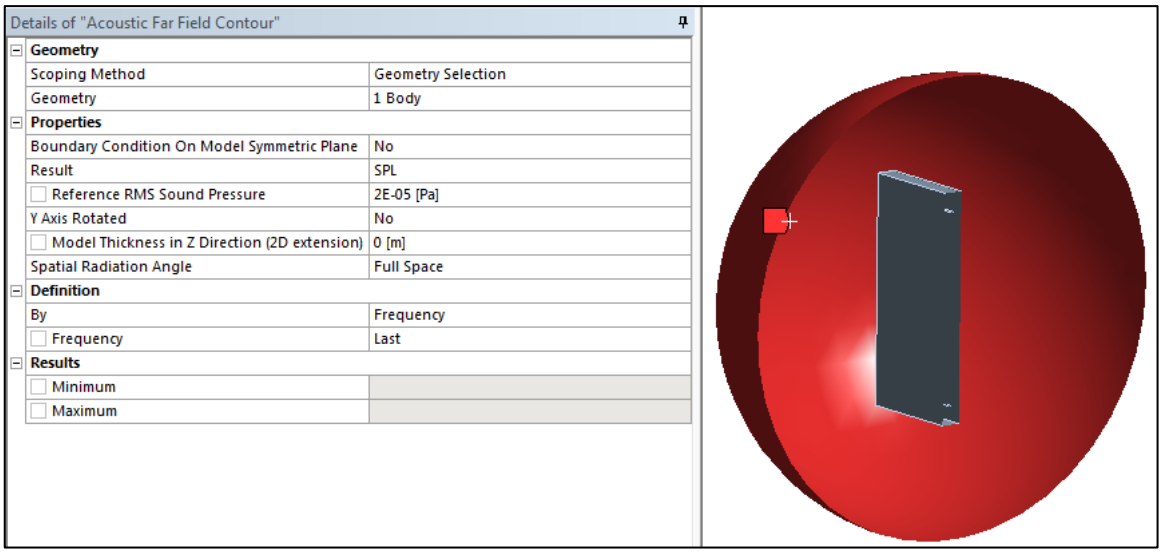


- Sobald die „Solver Method“ auf „Full“ gestellt wird, verschwinden einige Fragezeichen im Strukturbaum, da diese Randbedingungen nicht für eine Berechnung mit „Mode Superposition“ zulässig sind.
- Spannungen und Belastungen (Stress, Strain) werden für akustische Berechnungen nicht benötigt.
- „Save MAPDL db“ ist Voraussetzung für die akustische Auswertung.

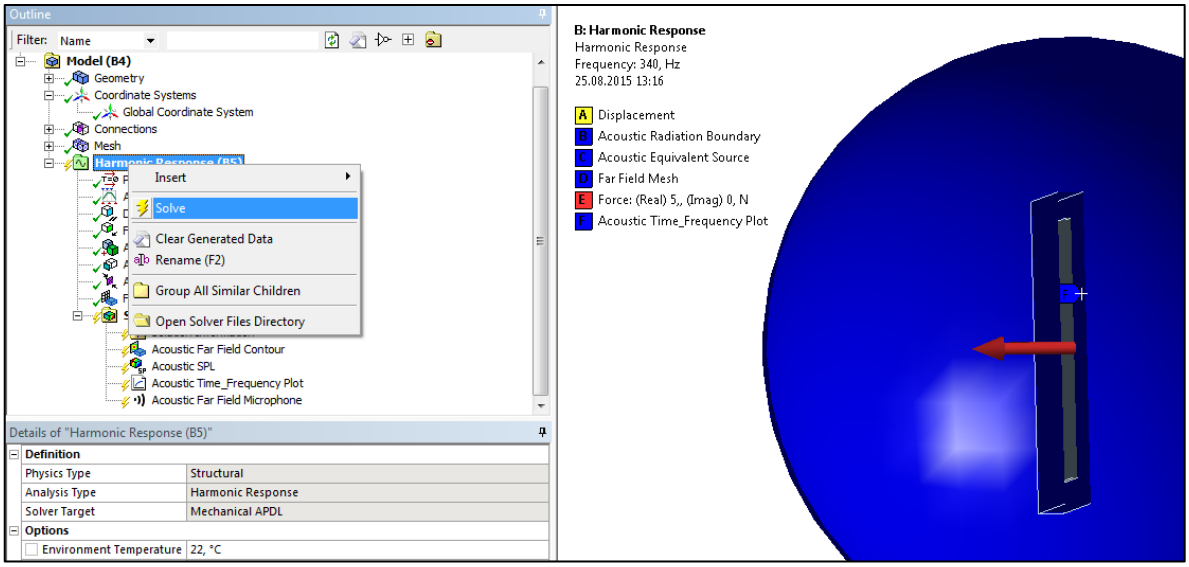
Auswertung / Ergebnisse anfordern

- Entweder durch Rechtsklick auf „Solution“ oder in der Acoustics Toolbar wird „Acoustic Far Field Contour“ ausgewählt.





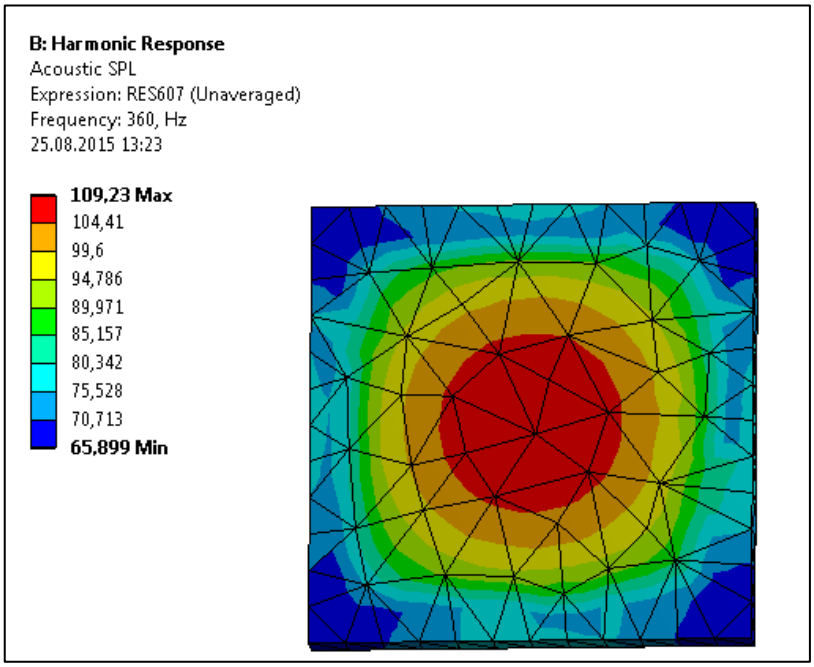
- Auf die gleiche Art und Weise werden ein „Acoustic Time Frequency Plot“ (Eine Quaderfläche) und ein „Acoustic SPL“ (Quaderkörper) Ergebnis angefordert.
- Außerdem kann durch Angabe von Koordinaten ein Mikrofonpunkt im Fernfeld platziert werden.

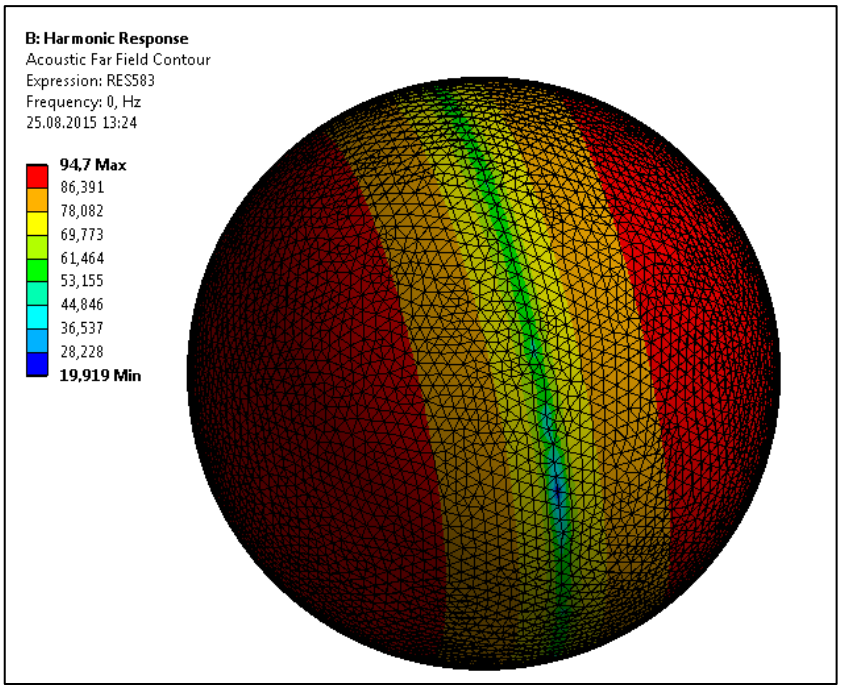


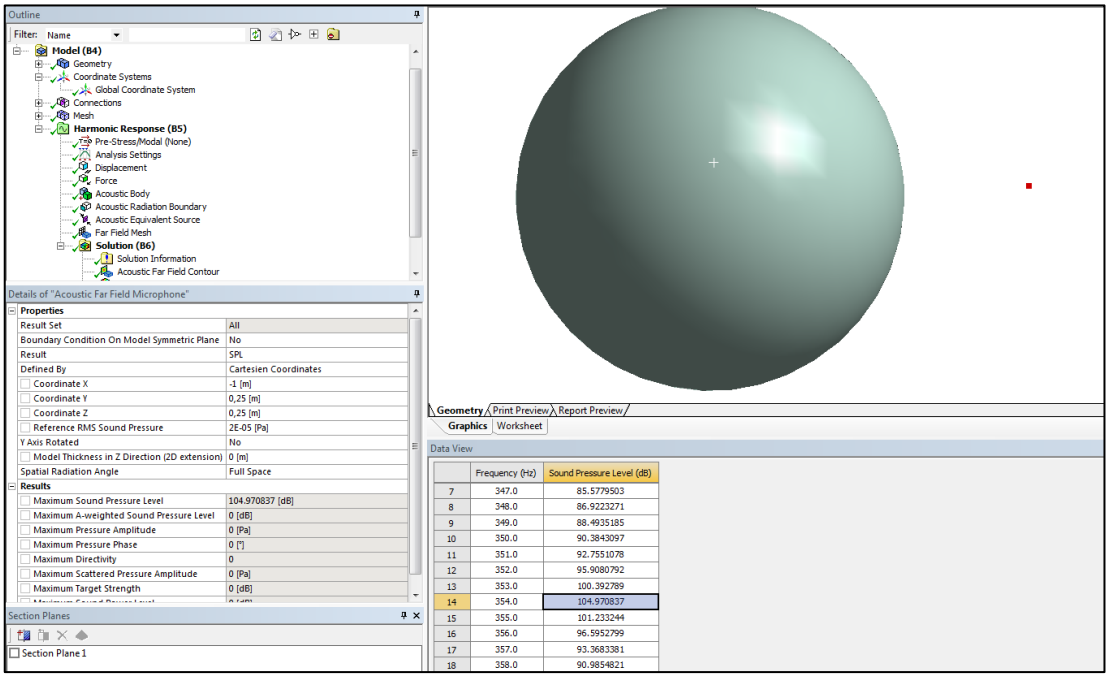
- Nun kann das Modell gelöst werden.
- Je nach Modell und angeforderten Ergebnissen, kann die Berechnung der Darstellung etwas länger dauern als die Berechnung selber.

Ergebnisse

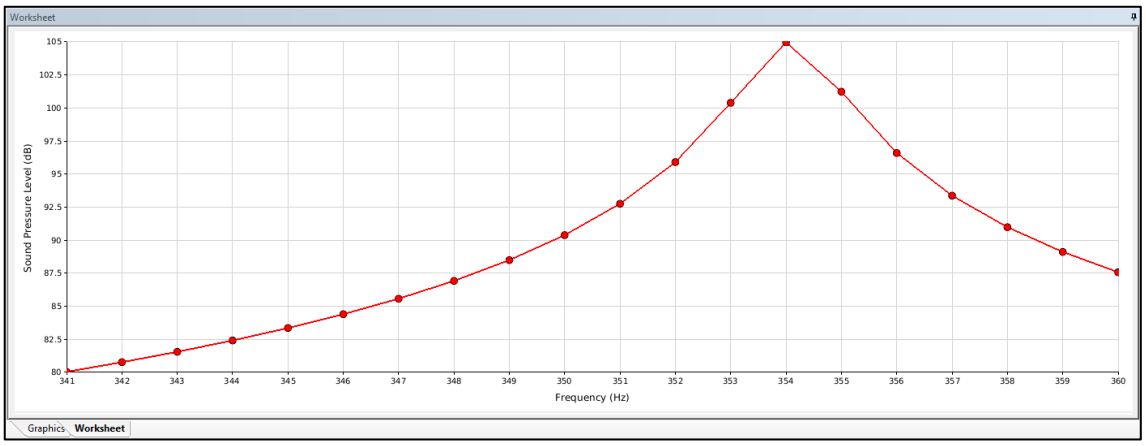
```
Total CPU time for main thread                    :        6.0 seconds
Total CPU time summed for all threads             :        7.1 seconds

Elapsed time spent pre-processing model (/PREP7)  :        0.1 seconds
Elapsed time spent solution - preprocessing       :        0.0 seconds
Elapsed time spent computing solution             :        3.7 seconds
Elapsed time spent solution - postprocessing      :        0.2 seconds
Elapsed time spent post-processing model (/POST1) :        0.0 seconds

Equation solver computational rate                :     7793.5 Mflops

Maximum total memory used                         :      589.0 MB
Maximum total memory allocated                    :     5184.0 MB
Maximum total memory available                    :         16 GB

+------ E N D   D I S T R I B U T E D   A N S Y S   S T A T I S T I C S -------


 *------------------------------------------------------------------------*
 |                                                                        |
 |                       DISTRIBUTED ANSYS RUN COMPLETED                  |
 |                                                                        |
 |------------------------------------------------------------------------|
 |                                                                        |
 | Ansys Release 16.1          Build 16.1         UP20150325     WINDOWS x64 |
 |                                                                        |
 |------------------------------------------------------------------------|
 |                                                                        |
 | Database Requested(-db)  1024 MB    Scratch Memory Requested      1024 MB |
 | Maximum Database Used      12 MB    Maximum Scratch Memory Used    168 MB |
 |                                                                        |
 |------------------------------------------------------------------------|
 |                                                                        |
 |        CP Time      (sec) =          7.082       Time  =  13:17:30     |
 |        Elapsed Time (sec) =          8.000       Date  =  08/25/2015   |
 |                                                                        |
 *------------------------------------------------------------------------*
```







	Frequency (Hz)	Sound Pressure Level (dB)
7	347.0	85.5779503
8	348.0	86.9223271
9	349.0	88.4935185
10	350.0	90.3843097
11	351.0	92.7551078
12	352.0	95.9080792
13	353.0	100.392789
14	354.0	104.970837
15	355.0	101.233244
16	356.0	96.5952799
17	357.0	93.3683381
18	358.0	90.9854821



Erklärung

Hiermit versichere ich, Nicolai Stenzel, die vorliegende Master-Thesis selbständig verfasst und keine weiteren als die angegebenen Hilfsmittel und Quellen benutzt zu haben.

Dies ist die von der Hochschule Düsseldorf zu bewertende Version.

Ort, Datum _____ Unterschrift _____