

Strömungsakustik

(Strömungstechnik & Akustik)

Frank Kameier und Dieter Reinartz

Eine Weiterentwicklung des Seminars „Strömungsakustik“
von
Leonard Bommers und Dieter Reinartz

Die Fachgebiete Strömungsmechanik und die klassische Akustik basieren auf gleichen physikalischen Axiomen, die Lösung der Gleichungssysteme erfolgt allerdings mittels grundlegend unterschiedlicher Vereinfachungen. In der Strömungsakustik ist es notwendig, die Teilgebiete der mechanischen und thermodynamischen Physik zusammenzuführen.

Das vorliegende Skript zur Lehrveranstaltung Strömungsakustik für Studierende des Fachbereichs 4, Maschinenbau und Verfahrenstechnik, an der Fachhochschule Düsseldorf basiert auf den in den Jahren 1971 bis 1994 gemachten Erfahrungen von Leonard Bommers und Dieter Reinartz. Der über die Jahre verfolgte Schwerpunkt zur Beschreibung des Ventilatorengeräuschs ist im Jahre 1998 hinsichtlich experimenteller und messtechnischer Methoden erweitert worden. Wesentliche physikalische Grundlagen zum Vergleich der Strömungsmechanik und der Akustik wurden ergänzt. In der neuesten Fassung wird der bisher nur im Übungs- und Seminarbetrieb verfolgte Schwerpunkt der computerbasierten Messdatenverarbeitung eingeführt. Programmiert wird ein 2-kanal FFT-Analysator mit Hilfe der objektorientierten Software DASYLab und unter Matlab. Neu ist auch ein Abschnitt zu strömungserregten Schwingungen.

Die vorliegende überarbeitete Fassung soll als Vorlage einer Publikation dienen. Sie ist meinem strömungsakustischen `Ziehvater´ und persönlichen Berater, dem Leiter der Abteilung Turbulenzforschung des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt, Herrn Dr.-Ing. Wolfgang Neise, zu seinem 60. Geburtstag am 13. September 2001 in hoher Anerkennung und großer Dankbarkeit gewidmet.

Frank Kameier im September 2001

Inhaltsverzeichnis

1. Physikalische Grundlagen - instationäre Aerodynamik und Akustik
 - 1.1 Gleichungen zur Berechnung von Strömungen
 - 1.2 Unterteilung der Strömungsgrößen in Mittelwerte und Schwankungsanteile
 - 1.3 Gleichförmige und ungleichförmige Strömungen - laminar und turbulent
 - 1.4 Strömungsmechanische Betrachtungsweise
 - 1.5 Akustische Betrachtungsweise
 - 1.6 Harmonische Schwingungen und der Schalldruck
 - 1.7 Schallintensität und Schallenergiefluss
 - 1.8 Energiegrößen des Schallfeldes
 - 1.8.1 Schallpegel
 - 1.8.2 Additionsgesetz
 - 1.8.3 Lautstärke
 - 1.9 Geräuschanalyse
 - 1.9.1 Fourieranalysen und Korrelationsmesstechnik
 - 1.9.2 Fensterung der Zeitdaten
 - 1.9.3 Diskrete Fouriertransformation
 - 1.9.4 Berechnung des Gesamtpegels - Parseval-Theorem
 - 1.9.5 Vergleich von Frequenzanalysen unterschiedlicher Frequenzauflösung
 - 1.9.6 Mittelung, Overlapping und dreidimensionale Darstellungsmöglichkeiten
 - 1.9.7 Bewertung für Schallpegel
 - 1.9.8 Einwert-Messverfahren
2. Geräuscentstehung durch Strömungen
 - 2.1 Umströmung von Körpern
 - 2.2 Ausströmvorgänge
 - 2.3 Strömungsmaschinen
 - 2.3.1 Harmonische der Rotorfrequenz
 - 2.4 Die menschliche Stimme, Polsterpfeifen, Luftstrom und Resonator in Flöten
3. Schallausbreitung
 - 3.1 Ebene Welle
 - 3.2 Zylinderwellen
 - 3.3 Kugelwellen
 - 3.4 Die Schallausbreitung im zylindrischen Rohr mit überlagerter Strömung
 - 3.4.1 Beispiel der Rotor-Stator Wechselwirkung in axialen Strömungsmaschinen
 - 3.4.2 Die Schallabstrahlung einer rotierenden Schallquelle im Rohr-ein Experiment
 - 3.5 Akustische Resonanzen
4. Strömungserregte Schwingungen
 - 4.1 Grundlagen zu Strukturschwingungen
 - 4.2 Schwingungsmoden
 - 4.3 Flattern
 - 4.4 Beispiele strömungserregter Schwingungen
5. Geräuschemessverfahren und Schallleistungsbestimmung mittels Schalldruckmessungen
 - 5.1 Hüllflächen - Verfahren
 - 5.2 Hallraum - Verfahren
 - 5.3 Kanal - Verfahren
 - 5.4 Vergleich der genormten Geräuschemessverfahren
 - 5.5 Geräuschprüfstand mit reflexionsarmem Ausblaskanal zur Bestimmung von L_{w4}
 - 5.6 Mikrofon-Vorsatzsonden
6. Schallleistungsberechnung anhand von Schallintensitätsmessungen
 - 6.1 Schallintensität und Schallintensitätspegel

Literatur

1. Physikalische Grundlagen - instationäre Aerodynamik und Akustik

In der Strömungsmechanik interessiert man sich wie in der Akustik für die örtliche und zeitliche Änderung von Drücken und Geschwindigkeiten. Die Akustik ist hinsichtlich der physikalischen Gleichungen bei einer Schallausbreitung in Festkörpern ein Spezialgebiet der Mechanik, bei einer Schallausbreitung in Fluiden ein Spezialgebiet der Strömungsmechanik oder bei einer Ausbreitung in Gasen der instationären Aerodynamik. Die akustischen Gleichungen lassen sich aus den strömungsmechanischen herleiten nicht aber umgekehrt. Schall wird in Gasen durch die Auslenkung der Fluidteilchen angeregt, aufgrund der thermodynamischen Zusammenhänge führt dies zu einer Dichte- und Druckschwankung. Breitet sich die Druckschwankung mit einer speziellen materialabhängigen Geschwindigkeit aus, so nennt man sie Schalldruckschwankung und die Ausbreitungsgeschwindigkeit Schallgeschwindigkeit. Man unterscheidet Schallausbreitung in Fluiden und Festkörpern und spricht von Luftschall, Wasserschall und Körperschall. Für das menschliche Ohr ist der Luftschall von Bedeutung. Als Hörschall werden Schalldruckschwankungen im Frequenzbereich 16 Hz bis 16 kHz bezeichnet. Einteilen lassen sich die Schalldruckschwankungen in diskrete Schallkomponenten (Töne) und breitbandiges Rauschen. Ist die Schalldruckschwankung sinusförmig, so spricht man von einem Ton. Mehrere Einzeltöne ergeben einen Klang, wenn die Schwingungszahlen im Verhältnis ganzer Zahlen zueinander stehen. Sind die Schwingungen der Töne beliebig, so entsteht ein Tongemisch, auch Geräusch genannt. Wirkt das Geräusch störend, so spricht man von Lärm. Alle technischen Schallquellen sind vorwiegend Geräusch- oder Lärmerzeuger.

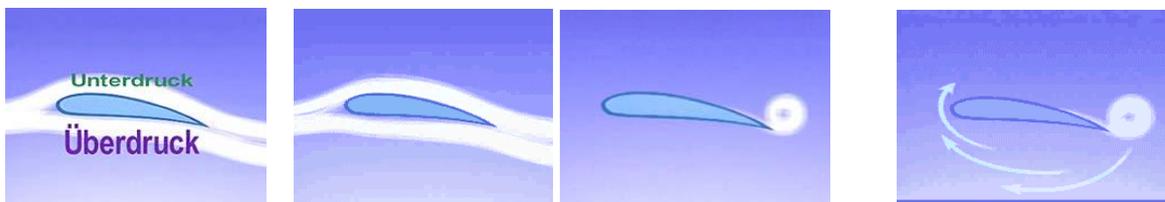
Die Beschreibung und Einteilung der strömungsakustischen Lärmentstehungsmechanismen setzt eine theoretische Betrachtung der physikalischen Grundgleichungen voraus. Eine Übersicht der zur Problembeschreibung notwendigen physikalischen Axiome und Formeln trägt außerdem zum Verständnis der jeweiligen Vereinfachungen und Randbedingungen bei. Zunächst werden nun einige Grundbegriffe im speziellen aus der Strömungsmechanik eingeführt oder wiederholt:

- Gleichungen zur Berechnung von Strömungen,
- instationäre und turbulente Strömungen,
- akustische Grundbegriffe,
- die Reynoldsgleichung,
- und die akustische Wellengleichung.

1.1 Gleichungen zur Berechnung von Strömungen

Auftrieb und Bernoulli-Gleichung

Auftrieb und Zirkulation



Quelle: WDR, Quarks, 6/1999, <http://www.quarks.de/fliegen2/00.htm>

Quelle: WDR, Quarks, 6/1999, <http://www.quarks.de/fliegen2/00.htm>

Bild 1.1: Tragflügelumströmung, Auftrieb und Zirkulation, vgl. www.quarks.de, 1999.

Bernoulli-Gleichung

1-dimensionale Stromfadentheorie
mechanische Energiebilanz

$$\frac{c^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} = K = \text{const.}$$

$\frac{m^2}{s^2}$ $\frac{m^2}{s^2}$ $\frac{m^2}{s^2}$

gültig nur für

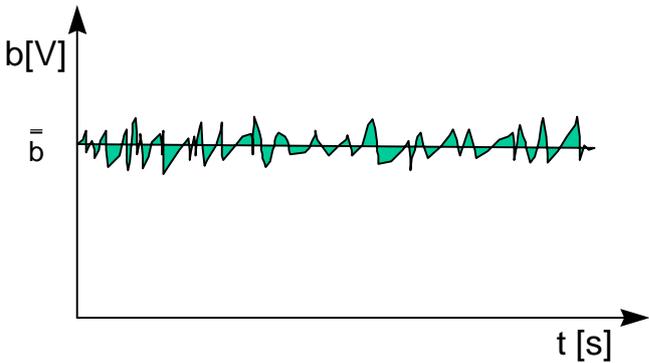
- inkompressible Medien 
- stationäre Strömungen 
- reibungsfreie Strömungen 
- im Schwerfeld der Erde 

→ **hinsichtlich akustischer Anwendungen**

Bild 1.2: Bernoulli-Gleichung, aus der Impulserhaltung für inkompressible Strömungen.

1.2 Unterteilung der Strömungsgrößen in Mittelwerte und Schwankungsanteile

Ohne dass in der Regel explizit darauf hingewiesen wird, wird in der Strömungsmechanik häufig nur mit gemittelten Strömungsgrößen gearbeitet, dagegen spielt in der reinen Akustik der mittlere Wert einer Strömungsgröße (Geschwindigkeit oder Druck) keine Rolle. Die Einarbeitung in die Strömungsakustik erfordert daher eine sorgfältige Unterscheidung der Mittelwerte und Schwankungsanteile wie es in der Turbulenztheorie der Strömungsmechanik üblich ist:

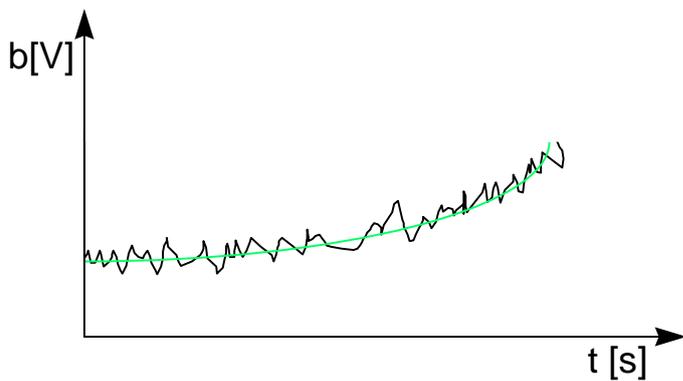


Beschränkt man sich auf im Mittel stationäre Ereignisse, dann zeigt die nebenstehende Skizze den prinzipiellen zeitlichen Verlauf einer unregelmäßig schwankenden Größe am Oszilloskope oder Messcomputer. Der Mittelwert ist definiert durch

$$\bar{b} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T b(t) dt \tag{1.1}$$

Bild 1.3: Zeitverlauf $\bar{b} = \text{const.}$.

Die Mittelungszeit T ist gerade so lange zu wählen, dass sich \bar{b} nicht mehr ändert.



Ein im zeitlichen Mittel instationäres Ereignis zeigt den nebenstehend skizzierten Verlauf am Oszilloskope oder Messcomputer. Es gilt dann

$$\bar{b} := \frac{1}{T} \int_0^T b(t) dt \quad (1.2)$$

wobei das Integrationsintervall T so groß zu wählen ist, dass die kleinen unregelmäßigen Schwankungen herausgemittelt werden, zugleich jedoch so klein, dass die langsame, durch die Randbedingungen aufgeprägte zeitliche Änderung erhalten bleibt. In diesem Falle ist eine Mittelung nur möglich, wenn die Frequenzen der schnellen und der langsamen Schwankungen deutlich voneinander getrennt sind.

Bild 1.4: Zeitverlauf, $\bar{b} = \bar{b}(t)$.

Die Schwankung b' einer Strömungsgröße ist unabhängig von den obigen Beispielen definiert als die Differenz aus dem Momentanwert b und dem Mittelwert \bar{b} , es gilt stets

$$b = \bar{b} + b' \quad (1.3)$$

Aus der Elektrotechnik ist diese Aufteilung in Gleich- und Wechselspannung (DC und AC) bekannt. Da die nichtelektrischen Größen wie Druck und Geschwindigkeit mittels entsprechender Wandler oder Sensoren in elektrische Spannung umgewandelt werden, entspricht der AC-Anteil eines Drucks dem für die Akustik relevanten Wechselanteil, der DC-Anteil des Drucks ist dagegen zum Beispiel ein Maß für den Umgebungsdruck.

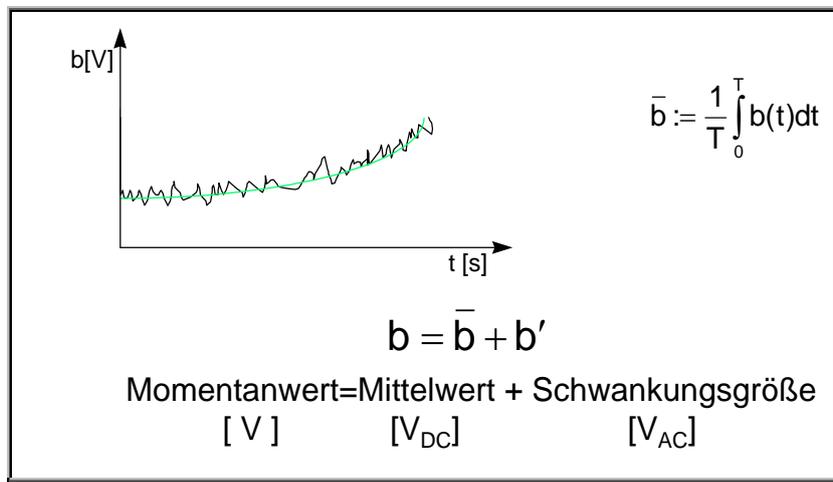


Bild 1.5: Elektrische und Schwankungsgrößen.

In der Strömungsakustik, zum Beispiel bei Betrachtung der Lärmausbreitung in den Röhren einer Klimaanlage spielen sowohl die Mittelwerte der Strömungsgeschwindigkeit sowie die Schwankungsanteile des Drucks eine wesentliche Rolle. Da man sich in der Praxis immer für Größen im zeitlichen Mittel interessiert, ist es wichtig, sich die Regeln zum Rechnen mit Mittelwerten zu vergegenwärtigen:

$$\overline{b'} = 0 \quad \overline{(b')^2} \neq 0 \quad \overline{\bar{A}b'} = 0 \quad \overline{a'b'} \neq 0 \quad (1.4)$$

Da der zeitliche Mittelwert einer akustischen Druckschwankung definitionsgemäß null ist, wird analog zur Messung einer Wechselspannung (AC-Anteil) in der Elektrotechnik auch in der Akustik die Wurzel des quadratische Mittelwerts als Maß einer Schalldruckschwankung verwendet. Der sogenannte Effektiv- oder rms-Wert (rms für root mean square) ist definiert als

$$f_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f'^2(t) dt} . \quad (1.5)$$

In der Praxis werden neben dem rms Wert noch der peak- oder Scheitelwert und der peak-to-peak oder Spitze-Spitze-Wert verwendet:

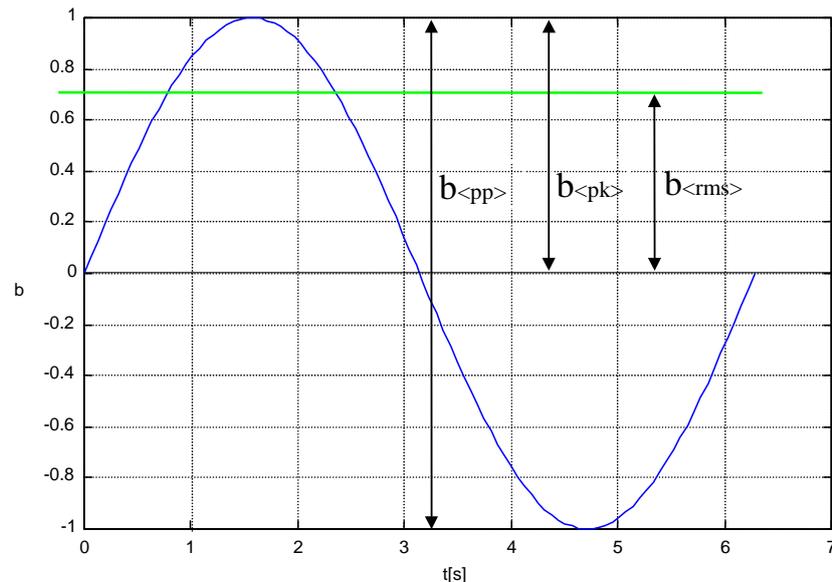


Bild 1.6: Sinus-Funktion mit rms-, Spitze- und Spitze-Spitze-Wert.

Der Zusammenhang von peak, peak-to-peak und rms-Wert lässt sich über den Vergleich elektrischer Leistungen von Gleich- und Wechselströmen herleiten. Für die Leistung P gilt

$$P = U \cdot I \quad (1.6)$$

mit dem Strom I und der Spannung U, die über das Ohmsche Gesetz

$$U = R \cdot I \quad (1.7)$$

miteinander verknüpft sind.

Für eine Wechselgröße (Wechselspannung) gelte nun folgender harmonischer Ansatz:

$$U = U_0 \sin \omega t \quad I = I_0 \sin \omega t$$

mit den Amplituden U_0 und I_0 . Für die Leistung gilt dann

$$P = U_0 I_0 \sin^2 \omega t = I_0^2 R \sin^2 \omega t$$

mit

$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

folgt für die zeitlich gemittelte Leistung der Wechselgröße

$$\bar{P} = I_0^2 R \frac{1}{2} (1 - \cos \omega t) = \frac{1}{2} I_0^2 R \quad . \quad (1.8)$$

Der Vergleich der Leistung von Gleich- und Wechselspannung ergibt

$$\begin{aligned} P_{\text{Gleich.}} &= \overline{P_{\text{Wechsel.}}} \\ \Leftrightarrow U \cdot I &= \frac{1}{2} I_0^2 R \\ \Leftrightarrow R \cdot I^2 &= \frac{1}{2} I_0^2 R \quad | : R \\ \Leftrightarrow I^2 &= \frac{1}{2} I_0^2 \\ \Leftrightarrow \underbrace{I}_{\substack{\text{Gleichstrom} \\ \text{Effektivwert}}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \underbrace{I_0}_{\text{Wechselstrom}} \quad . \quad (1.9) \end{aligned}$$

Der Effektivwert einer periodischen Schwankungsgröße ist gleich $\frac{1}{\sqrt{2}}$ seiner Amplitude (Scheitelwert oder peak-Wert) und $\frac{1}{4} \sqrt{2}$ des Spitze-Spitze Wertes (peak-to-peak).

Die aus der Statistik bekannte Berechnung der Standardabweichung σ entspricht gerade dem Effektivwert einer Schwankungsgröße:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (c_i - \bar{c})^2} = c'_{\text{rms}} \quad . \quad (1.10)$$

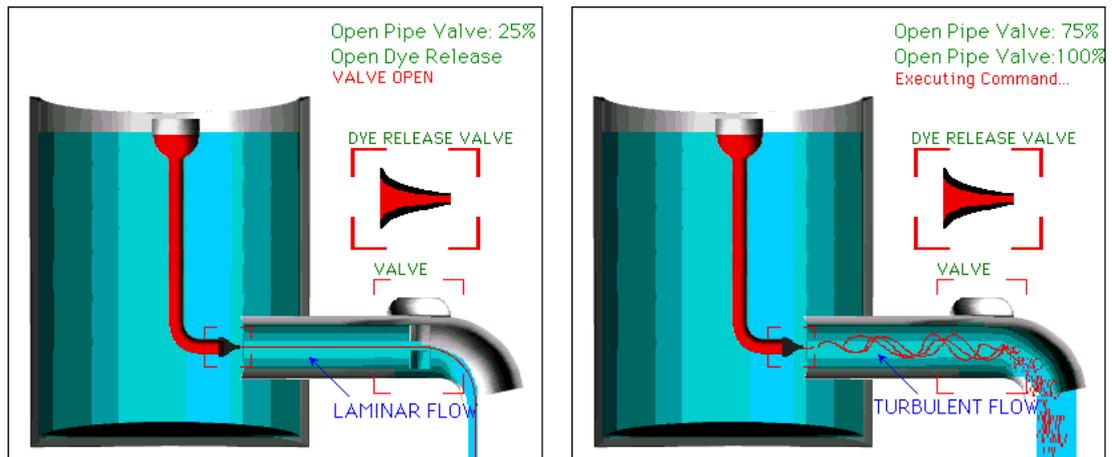
Übung:

- a) Machen Sie sich vertraut mit dem Programm DASYLab, verwenden Sie die Anleitung „Objektorientierte Programmierung unter DASYLab - erste Schritte“ unter <http://ifs.muv.fh-duesseldorf.de>. (Die serielle Schnittstelle soll zunächst nicht erprobt werden!)
- b) Stellen Sie eine Schwankungsgröße dar und berechnen Sie den rms-Wert. Verwenden Sie das Modul „Mittelung“ und alternativ das Modul „Statistik“. Untersuchen Sie die Module, erproben Sie verschiedene Einstellungen, welches Modul ist besser geeignet?
- c) Stellen Sie eine Größe mit AC- und DC-Anteil dar, berechnen Sie Mittelwert und Schwankungsgröße.

1.3 Gleichförmige und ungleichförmige Strömungen - laminar und turbulent

Als Beispiel für schwankende Größen in der Strömungstechnik sei der Übergang von einer laminaren zu einer turbulenten Rohrströmung genannt. Messtechnisch lässt sich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit als Gleichspannungsgröße und der bei einer turbulenten Strömung überlagerte Schwankungsanteil als Wechselgröße interpretieren. Entsprechend ist eine Weiterverarbeitung mit Messgeräten und am Computer möglich.

Auswirkungen der Wechselgröße auf eine Rohrströmung zeigt Bild 1.8. Das laminare Rohrströmungsprofil wird durch den turbulenten Queraustausch vergleichmäßigt.



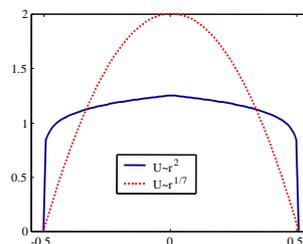
Quelle: Liggett, Caughey, Fluid Mechanics - An Interactive Text, ASME 1998

Bild 1.7: Reynoldscher Farbfadenversuch, laminare und turbulente Strömung.

Reynoldszahl

$$Re = \frac{c \cdot D}{\nu}$$

c = charakteristische Geschwindigkeit
 D = charakteristischer Durchmesser
 ν = kinematische Zähigkeit



laminares und turbulentes Rohrströmungsprofil

Bild 1.8: Laminare und turbulente Rohrströmungsprofil.

Wendet man die Rechenregeln, die in Bild 1.9 noch einmal zusammengefasst dargestellt sind, auf ein Prandtl'sches Staurohr an, so ergeben sich die Ergebnisse wie in Bild 1.10 dargestellt.

zeitliche Schwankungsgrößen

$$b = \bar{b} + b'$$

$$\bar{b}' = 0$$

$$\overline{(b')^2} \neq 0$$

$$\overline{Ab'} = 0$$

$$\overline{a'b'} \neq 0$$

allgemeine Rechenregeln

Bild 1.9: Rechenregeln für Schwankungsgrößen.

Beispiel: Prandtl'sches Staurohr in turbulenter Strömung

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} \quad 0$$

$$p = \bar{p} + p' \quad c = \bar{c} + c'$$

$$\bar{c}_1 = \sqrt{2 \frac{\bar{p}_2 - \bar{p}_1}{\rho} - \overline{c_1'^2}}$$

$p_\infty = p_1 \approx p_3$

Bild 1.10: Prandtl'sches Staurohr.

Zahlenbeispiel: Prandtl'sches Staurohr in turbulenter Strömung

$$\bar{c}_1 = \sqrt{2 \frac{\bar{p}_2 - \bar{p}_1}{\rho} - \overline{c_1'^2}}$$

$p_2 - p_1 = 200 \text{ Pa} \quad \Rightarrow 18,3 \text{ m/s} = 66 \text{ km/h}$

unter Berücksichtigung von 10% Turbulenz $\Rightarrow 18,2 \text{ m/s}$

(10% Geschwindigkeitsschwankung entspricht 20% Druckschwankung)

Bild 1.11: Prandtl'sches Staurohr bei turbulenter Strömung.

1.4 Strömungsmechanische Betrachtungsweise

In der Strömungsmechanik werden die unbekanntenen Größen Geschwindigkeit \underline{c} , Druck p , Dichte ρ und die spezifische innere Energie u mit Hilfe der physikalischen Axiome für die Erhaltung der Masse, des Impulses und der Energie sowie einer speziellen Zustandsgleichung zur Berücksichtigung der Materialeigenschaften berechnet, wobei die betrachtete Umgebung ein Kontinuum ist.

In differentieller Formulierung für einen Punkt im Raum lautet die aus der Massenerhaltung resultierende Kontinuitäts-Gleichung:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div} \underline{c} = 0. \quad (1.11)$$

mit der Dichte ρ und der Strömungsgeschwindigkeit \underline{c} .

Unter Berücksichtigung des Newtonschen Schubspannungsansatzes für ein isotropes Fluid folgt aus der Impulserhaltung die Navier-Stokes-Gleichung:

$$\rho \frac{D\underline{c}}{Dt} = \rho \underline{f} - \operatorname{grad} p + \operatorname{grad} \tilde{\mu} \operatorname{div} \underline{c} + \tilde{\mu} \operatorname{grad} \operatorname{div} \underline{c} + \operatorname{grad} \mu \cdot (\operatorname{grad} \underline{c} + \operatorname{grad}^T \underline{c}) + \mu (\Delta \underline{c} + \operatorname{grad} \operatorname{div} \underline{c}) - \frac{2}{3} (\operatorname{grad} \mu \operatorname{div} \underline{c} + \mu \operatorname{grad} \operatorname{div} \underline{c}) \quad (1.12)$$

mit der Kraftdichte \underline{f} , der Volumenviskosität $\tilde{\mu}$ und der dynamischen Zähigkeit μ .

Für die Erhaltung der Energie in einem strömenden Fluid gilt der 1. Hauptsatz der Thermodynamik unter Berücksichtigung der Impulserhaltung in der Form:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\rho \operatorname{div} \underline{c} + \left(\tilde{\mu} - \frac{2}{3} \mu \right) (\operatorname{div} \underline{c})^2 + \frac{\mu}{2} (\operatorname{grad} \underline{c} + \operatorname{grad}^T \underline{c}) \cdot (\operatorname{grad} \underline{c} + \operatorname{grad}^T \underline{c}) + w - \operatorname{div} \underline{q} \quad (1.13)$$

mit der Wärmequellendichte w und der Wärmestromdichte \underline{q} .

Diese 5 Gleichungen (die Navier-Stokes-Gleichung stellt eine Vektorgleichung mit 3 Komponenten dar) und eine spezielle Zustandsgleichung, so dass die thermodynamischen Materialeigenschaften berücksichtigt werden, bilden ein nichtlineares partielles Differentialgleichungssystem für die unbekanntenen Momentanwerte \underline{c} , p , ρ und u . Analytisch lässt sich insbesondere wegen der Nichtlinearität der konvektiven Beschleunigung $\underline{c} \cdot \operatorname{grad} \underline{c}$ keine allgemeine Lösung dieses Gleichungssystems angeben. Moderne numerische Berechnungsmethoden erzeugen für viele Anwendungsfälle aber Ergebnisse mit einer guten Übereinstimmung zum Experiment. Allerdings ist es noch nicht möglich, sogenannte Simultanlösungen zu bestimmen, die zu beliebigen Zeiten an jedem Ort die Kenngrößen berechnen. In der Regel werden die Kenngrößen daher nach einem Vorschlag von Reynolds aus dem Jahre 1894 in Mittelwerte und Schwankungsgrößen aufgeteilt. Schwankungsterme sind per Definition im zeitlichen Mittel null, so dass nach Einsetzen des Reynoldschen Ansatzes in das Differentialgleichungssystem und anschließender Mittelung der Gleichungen die linearen Schwankungsanteile herausfallen. Die sogenannten Reynolds-Gleichungen gelten dann nur noch für zeitlich gemittelte Größen aber unter Berücksichtigung von Schwankungsanteilen.

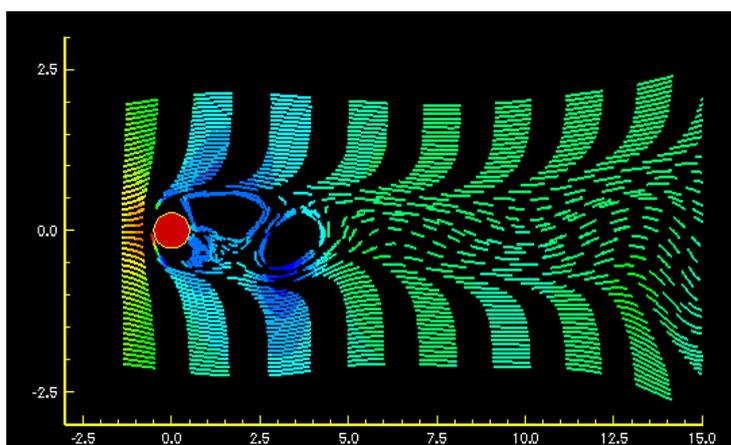
Es ist zu beachten, dass es sich bei den obigen Gleichungen um Tensor- oder Vektorgleichungen handelt. Zur Berechnung einzelner Strömungsgrößen wird das Kalkül aufwendig. Bild 1.12 verdeutlicht dies am Beispiel der vergleichsweise einfachen Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltung) für kompressible instationäre Strömungen.

<u>Kontinuitätsgleichung - Massenerhaltungssatz</u>		$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \cdot \text{div } \underline{c} = 0$
Strömungsgeschwindigkeit	$\underline{c} = \underline{c}(\underline{x}, t)$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + c_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \rho \cdot \frac{\partial c_i}{\partial x_i} = 0$
	$\underline{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \cdot c_i) = 0$
Dichte	$\rho = \rho(\underline{x}, t)$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho c_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho c_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho c_z}{\partial z} = 0$
	$\frac{p}{\rho} = R \cdot T$ <i>ideale Gasgleichung</i>	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0$

Bild 1.12: Tensor- und Koordinatenschreibweise der Kontinuitätsgleichung.

Beabsichtigt man eine Strömung wie in Bild 1.13 zu berechnen, ist es notwendig, dass vollständige Gleichungssystem der Navier-Stokes-Gleichungen zu lösen. Dabei handelt es sich auf grund der konvektiven Anteile, vgl. Bild 1.14 und 1.15, um eine nichtlineare partielle Differentialgleichung. Bild 1.16 zeigt, wie sich das Gleichungssystem, z.B. für inkompressible Strömungen, vereinfachen lässt. Mittelwerte und Schwankungsgrößen eingesetzt in den Impulssatz für inkompressible newtonsche Fluide ergeben die Reynolds-Gleichung wie sie die Bilder 1.17 und 1.18 zeigen.

Kalkül wird aufwendig für die Berechnung mehrdimensionaler Strömungen



mit
Abhängigkeit
der
Geschwindigkeit c
von
 t, x, y

Bild 1.13: Instationäre Berechnung einer Kugelumströmung.

lokale und konvektive Beschleunigung - Ableitungen nach der Zeit

$$\frac{d}{dt} \rightarrow f(t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow f(t, \underline{x}) \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \Big|_{\underline{x}=\text{const.}}$$

$$\frac{D}{Dt} \rightarrow f(t, \underline{x}) \rightarrow \frac{D}{Dt} \Big|_{\text{Teilchen}=\text{const.}}$$

$$\frac{D\underline{c}}{Dt} = \frac{\partial \underline{c}}{\partial t} + \underline{c} \cdot \text{grad } \underline{c}$$

substantielle Beschleunigung

lokale Beschleunigung konvektive Beschleunigung = nicht linear

Bild 1.14: Lokale und konvektive Beschleunigung.

lokale Beschleunigung **konvektive Beschleunigung**

$$\frac{\partial c_i}{\partial t}$$

$$c_j \frac{\partial c_i}{\partial x_j}$$

nicht linear

Bild 1.15: Lokale und konvektive Beschleunigung.

Impulsgleichung

$$\rho \frac{D\underline{c}}{Dt} = \rho \underline{f} - \text{grad } p + \text{grad } \mu \text{div } \underline{c} + \mu \text{grad } \text{div } \underline{c} + \text{grad } \mu \cdot (\text{grad } \underline{c} + \text{grad }^T \underline{c}) + \mu (\Delta \underline{c} + \text{grad } \text{div } \underline{c}) - \frac{2}{3} (\text{grad } \mu \text{div } \underline{c} + \mu \text{grad } \text{div } \underline{c})$$

inkompressible Strömung $\text{div } \underline{c} = 0$

Zähigkeit konstant $\text{grad } \mu = 0$

$$\rho \frac{D\underline{c}}{Dt} = \rho \underline{f} - \text{grad } p + \mu \Delta \underline{c}$$

Beschleunigung Erdbeschleunigung Druck Reibung

Bild 1.16: Vereinfachung der Impulsgleichung.

Reynoldsgleichung

Impulssatz für inkompressible newtonsche Fluide
(Navier-Stokes-Gleichung)

$$\rho \frac{D\mathbf{c}}{Dt} = \rho \mathbf{f} - \text{grad} p + \mu \Delta \mathbf{c}$$

Mittelwerte und Schwankungsgrößen

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad \mathbf{c} = \bar{\mathbf{c}} + \mathbf{c}'$$

$$\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial t} + \frac{\partial c'_i}{\partial t} + \bar{c}_j \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + c'_j \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + \bar{c}_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j} + c'_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \eta \frac{\partial^2 \bar{c}_i}{\partial x_j^2} + \eta \frac{\partial^2 c'_i}{\partial x_j^2}$$

Bild 1.17: Reynoldsgleichung.

Reynoldsgleichung

zeitliche Mittelung der Gleichung

$$\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial t} + \frac{\partial c'_i}{\partial t} + \bar{c}_j \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + c'_j \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + \bar{c}_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j} + c'_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \eta \frac{\partial^2 \bar{c}_i}{\partial x_j^2} + \eta \frac{\partial^2 c'_i}{\partial x_j^2}$$

0 0 0 0 0

$$\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial t} + \bar{c}_j \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + c'_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \eta \frac{\partial^2 \bar{c}_i}{\partial x_j^2}$$

Kont-Gl. und Produktregel rückwärts

„turbulente“ Zähigkeit → Turbulenzmodelle etc.

nicht lineare partielle Differentialgleichung
mit Orts- und Zeitabhängigkeit

Bild 1.18: Reynoldsgleichung.

Beispiele turbulenter instationärer Strömungen werden in Bild 1.19 gezeigt. Diese Strömungen lassen sich unter großem Aufwand mit der Reynoldsgleichung berechnen.

Wirbelschleppen - instationäre und turbulente Strömungen



Quellen: WDR, Quarks, 6/1999, <http://www.quarks.de/fliegen2/00.htm>
M.Schober, <http://obiwan.pi.tu-berlin.de/M.Schober/wjallcases/acoustic.mpeg>

Bild 1.19: Beispiele turbulenter instationärer Strömungen.

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p}{a_0^2} - \rho \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial p}{\partial t} \left(\frac{1}{a_0^2} - \frac{1}{a^2} \right) + \frac{\rho}{c_p} \frac{\partial s}{\partial t} \right], \quad (1.17)$$

mit der spezifischen Wärmekapazität c_p . Dieser Term liefert also nur einen Beitrag für anisentrope Strömungen und für Strömungen mit einer sich von der Ruheschallgeschwindigkeit a_0 unterscheidenden Schallgeschwindigkeit a .

akustische Wellengleichung

$$\frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = \text{div div}(\rho \underline{c} \underline{c}) \cdot \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

$$\frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = \text{div div}(\rho \underline{c} \underline{c}) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p}{a_0^2} - \rho \right) := Q$$

Aus der Thermodynamik folgt, dass dieser Term nur einen Beitrag für anisentrope Strömungen und für Strömungen mit einer sich von der Ruheschallgeschwindigkeit a_0 unterscheidenden Schallgeschwindigkeit a liefert.

Wellengleichung mit 2. Orts- und 2. Zeitableitung
→ lineare partielle Differentialgleichung

Bild 1.21: Herleitung der akustischen Wellengleichung.

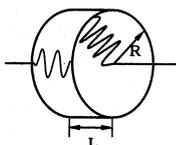
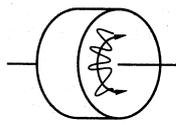
Die inhomogene Wellengleichung (1.14) ist bereits 1883 von Kirchhoff in Form einer Integrallösung allgemein gelöst worden, Lighthill (1952) und Curle (1955) haben diese rein analytische Lösung auf die Schallentstehung unter Einfluss von Strömungsvorgängen bei unterschiedlichen Randbedingungen spezialisiert. Ihr Ergebnis ist eine mögliche Interpretation des Quellterms der inhomogenen Wellengleichung, die besagt, dass akustische Quellen einen Monopol-, Dipol-, oder Quadrupolcharakter haben können. Die Idee, den nichtlinearen 1. Term auf der rechten Seite der Gleichung als eine Quadrupol-Quelle zu interpretieren, geht auf Lighthill (1952) zurück.

Die Lösung der akustischen Wellengleichung wird in Bild 1.22 gezeigt. Wesentlich ist, dass die Lösung ein dreidimensionales Wellengebilde zum Beispiel in axialer, radialer und azimuthaler Richtung beinhaltet.

Lösung der akustischen Wellengleichung

$$p(\underline{x}, t) = \text{Re} \{ A e^{i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t)} \} = A \cos(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

3-dimensionale Wellenausbreitung $\underline{x} = \begin{pmatrix} r \\ \varphi \\ z \end{pmatrix}$

axial - radial - azimuthal

Bild 1.22: Lösung der akustischen Wellengleichung.

Entscheidend für die Berechnung akustischer Felder ist, dass eine oder mehrere zu superponierende Quellfunktionen vorgegeben werden müssen, um die Schallausbreitung bestimmen zu können, Bild 1.23.

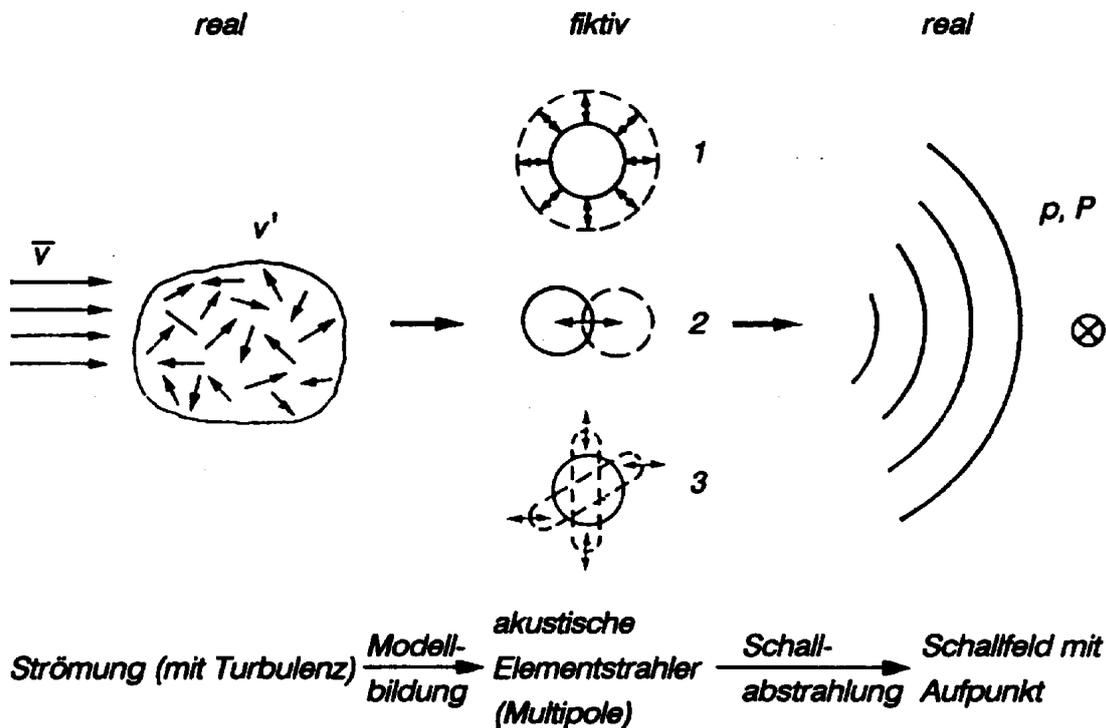


Bild 1.23: Mathematische Modellbildung strömungsakustischer Quellen, vgl. Lips(1995), Strömungsakustik in Theorie und Praxis, S.37.

Bei der Vorgabe der Quellfunktionen ist jeweils zu beachten, dass hinter diesem physikalischen Modell die Idee sogenannter kompakter Schallquellen steht. D.h., es gibt einen räumlich ausgedehnten Quellbereich, der u.U. auf einen Punkt zusammenschrumpft, außerhalb dieses Bereichs klingt die Wirkung der Quelle soweit ab, dass in einer bestimmten Entfernung die Quellwirkung nicht mehr vorhanden ist. Für den Druck $p(\underline{x},t)$ auf der linken Seite der Gleichung (1.14) bedeutet dies, dass er aufgrund der Nichtlinearität im Quellterm räumlich um mindestens eine Potenz langsamer abklingen muss als die Wirkung der Quelle.

Bei strömungsakustischen Quellen ist es häufig notwendig, die Betrachtung in einem Relativsystem durchzuführen, da bei bewegten Quellen ansonsten die Bedingung der abklingenden Quellwirkung nicht erfüllt wird, so dass zwischen dem Nahfeld in der Nähe der Quelle und dem Fernfeld weit weg von der Quelle nicht unterschieden werden kann.

Zusammenfassung

Akustik	Aerodynamik
Schallschnelle	Geschwindigkeitsschwankung (mit der der Turbulenzgrad berechnet wird)
Schalldruck (Druckschwankung, die sich mit Schallgeschwindigkeit ausbreitet)	Druckschwankung
lineare DGL	nicht lineare DGL

1.6 Harmonische Schwingungen und der Schalldruck

Eine Schwingung ist ein Vorgang, dessen Merkmale sich mehr oder weniger regelmäßig wiederholen und dessen Richtung mit ähnlicher Regelmäßigkeit wechselt. Die Zeitdauer einer Periode einer Schwingung ist die Periodendauer T . Bei einer periodischen Schwingung ist somit $b(t+T)=b(t)$. Der Reziprokwert der Periodendauer ist die Frequenz $f=1/T$.

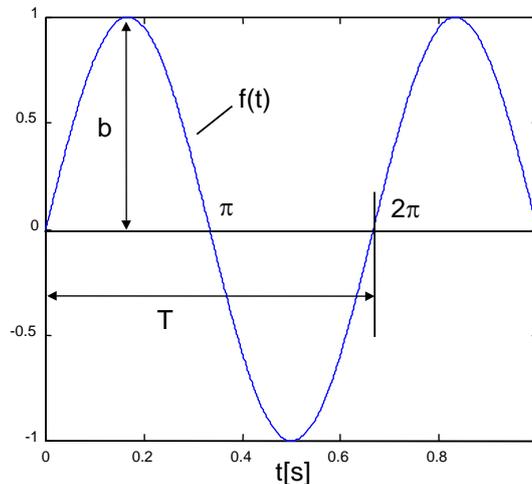


Bild 1.24: Sinus-Schwingung und Periodendauer.

Neben der zeitlichen Periodizität gibt es noch die räumliche Periodizität mit der Wellenlänge λ , die sinusförmige Schwingung ist dann eine periodische Raumfunktion.

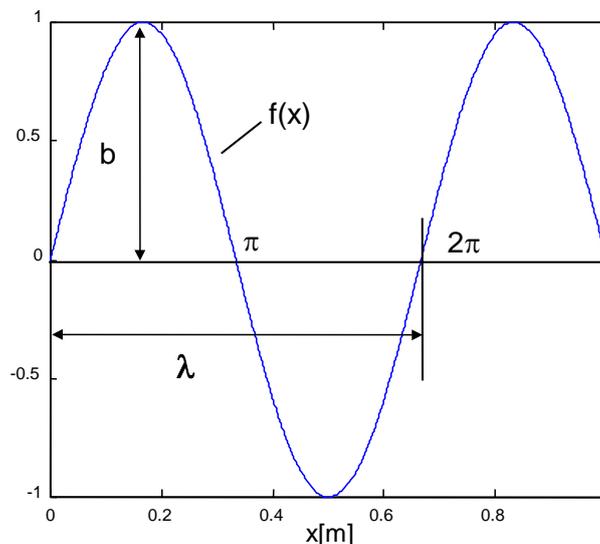


Bild 1.25: Sinus-Schwingung und Wellenlänge.

Übung

Stellen Sie unter DASyLab eine Sinus-Funktion dar, erproben Sie die Einstellungen Abtastrate, Blockgröße, Ausgaberate (unter Messen, Messeinstellungen). Stellen Sie das Signal nicht als durchgezogene Linie dar, sondern klicken Sie auf das Pinsel-Symbol im Diagramm und verwenden Sie Kreise oder Kreuze.

Handelt es sich um eine akustische Welle, so pflanzt sich der Schwingungszustand mit der Schallgeschwindigkeit $a=\lambda/T = \lambda f$ fort. Handelt es sich dagegen um ein rein

strömungsmechanisches Phänomen, so breitet sich die Welle mit einer von der Schallgeschwindigkeit abweichenden charakteristischen Geschwindigkeit aus.

Die Zeitfunktion $f(t)$ kann die verschiedenartigsten Größen einer Schwingung beschreiben, beispielsweise den Ort, die Geschwindigkeit, die Dichte etc.. Betrachtet man eine harmonische Schwingung (periodisch nach 2π) am Beispiel der Auslenkung so ist:

$$y = b \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = b \sin(2\pi f t) = b \sin(\omega t) \quad (1.18)$$

worin b die Amplitude und $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ die Kreisfrequenz sind.

Als Schalldruck wird nun der Schwankungsanteil p' des sich zeitlich ändernden Drucks $p(t)$ bezeichnet:

$$p'(t) = p(t) - \bar{p}(t) \quad (1.19)$$

Da in der Praxis immer zeitliche Mittelwerte interessieren, per Definition aber $\overline{p'(t)}$ null ist, wird im folgenden durchweg der Effektivwert des Schalldrucks verwendet. Für eine harmonische Schalldruckwelle gilt dann

$$\bar{p} = \frac{p_A}{\sqrt{2}} \quad \text{mit der Druckamplitude } p_A. \quad (1.20)$$

1.7 Schallintensität und Schallenergiefluß

Die spezifische Gesamtenergie einer Strömung oder eines akustischen Feldes setzt sich zusammen aus der Enthalpie h und der kinetischen Energie u

$$h_G = h + \frac{c^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} \quad (1.21)$$

Unter Berücksichtigung der Definition der Schallgeschwindigkeit und mit Mittelwerten und Schwankungsgrößen erhält man unter Berücksichtigung der linearisierten Isentropengleichung (vgl. Michalke (1986))

$$p' = \kappa \frac{p_0}{\rho_0} \rho' \quad (1.22)$$

und nach weiterer Linearisierung

$$\begin{aligned} h_G &= \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_0 + p'}{\rho_0 + \rho'} + \frac{c'^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_0}{\rho_0} \frac{1 + \frac{p'}{p_0}}{1 + \frac{\rho'}{\rho_0}} + \frac{c'^2}{2} \\ &\approx \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_0}{\rho_0} \left[1 + \frac{p'}{p_0} - \frac{\rho'}{\rho_0} \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_0}{\rho_0} \left[1 + \frac{p'}{p_0} \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.23)$$

Der Schwankungsanteil h'_G der Gesamtenergie ist dann

$$h'_G = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_0}{\rho_0} \left[\frac{p'}{p_0} \frac{\kappa - 1}{\kappa} \right] = \frac{p'}{\rho_0} \quad (1.24)$$

Der Energieflussdichtevektor q_i wird definiert als

$$q_i = \rho c_i h_G \quad (1.25)$$

Für das Schallfeld ergibt sich mit Mittelwert und Schwankung und der Schwankung der Gesamtenergie

$$q_i = (\rho_0 + \rho') c'_i h_G \approx \rho_0 c'_i h'_G = c'_i p' \quad (1.26)$$

Der Energieflussdichtevektor ist quadratisch klein in den Schwankungen. Die Schwankungsgeschwindigkeit wird in der Akustik auch Schallschnelle genannt. In der Strömungsakustik ist zu beachten, dass es sich bei c'_i nur dann um die Schallschnelle handelt, sofern die Ausbreitungsgeschwindigkeit auch die Schallgeschwindigkeit ist. Ansonsten handelt es sich um eine allgemeinere turbulente Schwankungsgeschwindigkeit.

Von Interesse ist in der Praxis wieder nur der zeitliche Mittelwert des Energieflussdichtevektors:

$$\overline{q_i} = \overline{p' c'_i} \quad (1.27)$$

In der Akustik wird der Betrag

$$I = |\overline{q_i}| = |\overline{p' c'_i}| \quad (1.28)$$

als Schallintensität bezeichnet.

Zu beachten ist, dass für die gesamte Herleitung der Schallintensität eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit unberücksichtigt geblieben ist.

Berücksichtigt man zur Bestimmung einer Schalleistung die Fläche, durch die der Schall durchtritt, so erhält man

$$P_{ak} = W = \int_S I dS \quad .1 \quad (1.29)$$

Befindet man sich genügend weit weg von der Schallquelle, so befindet man sich im sogenannten Fernfeld. Als Faustformel kann man sich merken, dass der Abstand mindestens eine Wellenlänge sein muss. Im Fernfeld breiten sich die Schallwellen im einfachsten Fall als ebene Wellen (eindimensional) aus. Der Schalldruck ist dann über den Querschnitt S konstant, ebenso sind Wechseldruck $p'(t)$ und Geschwindigkeit (Schallschnelle) $c'(t)$ in Phase und es gilt für die Effektivwerte

$$\frac{\tilde{p}}{\tilde{c}} = \rho a = z_0 \quad (1.30)$$

¹ In der Strömungsmechanik ist es üblich, Flächen und Flächenintegrale mit A zu bezeichnen, in der Akustik ist es üblich, diese mit S zu bezeichnen.

Dieser Zusammenhang zwischen Schalldruck und Schallschnelle wird auch als „Ohmsches Gesetz“ der Akustik bezeichnet, da er eine formale Analogie zum Ohmschen Gesetz der Elektrizitätslehre darstellt. \tilde{p} entspricht der Spannung U und \tilde{c} der Stromstärke I .

Die Größe $z_0 = \rho a$ entspricht dem Ohmschen Widerstand R . z_0 nennt man auch Schallkennimpedanz, die ebenso wie die Dichte ρ des Fluids eine Stoffkonstante ist. Die Schallgeschwindigkeit a lässt sich, wie bereits im 1. Abschnitt angesprochen, mit Hilfe der thermodynamischen Gesetze aus den Schallfelleigenschaften ableiten.

Für ideale Gase gilt für die Schallgeschwindigkeit

$$a = \sqrt{\kappa RT} = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} \quad (1.31)$$

Für Flüssigkeiten und feste Körper ist anstelle von κp der Kompressionsmodul K oder der Elastizitätsmodul E einzusetzen. Es gilt also für Festkörper oder Flüssigkeiten

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (1.32)$$

Der Kompressibilitätsmodul ist die reziproke Kompressibilität χ .

Stoff	κ	$\rho[\text{kg/m}^3]$	$a[\text{m/s}]$	$z_0 [\text{N s/m}^3]$
Luft	1.4	1.200	344	413
Helium	1.66	0.179	971	174
Wasserdampf	1.33	0.804	413	332
Kohlendioxid	1.33	1.977	275	544
	$\chi \cdot 10^{11} [\text{m}^2/\text{N}]$			
Wasser	49	1000	1429	$1.4 \cdot 10^6$
Benzol	90	878	1125	$1.0 \cdot 10^6$
Olivenöl	47	910	1529	$1.4 \cdot 10^6$
Quecksilber	4	13600	1356	$1.8 \cdot 10^7$
Kork	2000	200	500	$1.0 \cdot 10^5$
Beton	3.15	2000	3984	$8.0 \cdot 10^6$
Glas	1.5	2500	5164	$1.3 \cdot 10^7$
Stahl	0.5	7800	5064	$3.9 \cdot 10^7$

Tabelle 1.1: Stoffwerte und Schallgeschwindigkeiten einiger typischer Stoffe, $T=293^\circ \text{K}$ ($t=20^\circ \text{C}$).

1.8 Energiegrößen des Schallfeldes

Eine Schalleistung W lässt sich dimensionell ähnlich wie bei einfachen Ventilatoren bestimmen. Bei Ventilatoren (inkompressible Strömung) berechnet sich die Strömungsleistung aus dem Produkt

$$P = \Delta p_t \dot{V} \quad , \quad (1.33)$$

für die Schalleistung der Schallausbreitung gilt

$$P_{ak} = W = \tilde{p} \tilde{c} S \quad (1.34)$$

worin S die senkrecht zur Schallausbreitungsrichtung betrachtete Fläche bedeutet. W ist also die Schallenergie, die in der Zeiteinheit durch diejenige Fläche strömt, die senkrecht zur Wellenausbreitungsrichtung steht. Mit dem "Ohmschen Gesetz der Akustik" $\tilde{p} / \tilde{c} = \rho a$ geht nun die Schalleistungsbeziehung über in

$$W = \frac{\tilde{p}^2}{\rho a} S \quad . \quad (1.35)$$

Danach ist die Schalleistung proportional dem Schalldruck zum Quadrat und der die Schallquelle umhüllenden Fläche S , in welcher der Schalldruck \tilde{p} herrscht.

Für die Schallintensität folgt somit

$$I = \frac{W}{S} \quad (1.36)$$

Als Schallenergiedichte wird der zeitliche Mittelwert der Schallenergie je Volumeneinheit bezeichnet, sie ist wie folgt definiert:

$$E = \frac{I}{a} = \frac{W}{Sa} = \frac{\tilde{p}^2}{\rho a^2} \quad (1.37)$$

Die Schallenergie ist ein Maß für diejenige Schallenergie, die auch unser Ohr wahrnimmt. ihre Einheit ist die eines Druckes.

1.8.1 Schallpegel

Im Hörbereich des menschlichen Ohres erstrecken sich bei einer Frequenz von 1000 Hz die Schalldrücke von $2 \cdot 10^{-5}$ Pa bis 20 Pa. Entsprechend sind die Schallintensitäten I von 10^{-12} bis 1 Watt veränderlich. Dieser große Zahlenbereich ist bei der praktischen Handhabung sehr unbequem und unübersichtlich. Deshalb hat man ein logarithmisches Pegelmaß eingeführt. Alexander Graham Bell entdeckte, dass die Lautstärkeempfindung des Menschen näherungsweise dem Logarithmus der tatsächlichen Lautstärke proportional ist (HP Application Note 243, 1989), dieser Zusammenhang ist auch als "Weber-Fechnersches Gesetz" bekannt: Ein logarithmischer Zusammenhang besteht zwischen der physikalischen Reizgröße Schalldruck und der physiologischen Reizempfindung (hier die Lautstärke).

$$\text{Dezibel} = 10 \lg (\text{Argument}) \quad (1.38)$$

Die Abkürzung für das Dezibel ist dB, man beachte, dass der Logarithmus nur aus einer dimensionslosen Größe gebildet werden kann. Das dB wird allerdings als eine Art Einheit

betrachtet, da die Messgröße in der Regel mit dem Wert 1 und der Einheit der Messgröße normiert wird.

Zum (Kopf)Rechnen mit logarithmischen Größen ist es wichtig, sich folgende Zusammenhänge zu merken:

$\lg(10) = 1$
 $\lg(100) = 2$
usw.

$\lg(2) = 0,3$

Mit Kenntnis dieser 3 Werte und ihrer Systematik ist es nahezu möglich, jeden logarithmischen Wert abzuschätzen.

Von besonderer Bedeutung wird die logarithmische Betrachtung, wenn wir im folgenden die Signale oder Geräusche in Frequenzkomponenten zerlegen und somit sowohl sehr schwache als auch sehr starke Signale gleichzeitig in ein Diagramm darstellen werden. Man spricht auch von einer Dynamik der Darstellung oder Messdatenverarbeitung.

Schwierig zu unterscheiden ist letztlich für den Anfänger, dass das Dezibel in der Form

$10 \lg(\text{Argument})$
oder
 $20 \lg(\text{Argument})$

Verwendung findet. $10 \lg$ findet immer nur dann Anwendung, wenn es sich um die lineare Beschreibung einer Wechselgröße handelt wie zum Beispiel bei der Leistung, Wechselgrößen an sich geben im zeitlichen Mittel nur als quadratische Größen einen Sinn, diese Größen werden mit $20 \lg$ verwendet.

Die Dynamik als Spannungsverhältnis zum Beispiel einer AD-Wandler Karte oder eines CD-Players berechnet sich wie folgt:

$$\text{Dynamik in dB} = 20 \lg(\text{Dynamik}) \quad (1.39)$$

Dynamik in bit	Faktor	Dynamik in dB
8	256	48
12	4096	72
16	65536	96

Tabelle 1.2: Dynamik in binärer und Dezibel-Angabe.

Als Vergleichsgrößen seien genannt: 65 dB Dynamik eines analogen Tonbandgeräts und 80 dB Dynamik eines Orchesters, vgl. E.E. David, 1988.

Übung: Schätzen oder berechnen Sie das zugehörige Argument zu 94 dB und 124 dB.

Demzufolge wird mit folgenden Schallpegeln gearbeitet:

- Schalleistungspegel

$$L_w = 10 \lg \frac{W}{W_0} \quad \text{in dB (Dezibel)} \quad (1.40)$$

$W_0 = 10^{-12}$ Watt ist die BezugsSchalleistung.

- Schalldruckpegel

$$L_p = 20 \lg \frac{\tilde{p}}{\tilde{p}_0} = 10 \lg \frac{\tilde{p}^2}{\tilde{p}_0^2} = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad \text{in dB} \quad (1.41)$$

$\tilde{p}_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa als Bezugsschalldruck und $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W/m² als Bezugsschallintensität (Hörschwellenwert bei 1000 Hz).

- Zusammenhang zwischen Schalleistungs- und Schalldruckpegel

Beide Pegelgrößen sind wie folgt miteinander verknüpft:

$$L_w = 10 \lg \frac{IS}{I_0 S_0} = 10 \lg \frac{I}{I_0} + 10 \lg \frac{S}{S_0}$$
$$L_w = L_p + 10 \lg \frac{S}{S_0} \quad (1.42)$$

Gemessen werden kann nur der Schalldruckpegel L_p , aus dem dann über die Ortsangabe des Mikrofonstandortes der Schalleistungspegel L_w berechnet wird. Bei geräuschabstrahlenden Maschinen, bei denen der Schalleistungspegel L_w konstant ist, wird sich der Schalldruckpegel L_p mit der Entfernung von der Schallquelle in der Regel verkleinern, wenn S eine die Schallquelle umhüllende und senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Schalls orientierte Fläche ist, die mit wachsendem Abstand zunimmt. Auf dieser Hüllfläche ist der Schalldruckpegel in möglichst vielen Punkten zu messen. $S_0 = 1$ m² ist die Bezugsfläche.

Akustische Angaben sind daher nur dann eindeutig, wenn entweder der Schalleistungspegel der Maschine oder der Schalldruckpegel einschließlich der akustischen Eigenschaften des Messraumes angegeben werden.

Übung:

Berechnen Sie in einer Tabelle für 15 ausgewählte Schalldruckwerte den Pegel in dB.

Berechnen Sie den Schalldruckpegel bei einer Verdoppelung des Abstands zur Quelle.

Erklären Sie die Begriffe Emission und Immission.

1.8.2 Additionsgesetz

Wirken mehrere kompakte Schallquellen zusammen, so addieren sich die Schalleistungen der Einzelquellen. Bei n Schallquellen gilt:

Für die Addition von Schalldruckpegeln gilt entsprechend dasselbe:

$$W_t = W_1 + W_2 + \dots + W_n \quad (1.43)$$

woraus folgt

$$L_{wt} = 10 \lg \frac{W_t}{W_0} = 10 \lg \frac{W_1 + W_2 + \dots + W_n}{W_0} = 10 \lg \left(\frac{W_1}{W_0} + \frac{W_2}{W_0} + \dots + \frac{W_n}{W_0} \right)$$

$$L_{wt} = 10 \lg \left(10^{0.1 L_{w1}} + 10^{0.1 L_{w2}} + \dots + 10^{0.1 L_{wn}} \right) \quad (1.44)$$

Für die Addition von Schalldruckpegeln gilt entsprechend dasselbe:

$$L_{pt} = 10 \lg \left(10^{0.1 L_{p1}} + 10^{0.1 L_{p2}} + \dots + 10^{0.1 L_{pn}} \right) \quad (1.45)$$

Bei der Addition zweier Schallquellen gleicher Schallpegel erhöht sich somit der Summenpegel auf

$$L_t = 10 \lg \left(10^{0.1 L_1} + 10^{0.1 L_1} \right) = 10 \lg \left(2 \cdot 10^{0.1 L_1} \right) = 10 \lg 10^{0.1 L_1} + 10 \lg 2 = L_1 + 3 \text{dB}$$

Der Schallpegel, gleichgültig ob es sich um den Schalleistungspegel oder um den Schalldruckpegel handelt, erhöht sich also beim Zusammenwirken von zwei Schallquellen gleicher Strahlungsintensität um 3 dB (3dB-Gesetz). Beim Zusammenwirken von n gleichen Schallquellen beträgt der Summenpegel

$$L_t = L_1 + 10 \lg n \quad (1.46)$$

Beispielsweise erhöht sich bei 10 gleichstrahlenden kompakten Quellen der Summenpegel gegenüber dem Einzelpegel um 10 dB, bei 100 um 20 dB, bei 1000 um 30 dB.

Beim Rechnen mit Pegeln sollte man sich stets des physikalischen Sachverhalts bewusst sein. Der Schalldruckpegel ist durch das Verhältnis der Effektivwerte zweier Schalldrücke definiert. Bei der Schallpegeladdition sind daher die Quadrate der einzelnen Schalldrücke logarithmisch zu addieren. Das Quadrat des Schalldrucks ist aber der Schallintensität proportional. Man kann sich auf diese Weise die Schallpegelerhöhung um 3 dB erklären, die zwei gleich große Schalldrücke p, bzw. Schalldruckquadrate oder zwei gleich große Schallintensitäten hervorrufen. Es handelt sich in jedem Fall um eine Verdopplung der Schallenergie. Erhöht man den von einer Schallquelle erzeugten Schalldruck auf den doppelten Wert, so steigt der Schalldruckpegel dagegen um 6 dB an. (vgl. auch Veit (1988))

1.8.3 Lautstärke

Die bisher betrachteten Größen zur Beschreibung des Schalls sind rein physikalischer Natur, objektiv vorhanden und mit geeigneten Messgeräten direkt messbar. Sie nehmen auf die Ohrempfindung keine Rücksicht. Das menschliche Ohr spricht auf diese Größen sehr empfindlich an. Um hörbar zu werden, muss der Druckwechsel etwa 20 bis 20.000 mal in der Sekunde erfolgen. Außerdem muss ein bestimmter Schalldruck vorhanden sein. Beispielsweise ist bei einer Frequenz von 1000 Hz ein effektiver Schalldruck von $2 \cdot 10^{-5}$ Pa erforderlich, um hörbar zu werden. Dieser Wert, auch Hörschwellenwert genannt, wurde international als Bezugswert festgelegt.

Je höher der Schalldruck, um so lauter wird der Ton oder das Geräusch wahrgenommen. Wächst der Schalldruck bei 1000 Hz auf 20 Pa, so fängt das Ohr bereits an zu Schmerzen und nimmt bei weiterer Steigerung den Ton nicht lauter wahr. Außerdem werden Töne gleicher Intensität bei verschiedenen Frequenzen verschieden laut wahrgenommen. Entsprechend diesen Eigenschaften des menschlichen Ohres wurde der Begriff "Lautstärke" eingeführt und historisch der Lautstärkepegel mit „phon“ bezeichnet. Die Einheit „phon“.

findet heute keine Verwendung mehr, dennoch sei hier kurz der Kontext zum Hörempfinden des menschlichen Ohres dargestellt. Die Lautstärke eines Tones in phon wird durch subjektiven Vergleich mit der Lautstärke eines 1000 Hz - Tones gewonnen, dessen Schalldruckpegel L_p in dB definitionsgemäß gleich dem Lautstärkepegel in phon gesetzt wird. Für einen Sinuston von 1000 Hz stimmen daher der Schalldruckpegel in dB und der Lautstärkepegel in phon zahlenmäßig überein. Von einem Ton anderer Frequenz sagt man, er habe den gleichen Lautstärkepegel, d.h., die gleiche Lautstärke wie derjenige 1000 Hz - Ton, der gleich laut empfunden wird. Durch umfangreiche Untersuchungen dieser Art an über 2000 Personen ermittelten Fletcher und Munson (1933) die Kurven gleicher Lautstärke, wie im folgenden Bild dargestellt. Die Fläche zwischen Hörschwelle und Schmerzschwelle und den Frequenzen zwischen 20 Hz und 20.000 Hz nennt man Hörfläche. Nur Töne innerhalb dieser Hörfläche können vom menschlichen Ohr wahrgenommen werden. Die Kurven gleicher Schallstärke sind die Horizontalen. Die Kurven gleicher Lautstärke weichen desto mehr vom horizontalen Verlauf ab, je kleiner die Lautstärke ist.

Die Kurven gleicher Lautstärke haben nur für reine Töne Gültigkeit. Technische Geräusche bestehen aber im allgemeinen aus mehr oder weniger breitbandigen Schallanteilen. Ist der Schallpegel einigermaßen gleichmäßig über den gesamten Frequenzbereich verteilt, so spricht man vom "weißen Rauschen"; steigt der Pegel jedoch mit wachsender Frequenz stetig an, so erhält man "blaues Rauschen"; umgekehrt liegt "rosa Rauschen" vor, wenn die Pegel mit steigender Frequenz stetig abfallen.

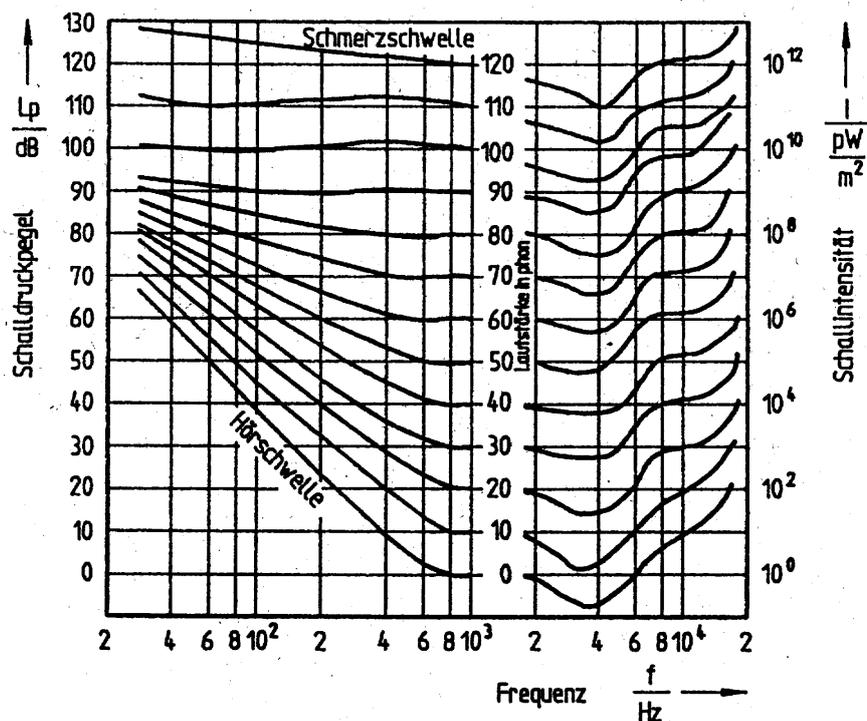


Bild 1.26: Kurven gleicher Lautstärke nach Fletcher und Munson (1933).

Schließlich sei noch erwähnt, dass unterhalb 20 Hz der Infraschallbereich und oberhalb 20.000 Hz der Ultraschallbereich beginnt.

Das folgende Bild zeigt die Normalkurven gleicher Lautstärkepegel und Hörschwelle für Sinustöne im freien Schallfeld bei binauralem Hören (stereo - mit beiden Ohren) nach Robinson und Dadson (1956).

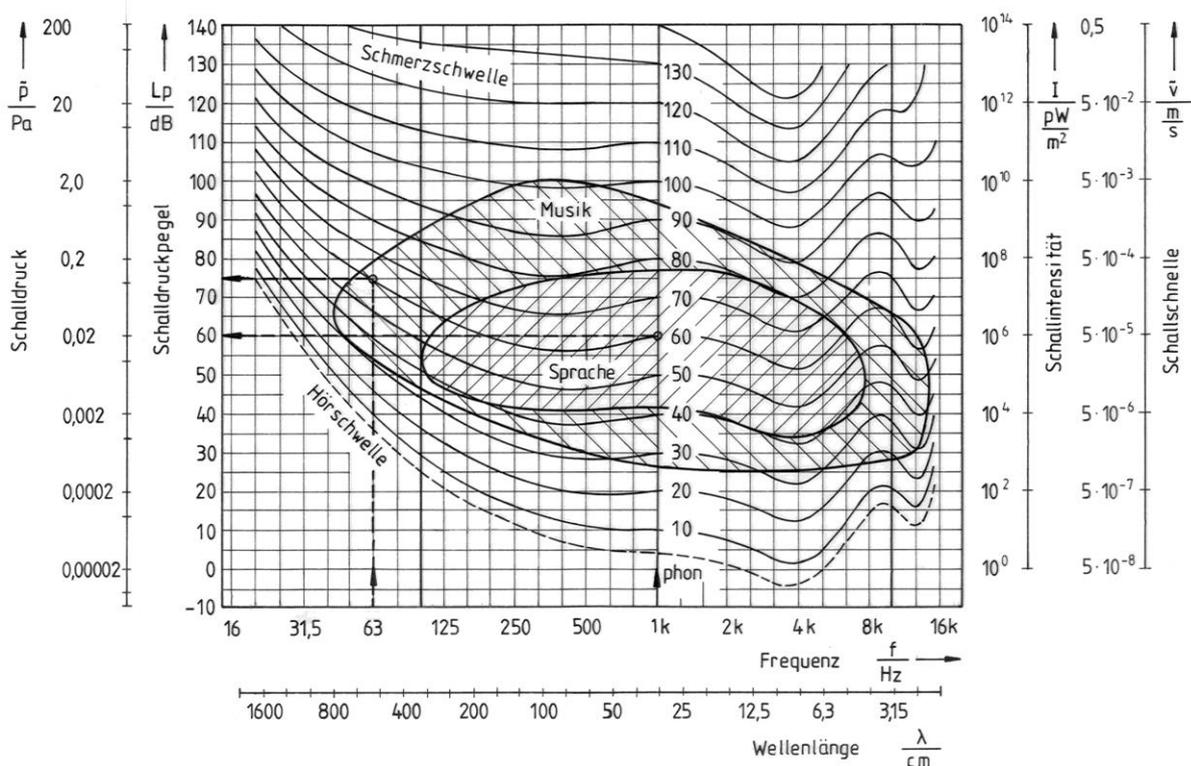


Bild 1.27: Normalkurven gleicher Lautstärkepegel und Hörschnelle für Sinustöne im freien Schallfeld bei binauralem Hören (stereo - mit beiden Ohren) nach Robinson und Dadson(1956).

Diese Untersuchung zeigte, dass der festgestellte Mittelwert des Hörschwellenschalldrucks bei 1000 Hz nicht genau mit der Definition des dem Schalldruckpegels zugrunde gelegten Bezugswertes übereinstimmt, sondern etwas höher liegt.

Die obere Begrenzung der Hörfläche, die sogenannte Schmerzschwelle wird hier mit einem Bereich von 120 - 134 dB angegeben. Der Wert von 134 dB oder 100 Pa wird üblicherweise als Schmerzgrenze des menschlichen Ohres angegeben. Zusätzlich zeigen sich noch die üblichen Bereiche für die Sprache und Musik. Das eingezeichnete Beispiel macht deutlich, dass ein 63 Hz - Ton einen um 15 dB höheren Pegel haben muss, um dieselbe subjektive Lautstärke wie ein 1000 Hz - Ton bei einem Pegel von 60 dB zu ergeben.

1.9 Geräuschanalyse

Damit Maschinengeräusche kritisch beurteilt und gezielte Geräuschkinderungsmaßnahmen überhaupt ergriffen werden können, sind Geräuschanalysen erforderlich. Unter einer Geräuschanalyse versteht man die Zerlegung des vermeintlich chaotischen Verlaufs der Zeitfunktion des Schalldrucks in eine Anzahl einfacher periodischer Zeitfunktionen verschiedener Frequenz und Amplitude. Mit Hilfe der Fourierzerlegung wird die komplizierte Zeitfunktion in einzelne überschaubare Frequenzkomponenten zerlegt. Notwendig ist dies zum Beispiel, um den Erfolg durchgeführter Schalldämpfungs- und -dämmungsmaßnahmen feststellen zu können. Dabei ist es notwendig, dass die Messungen nach genormten Verfahren und mit Messgeräten gewonnen werden, deren Eigenschaften eine gewisse Objektivität garantieren und reproduzierbare Angaben über ein Geräusch erlauben.

Bei Geräuschmessungen kommen hauptsächlich zwei verschiedene Verfahren zur Anwendung, und zwar die spektrale Analyse des Schallfeldes und das Einwertverfahren (rms-Wert oder Gesamtpegelberechnung). Die Aufnahme eines Schallspektrums ist immer dann erforderlich, wenn Anhaltspunkte über die Herkunft störender Geräusche gefunden und Unterlagen für gezielte Geräuschminderungsmaßnahmen gewonnen werden sollen. Das Schallspektrum ermöglicht außerdem einen Einblick in den Schallentstehungsmechanismus und erlaubt Rückschlüsse auf die Erzeugung von Schall in einzelnen Frequenzbereichen, sofern Aufbau und Wirkungsweise der betreffenden Maschine bekannt sind. Im Schallspektrum wird grafisch die Zuordnung des Schallpegels zu einzelnen Frequenzen oder Frequenzbereichen dargestellt.

Für die Beurteilung von Schallspektren ist von Bedeutung, dass sich bei einer sinusförmigen Zeitfunktion, (reiner Ton) im Spektrum nur eine einzelne Linie ergibt. Die Fouriertransformation einer reellen Messgröße ergibt eine komplexe Größe, die symmetrisch zur 0 Hz Frequenzlinie verläuft. Bild 1.28 zeigt ein Fourier-Spektrum, das sich über den gesamten positiven und negativen Frequenzbereich erstreckt. In Bild 1.29 ist der Ergebnisvektor nach positiven und negativen Frequenzen sortiert.

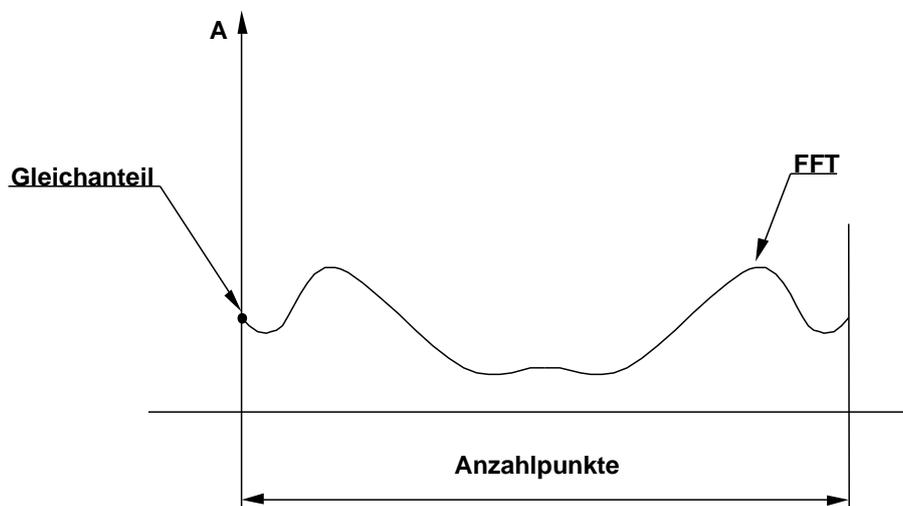


Bild 1.28: schematische Darstellung eines zweiseitigen Fourier-Spektrums, die negativen Frequenzen sind an die Positiven angefügt, vgl. Chlyeh, 2000.

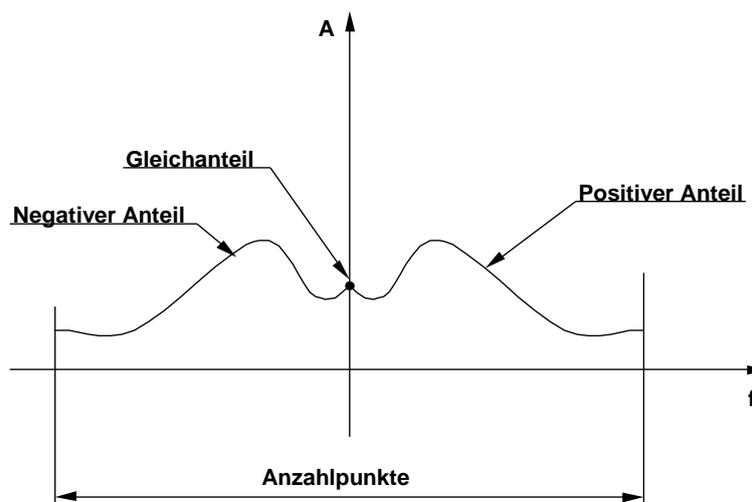


Bild 1.29: Sortierte Darstellung des Ergebnisvektors nach negativen und positiven Anteilen, Chlyeh, 2000.

Übung

Erproben Sie unter DASYLab das FFT-Modul, Doppelklick auf das Modul, statt Amplitudenspektrum Fourieranalyse wählen. Was bewirkt die Auswahl symmetrische Achse?

An einem Frequenzanalysator (dem Hardware Messgerät von Bruel&Kjaer oder Hewlett-Packard) wird grundsätzlich nur der positive Frequenzbereich dargestellt. Vereinfacht gehört zu einem reinen Sinus-Zeitsignal folgendes Frequenzspektrum:

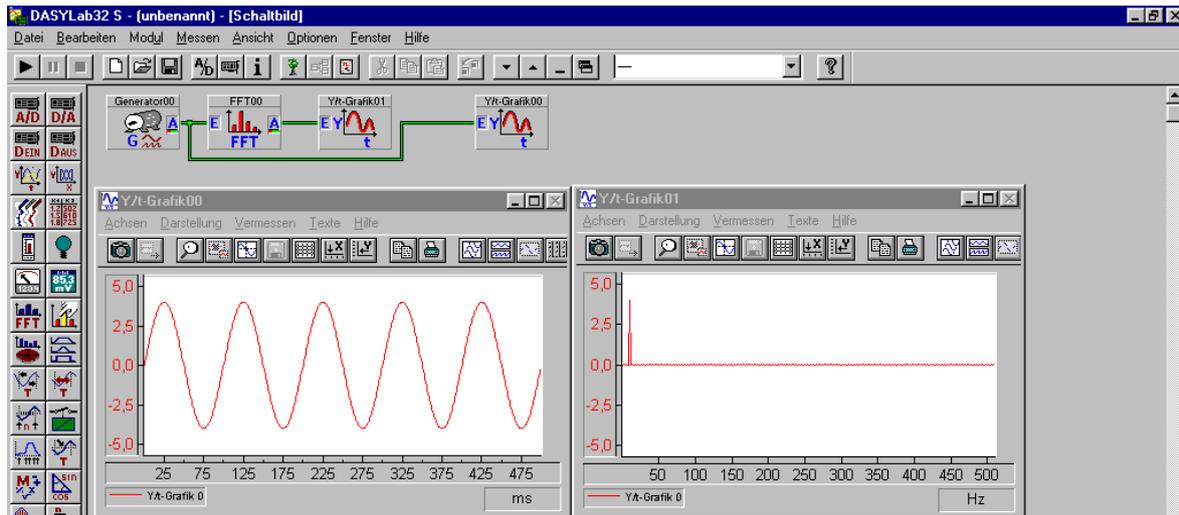


Bild 1.30: Frequenzanalyse unter DASYlab.

Unter Matlab muss der Ergebnisvektor entsprechend sortiert werden, um die Darstellung des Bildes 1.31 zu erhalten.

```
%Erproben des Befehls FFT - letzte Änderung Frank Kameier 22.04.2000
clear all
freq=10
period=10
sr=1000           %Sampling Rate=Block Size
delta_t=period/freq
delta_f=1/delta_t
x=linspace(0,period/freq,sr);
f=linspace(-(sr-1)/2*delta_f,sr/2*delta_f,sr);
y=sin(x*freq*2*pi);
subplot(1,2,1),plot(x,y);
xlabel('t');
y_fft=fft(y);
amp(1:sr/2-1)=y_fft(sr/2+2:sr);
amp(sr/2:sr)=y_fft(1:sr/2+1);
subplot(1,2,2),plot(f,amp);
xlabel('f[Hz]');
axis([min(f) max(f) -0.2 20]);
```

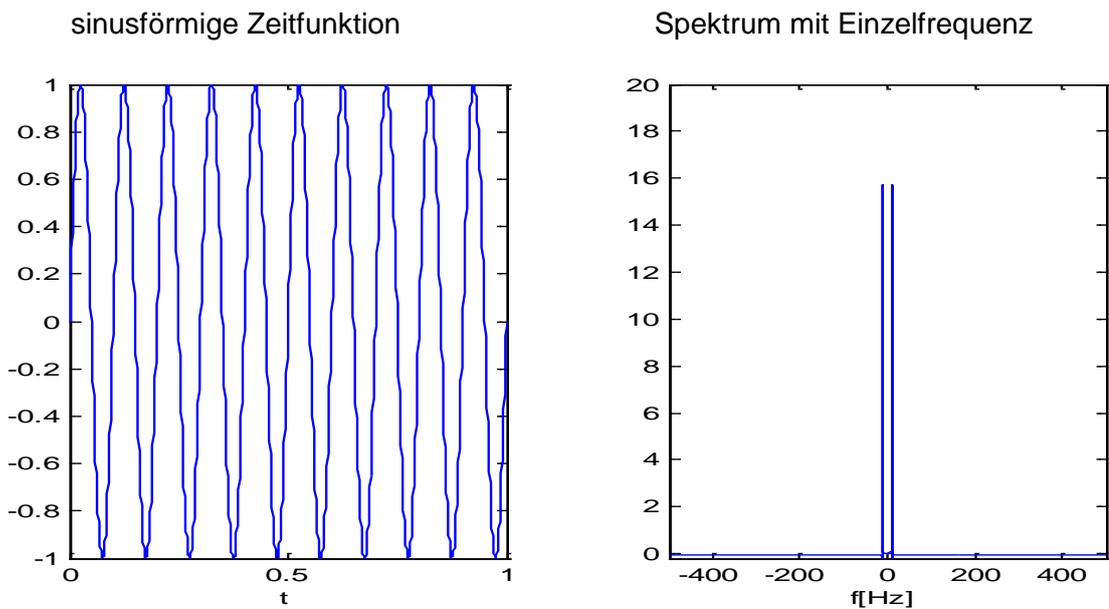


Bild 1.31: Zeit- und Frequenzverlauf einer Sinus-Funktion mit MATLAB programmiert

Bei einer periodischen Zeitfunktion überlagerter Schwingungen bildet sich ein Linienspektrum mit mehreren Frequenzanteilen ab, vgl. Bild 1.32.

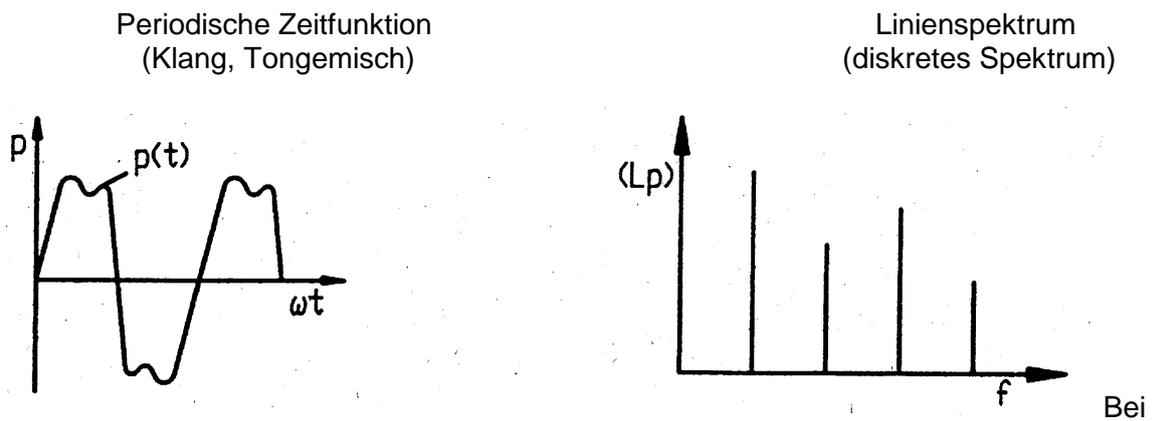


Bild 1.32: Zeit- und Frequenzverlauf.

Bei einer zufallsbedingten (stochastischen) Zeitfunktion (Rauschen), ergibt sich ein Spektrum gemäß Bild 1.33.

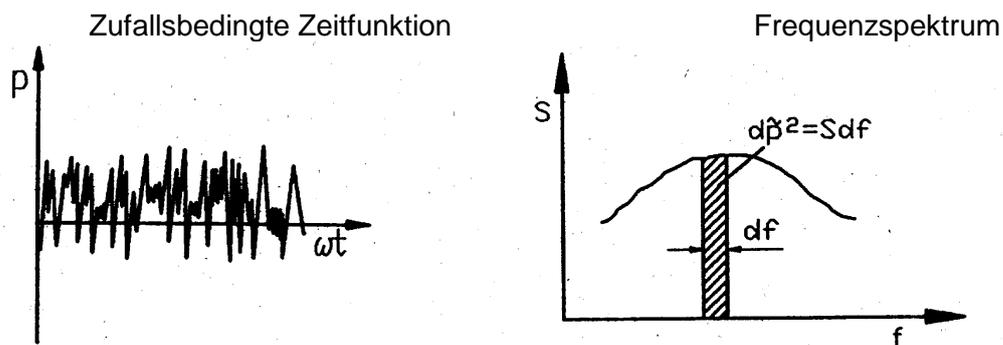


Bild 1.33: Zeit- und Frequenzverlauf.

Übung:

Stellen Sie die Zeit- und Frequenzverläufe der Bilder 1.32 und 1.33 unter DASyLab und Matlab grafisch dar.

1.9.1 Fourieranalysen und Korrelationsmesstechnik

Im folgenden wird ein kurzer und sehr theoretischer Überblick der häufig verwendeten Funktionen der Spektralanalyse instationärer Zeitreihen gegeben. Wie selbstverständlich findet die Anwendung in der Praxis mit Hilfe von FFT-Analysatoren statt, die per Menü sämtliche Gleichungen dieses Abschnitts in Diagramme umsetzen. Unter DASyLab gibt es die Module Übertragungsfunktion (unter Sondermodule) und Korrelation (unter Signalverarbeitung) die entsprechende Berechnungen durchführen.

Die Fourier-Zerlegung beruht auf dem Prinzip, dass sich jede periodische Funktion als Überlagerung einer Anzahl von Sinus-Funktionen darstellen lässt und eine stochastische Funktion im allgemeinen in eine Summe unendlich vieler Sinus-Funktionen zerlegt werden kann.¹ Dieses Prinzip ermöglicht, ein "unübersichtliches" Zeitsignal in einzelne additive Anteile zu zerlegen, so dass aus einem im Zeitbereich "verrauschem" Signal in der Frequenzdarstellung verwertbare Informationen gezogen werden können.

Multipliziert man die komplexe Fouriertransformierte

$$h_1(\omega) = \int_{-T}^T h_1(t) e^{i\omega t} dt \quad (1.47)$$

einer Zeitfunktion $h_1(t)$ mit ihrer konjugiert komplexen Fouriertransformierten $h_1^*(\omega)$ und dividiert durch die betrachtete Zeit $2T$, erhält man die Spektraldichte, die der Fouriertransformierten der Autokorrelationsfunktion entspricht:

$$S_{11}(\omega) = \frac{h_1(\omega) \cdot h_1^*(\omega)}{2T} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T h_1(t + \hat{t}) \cdot h_1(t) dt \right] e^{i\omega \hat{t}} d\hat{t} \quad (1.48)$$

Die so definierte Spektraldichte erstreckt sich sowohl über positive wie über negative Frequenzen. In der Literatur ist die Bezeichnung dieser Funktion nicht einheitlich, häufig wird die Spektraldichte auch als Spektrum bezeichnet oder Spektraldichte und Spektrum werden gar gleich gesetzt. Im Hinblick auf messtechnische Anwendungen ist dies alles andere als sinnvoll.

Die Beschreibung des statistischen Zusammenhangs zweier Funktionen $h_1(t)$ und $h_2(t)$, z.B. könnten dies die an zwei unterschiedlichen Orten gemessenen Druckschwankungen sein, ist mit Hilfe der Kreuzkorrelationsfunktion oder ihrer Fouriertransformierten, der Kreuzspektraldichte möglich:

$$S_{12}(\omega) = \frac{h_1(\omega) \cdot h_2^*(\omega)}{2T} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T h_1(t + \hat{t}) \cdot h_2(t) dt \right] e^{i\omega \hat{t}} d\hat{t} \quad (1.49)$$

Die reelle Kohärenzfunktion $\gamma^2(\omega)$ gibt quantitativ den Zusammenhang der beiden Signale im Frequenzbereich an:

¹ Die Zerlegung periodischer Funktionen, deren 1. Ableitung unstetig ist (z.B. Rechteck- oder Sägezahnsignale), entspricht auch einer Summe unendlich vieler Sinus-Funktionen.

$$\gamma^2(\omega) = \frac{S_{12}(\omega) \cdot S_{12}^*(\omega)}{S_{11}(\omega) \cdot S_{22}(\omega)} \quad , \quad (1.50)$$

dabei ist die Kreuzspektraldichte mit der Spektraldichte der beiden Signale normiert, so dass die Kohärenzfunktion $\gamma^2(\omega)$ nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen kann. Bei genügend häufiger Mittelung der Kohärenzfunktion werden die Signalanteile, die in beiden Signalen dominierend vorhanden sind, gegenüber solchen hervorgehoben, die nur in einem der Signale existieren. Dies ist leicht einzusehen, da die nicht gemeinsamen Signalanteile in der Kreuzspektraldichte nur linear eingehen, vgl. Gleichung (1.49), und sich dadurch herausmitteln, hingegen diese Anteile in der jeweiligen Spektraldichte quadratisch Berücksichtigung finden, vgl. Gleichung (1.48), und sich entsprechend nicht herausmitteln.

In der Messtechnik ist es üblich, die Spektraldichte in das Spektrum und die Kreuzspektraldichte in das Kreuzspektrum zu überführen. Dabei wird folgende Symmetrie der Spektraldichten ausgenutzt, vgl. Bendat und Piersol (1980):

$$\begin{aligned} S_{11}(\omega) &= S_{11}(-\omega) \\ \text{und } S_{12}(\omega) &= S_{12}^*(-\omega) \end{aligned} \quad . \quad (1.51)$$

Unter messtechnischen Gesichtspunkten sind nur die Signalanteile für positive Frequenzen von Interesse, so dass der Faktor 2 in den Gleichungen (1.48) und (1.49) entsprechend zu verrechnen ist. Nutzt man noch aus, dass die Bandbreite Δf_B der Frequenzauflösung gerade dem Kehrwert des betrachteten Zeitintervalls T entspricht,

$$\Delta f_B = \frac{1}{T} \quad , \quad (1.52)$$

so folgt für das gemessene Amplitudenspektrum,

$$\begin{aligned} G_{11}(\omega) &= 2S_{11}(\omega)\Delta f_B && \text{für } \omega \geq 0 \\ \text{und } G_{11}(\omega) &= 0 && \text{für } \omega < 0 \end{aligned} \quad (1.53)$$

oder für das Kreuzspektrum

$$\begin{aligned} G_{12}(\omega) &= 2S_{12}(\omega)\Delta f_B && \text{für } \omega \geq 0 \\ \text{und } G_{12}(\omega) &= 0 && \text{für } \omega < 0 \end{aligned} \quad . \quad (1.54)$$

1.9.2 Fensterung der Zeitdaten

Zur Bearbeitung eines kontinuierlichen Zeitverlauf im Computer ist es notwendig, eine Abtastung in diskreten Zeitschritten durchzuführen, man spricht auch von *Sampling*.

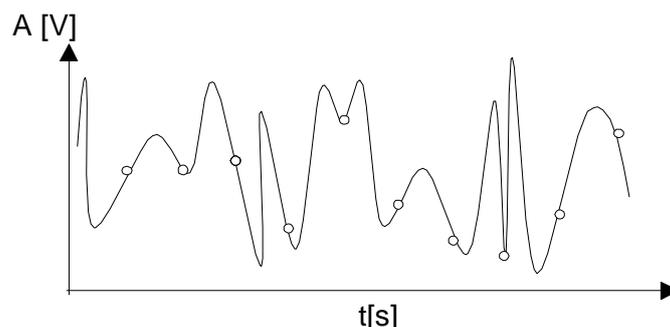


Bild 1.34: Abtastung einer Zeitfunktion.

Um den Zeitverlauf mit Hilfe der diskreten Abtastwerte darstellen zu können, ist ein genügend kleiner Abstand entlang der Zeitachse notwendig oder dementsprechend die Sampling-Frequenz genügend hoch zu wählen. Um z.B. eine Sinus-Funktion im Zeitbereich auch als solche erkennen zu können, sind mindestens 10 Stützstellen pro Periode erforderlich, vgl. Bild 1.34.

Übung:

Programmieren Sie unter DASYLab verschiedene Sampling-Raten und versuchen Sie Bild 1.34 nachzubilden.

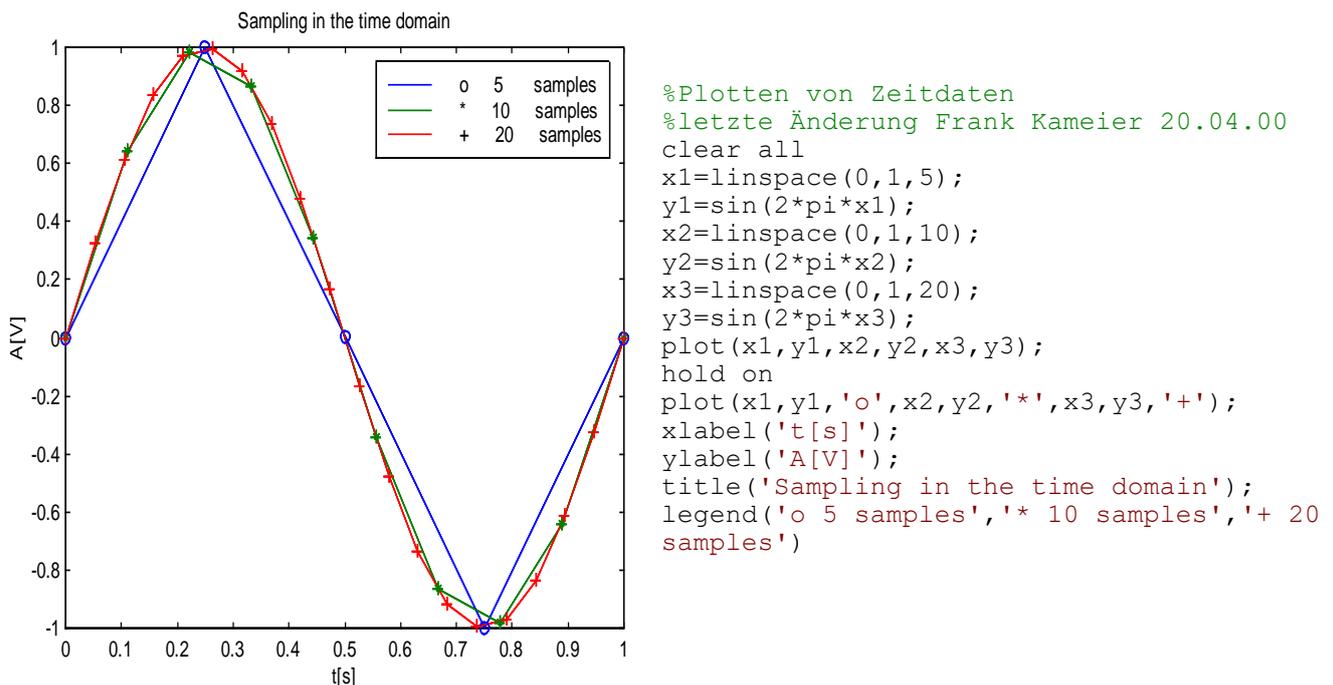


Bild 1.34: Abtastung einer Zeitfunktion mit verschiedenen Abtastraten.

Zur Berechnung von Frequenzspektren und damit der Anwendung der diskreten Fouriertransformation, ist es nun notwendig, das Zeitsignal in Blöcke konstanter Länge einzuteilen, sogenannter Zeitfenster. Die Idee, die dahinter steckt ist, dass das unperiodische Signal - der abgetastete Zeitverlauf - einfach als blockweise harmonisch angenommen wird. Jeder Zeitblock, der mehrere Male hintereinander kopiert wird, ergibt eine periodische Funktion. An den Verbindungsstellen kommt es in der Regel allerdings zu Sprüngen, da Anfangs- und Endwert des Zeitfensters nicht zwangsläufig gleich sind. Um diesen sogenannten Leckeffekt der diskreten Fouriertransformation abzuschwächen, ist es üblich, die im Zeitbereich dargestellten Daten mit einer sogenannten Fensterfunktion zu multiplizieren (bewerten oder falten).

Die Werte werden am Rande des Zeitfensters durch die Fensterfunktion zu Null multipliziert, so dass keine Sprünge mehr auftreten, jedoch werden einzelne Zeitinformatoren dadurch gelöscht. Im Frequenzbereich sehen die Fensterfunktionen wie in Bild 1.35 aus. Das Flat-Top-Fenster hat eine hohe Amplitudengenauigkeit und ist bei der Kalibrierung von Mikrofonen zu verwenden. Legt man Wert auf eine genaue Frequenzauflösung, so ist das Hanning-Fenster zu verwenden.

Gängig sind das durchweg einheitlich definierte Hanning-Fenster mit einem Formfaktor $\varepsilon = 1.5$ und das sogenannte Flat-Top Fenster, von dem unterschiedliche Definitionen Anwendung finden mit entsprechend verschiedenen Formfaktoren ($\varepsilon = 3.82$ am HP Analysator und $\varepsilon = 3,4286$ unter DASYlab). Bild 1.35 zeigt Hanning und Flat-Top-Fenster im Zeitbereich mit dem dazugehörigen Matlab-Programm. Werden die Fenster in der normierten Form mit einer maximalen Amplitude von 1, wie in Bild 1.35 dargestellt, verwendet, ist der Normierungsfaktor als sogenannte Schmalband-Korrektur oder als Coherent-Gain (vgl. LabVIEW) bei der energetischen Betrachtung (Gesamtpegelberechnung) entsprechend zu berücksichtigen! Sinnvoll ist eine Fensterung nur bei Anwendung der Fourieranalyse, so dass nicht normierte Fensterfunktionen ausschließlich Verwendung finden, lediglich der Mathematiker ist an einer Normierung der Fenster interessiert.

Das DASYLab Programm *Fenster_verlust_leistung_kameier070501.dsb* berechnet den Formfaktor des jeweils eingestellten Bewertungsfensters als Energierelation der Eingangsenergie zur gefensterten Energie für ein konstantes Eingangssignal, vgl. Bild 1.36.

Der Kehrwert des Formfaktors wird auch als Breitbandkorrektur bezeichnet, näheres wird dazu bei der Berechnung des Gesamtpegels und dem Theorem von Parseval erläutert.

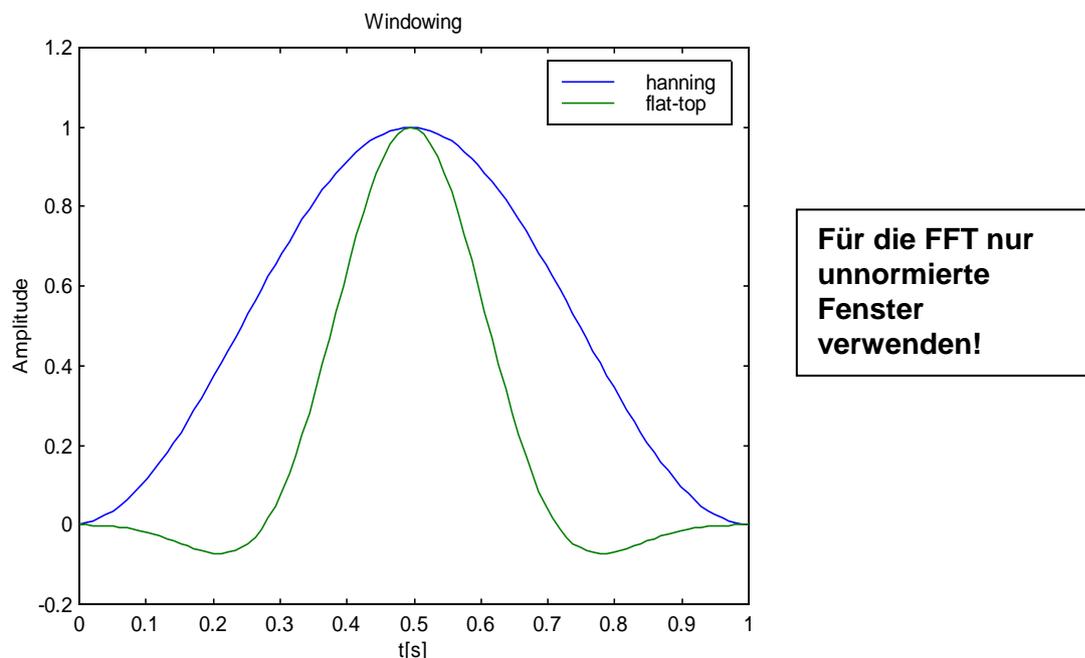


Bild 1.35: Normierte Bewertungsfenster im Zeitbereich.

```
%Fensterung im Zeitbereich
%letzte Änderung Frank Kameier 20.04.00
clear all
x=linspace(0,1,100);
y(1:100)=1
for k=1:100;
    yy(k)=y(k)*(0.5-0.5*cos(2*pi*k/100));
end;
for k=1:100;
    yyy(k)=y(k)*(1.0-1.941109216*cos(2*pi/100*k)+1.308381824*
    cos(2*2*pi/100*k)-
    0.40400112*cos(3*2*pi/100*k)+0.035108828*cos(4*2*pi/100*k))/4.68869145;
end
plot(x,yy,x,yyy);
xlabel('t[s]');
ylabel('Amplitude');
title('Windowing');
legend('hanning','flat-top')
```

Übung:

Berechnen Sie in DASyLab die Frequenzantwort verschiedener Fenster.

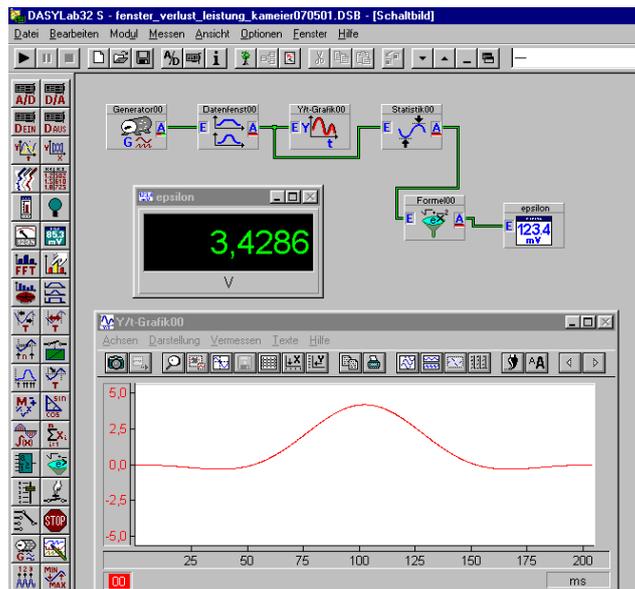


Bild 1.36: DASyLab Schaltbild zur Beechnung des Formfaktors ϵ .
vgl. *Fenster_verlust_leistung_kameier070501.dsb*

Komplexe Datenerfassungssysteme behandeln in der Regel den Zeitdatenstrom in den für die Fourieranalyse notwendigen Fenstern. Zu unterscheiden ist dabei in lückenloser Fensterung und Fensterung mit Zeitlücken. Bei einer lückenlosen Fensterung lassen sich die Blockgrößen im Nachhinein beliebig in ihrer Länge verändern, was Vorteile bei einer Frequenzanalyse im Postprozessing bringt.

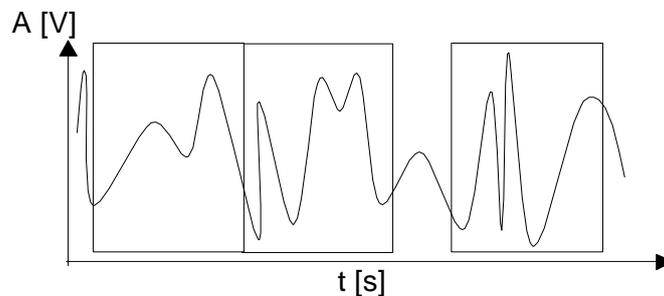


Bild 1.37: "Fensterung" von Zeitdaten.

1.9.3 Diskrete Fouriertransformation

Die Berechnung oder Fouriertransformation erfolgt gemäß Gl. 1.47

$$h_1(\omega) = \int_{-T}^T h_1(t) e^{i\omega t} dt \quad .$$

Tastet man ein Signal in diskreten Schritten ab, - dieses Vorgehen sollte unter DASyLab ausführlich geübt werden - ist auch in diskreten Schritten zu rechnen, d.h., aus dem Integral wird eine Summe:

$$A(f) = \sum_{k=1}^N A(t) e^{i2\pi f k / N} \quad (1.55)$$

k sind die Stützstellen des Zeitfensters der Länge N.

Zur Anwendung der schnellen Fouriertransformation (FFT) ist es notwendig, eine Blocklänge von 2^n Stützstellen zu wählen. Auf die Berechnungsvorschrift, vgl. Brigham (1989), wird hier nicht weiter eingegangen, in MATLAB steht mit dem Befehl `fft` eine einfache Umsetzung zur Verfügung.

Folgendes Matlab-Programm verwendet zum einen die Formel 1.55 und zum anderen den schnellen FFT-Algorithmus. Die Algorithmen führen zum selben Ergebnis, sie benötigen nur eine erheblich unterschiedliche Rechenzeit (siehe `tic` und `toc` Befehle!).

```
clear all
%diskrete Fouriertransformation Frank Kameier 05.06.2000
nn=256;%Anzahl der Stützstellen
perioden=8;
zeit=linspace(0,nn-1,nn/1);
amp_zeit=sin(2*pi*zeit*perioden/nn);
tic;%stoppuhr start
for n=0:nn-1;
h_real=0;
h_imaginaer=0;
for k=0:nn-1;
    arg=2*pi*k*n/nn;
    h_real=h_real+amp_zeit(k+1)*cos(arg);
    h_imaginaer=h_imaginaer+amp_zeit(k+1)*sin(arg);
end;
realteil(n+1)=h_real/nn;
imaginaerteil(n+1)=-h_imaginaer/nn;
betrag=(realteil.^2+imaginaerteil.^2).^0.5;
end;
toc;
tic;
amp_fft=fft(amp_zeit);
toc;
subplot(3,1,1),plot(zeit,amp_zeit);
subplot(3,1,2),plot(zeit,betrag);
subplot(3,1,3),plot(zeit,abs(amp_fft));
```

Übung:

Erproben Sie das Matlab-Programm mit Fourier-Algorithmus und schnellem Fourier-Algorithmus (FFT). Ermitteln Sie für verschiedene Blockgrößen die Rechenzeiten.

Was ist der Unterschied zwischen einer Fourieranalyse, dem Amplitudenspektrum und einem Leistungsspektrum unter DASyLab (klicken Sie das FFT-Modul (reelle FFT eines reellen Signals) an, um zu der entsprechenden Auswahl zu gelangen)?

1.9.4 Berechnung des Gesamtpegels - Parseval-Theorem

Der Einzahlenwert einer Schwankungsgröße - in der Regel ist es der rms-Wert - lässt sich im Zeitbereich gemäß Gl. 1.5 oder nach einer Fouriertransformation aus der Summe der Amplituden aller Frequenzkomponenten berechnen. Die Gleichheit dieser beiden Berechnungsmöglichkeiten nennt man das Theorem von Parseval: Die Energie einer Schwankungsgröße ist im Zeit- und Frequenzbereich gleich:

$$\frac{1}{T} \int_0^T h(t)^2 dt = \frac{1}{\omega_{\max}} \int_0^{\omega_{\max}} h(\omega)^2 d\omega \quad (1.56)$$

Bei der Berechnung des Gesamtpegels ist die Frequenzauflösung und das verwendete Fenster (Formfaktor ε des Bewertungsfensters) zu berücksichtigen:

$$GP = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon} \sum_{i=1}^N A_i^2} \quad (1.57)$$

Ein Signal geringer Frequenzauflösung (große Δf) hat hinsichtlich eines Rauschsignals einen höheren Pegel als ein feiner aufgelöstes Frequenzspektrum (kleines Δf), auch ist die Amplitude eines nicht schmalbandig genug abgetasteten Signals mittels Integration (Summation) über einen bestimmten Frequenzbereich zu ermitteln:

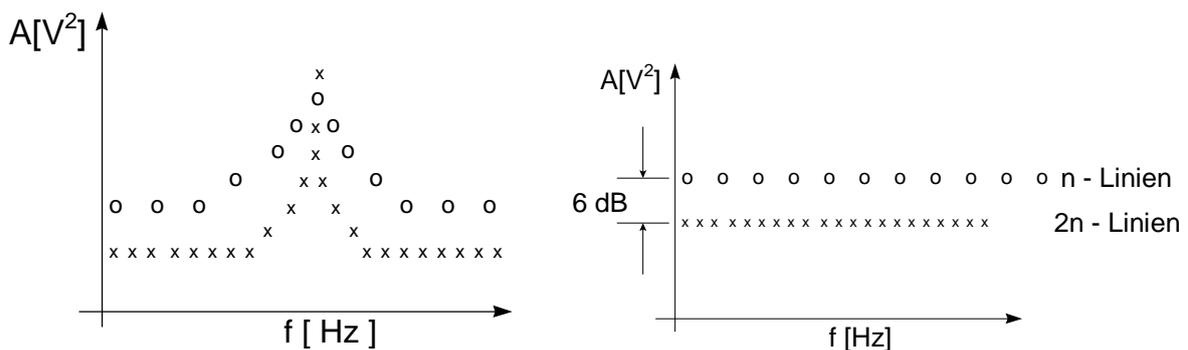


Bild 1.38: Einfluss der Frequenzauflösung auf den Rauschpegel.

1.9.5 Vergleich von Frequenzanalysen unterschiedlicher Frequenzauflösung

Möchte man die Amplituden von Frequenzanalysen unterschiedlicher Bandbreiten Δf_B von Zufallssignalen, die ein kontinuierliches Spektrum aufweisen (z.B. Rauschen), miteinander vergleichen, ist es notwendig, auf die Filterbandbreite bezogene Spektraldichten zu berechnen. Zu berücksichtigen ist dabei dann wieder Formfaktor ε für das Bewertungsfenster der diskreten Fouriertransformation. In der Literatur wird häufig leider nicht sauber zwischen Amplitudendichtespektren und Amplitudenspektren unterschieden.

$$p_{\omega}^2(\omega) = \frac{p^2(\omega)}{\varepsilon \cdot \Delta f_B} \quad (1.58)$$

$p_{\omega}(\omega)$ ist die gemessene Spektraldichte einer Druckschwankung, $p(\omega)$ das gemessene Amplitudenspektrum der Druckschwankung.

Übung:

Erproben Sie das Modul FFT Maximum unter DASYLab.

1.9.6 Mittelung, Overlapping und dreidimensionale Darstellungsmöglichkeiten

Um einen periodischen Anteil aus einem verrauschten Signal deutlich herauszuanalysieren oder alleine der Versuch eine Amplitude genau zu erfassen, macht die Mittelung mehrerer Spektren notwendig. Zum Beispiel ist aufgrund des Wegschneidens eines Teilsignals durch die Fensterbewertung das Ergebnis maßgeblich von dem Anfangszeitpunkt der Analyse eines periodischen Signals abhängig. In der Praxis geht man bei Verwendung eines Frequenzanalysators nun so vor, dass man eine arithmetische Mittelung mehrerer hintereinander erfasster Amplitudenspektren verwendet. Die Anzahl der Mittelung hängt dabei von der Güte des Signals, von der Frequenzauflösung und von der zur Verfügung stehenden Zeit ab, sie muss experimentell ermittelt werden und kann zwischen 10 und 1000 liegen. Um Messzeiten gerade bei sehr feiner Frequenzauflösung, d.h., langen Zeitfenstern, zu sparen, ist es auch möglich, sogenanntes Overlapping zu verwenden. Es wird dann einfach ein bestimmter Prozentsatz der Daten vom letzten Betrachtungsfenster für das nächste Fenster wiederverwendet. Man gewinnt durch dieses Verfahren höhere Mittelungszahlen und reduziert stochastisches Rauschen unter Umständen besser. Man verliert aber auch statistische Sicherheit, da insgesamt weniger Zeitdaten in der Auswertung verrechnet werden.

Die Ergebnisse der Fourieranalyse lassen sich in einfachen 2-dimensionalen Amplitudenspektren (Amplitude über der Frequenz) oder in 3-dimensionalen Wasserfalldiagrammen oder Spektrogrammen darstellen:

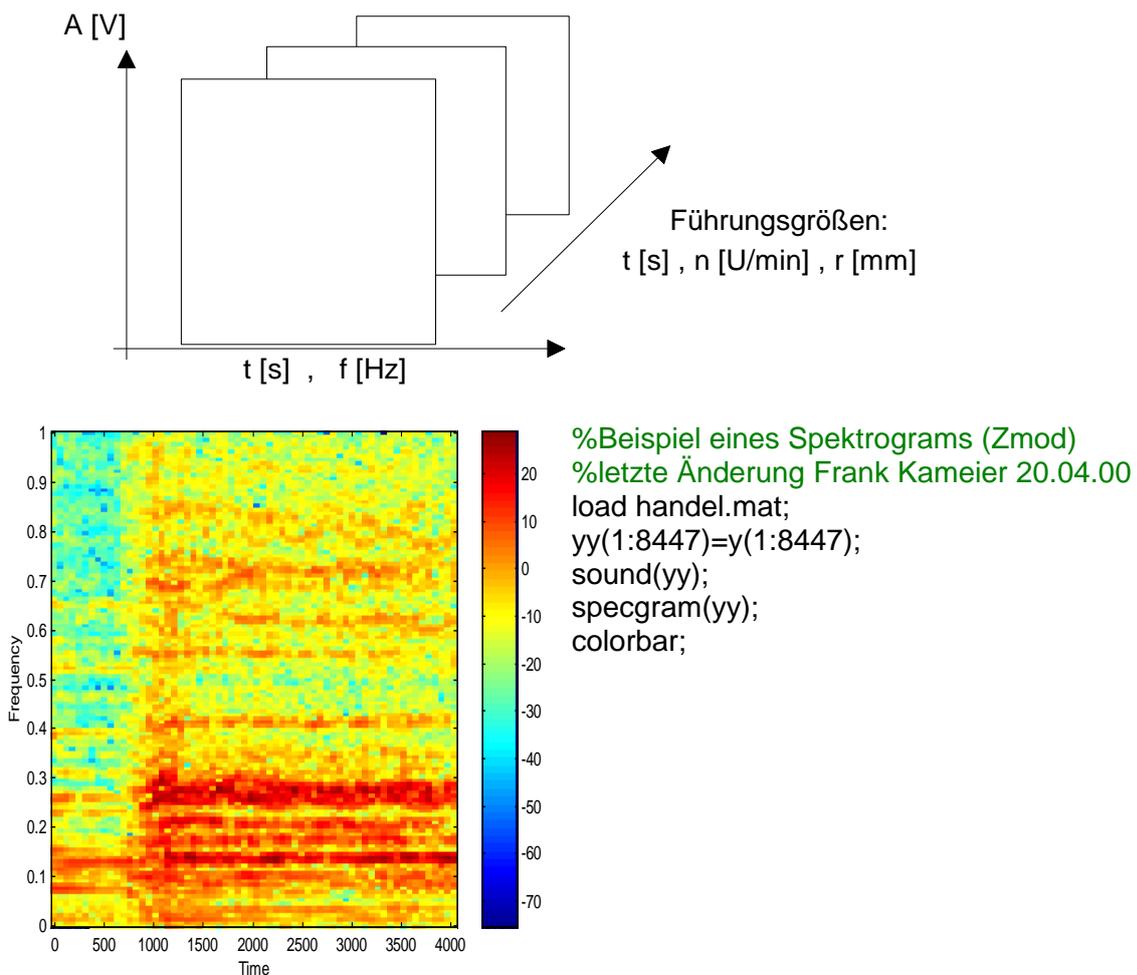


Bild 1.39: 3-dimensionale Darstellungsmöglichkeiten.

Übung:

Das folgende Matlab-Programm berechnet unter Ausnutzung des Befehls `specgram` den Gesamtpegel eines synthetisch erzeugten Signals und vergleicht den Wert mit dem Effektivwert (rms-Wert).

Erhöhen Sie die Blockgröße (`nfft`) zu sehr großen Werten, was beobachten Sie hinsichtlich der Amplitude (Testsignal=Sinus)?

Schreiben Sie das Programm um, so dass Sie eine `wav`-Datei analysieren können. Erstellen Sie sich eine `wav`-Datei mittels dem Audiorecorder unter Windows.

```
%Gesamtpegel-Berechnung aus FFT und rms-Wert im Zeitbereich
% Markus Reinhold und Frank Kameier 07072001
% Generierung von Rohdaten
clear all;
close all;
Fs = 4096;%Abtaststrate
amp=2;%peak-Wert
zeitmax=5;
zeit=linspace(0,zeitmax,zeitmax*Fs);
frequenz=400;
daten=amp*sin(2*pi*zeit*frequenz);%Sinus-Signal
%daten=(amp+106)*(rand(1,zeitmax*Fs)-0.5);%Rauschsignal
nfft = 4096;%Blockgroesse 2er-Potenz
window = hanning(nfft);
% z.B. 80 für 80% overlap
Prozent_overlap = 80;
overlap = round(nfft/100)*Prozent_overlap;
[B,F,T] = specgram(daten,nfft,Fs>window,overlap);
[n,m] = size(B);
% Berechnung des linearen APS:
aps_lin = 2.0*2.0*abs(B)/nfft;
% 1. Faktor 2.: Ergibt sich aus dem gespiegelten Ergebnis der FFT, eigentlich sind % die Werte
% zu addieren, aber für reele Eingangsdaten der FFT ist das Ergebnis
% symmetrisch!
% 2. Faktor : Berücksichtigt die Wichtung des eingesetzten normierten Fensters.
% 1.0 für Rechteckfenster,
% 2.0 für Hanningfenster,
% 4.688600988 für Flattopfenster (Berechnung laut Skript bzw. HP Analysator)
% Berechnung von peak oder RMS Amplituden
aps_lin = aps_lin/sqrt(2.);
% 1/sqrt(2.) für rms-Amplituden; 1/sqrt(1.) für peak-Amplituden
% Berechnung des DC-Anteils
aps_lin(1,1:m) = aps_lin(1,1:m)/2.0;
% die FFT liefert nun einen Werte für die DC-Amplitude, die Multiplikation mit 2.0
% ist daher rückgängig zu machen !
% Berechnung des Mittelwertes
aps_lin_mittel = sqrt(sum(aps_lin.^2,2)/m);
% Das APS ist eine energetische Größe, daher ist trotz der linearen Darstellung
% des APS ein quadratischer Mittelwert zu berechnen.
%-----Gesamtpegel rms über das gemittelte aps-----
epsilon_Hanning = 1.5;
aps_lin_mittel_quad = aps_lin_mittel.^2;
GP_aps_lin_mittel = sqrt((sum(aps_lin_mittel_quad(1:nfft/2)))/epsilon_Hanning);
%-----
% Plotten des Spektrums
figure;
plot(F,aps_lin_mittel);
title('gemitteltes aps, overlap = 80%');
xlabel('Frequenz [Hz]');
ylabel('Amplitude [V]');
text(100,amp-0.6,'Gesamtpegel (Frequenzbereich=)',text(1500,amp-
0.6,num2str(GP_aps_lin_mittel,'%3.2f'));
grid;
%-----rms über Zeitdaten-----
[dummy xx]=size(daten);
rms_Zeit = sqrt(sum(daten.^2)/xx);
%-----
text(100,amp-0.65,'rms-Wert (Zeitbereich=)',text(1500,amp-0.65,num2str(rms_Zeit,'%3.2f'));
```

Bevor die Möglichkeiten der digitalen Datenverarbeitung gegeben waren, hat man Frequenzbewertungen mit analogen Filtern durchgeführt. Auch heute übernehmen analoge Filter noch wichtige Funktionen, so zum Beispiel als Aliasing-Filter vor der Digitalisierung der Zeitdaten. Historisch betrachtet, hat man im wesentlichen zur Reduzierung der Datenflut Terz- und Oktavfilter verwendet, die in der Praxis und in vielen akustischen Normen vorzufinden sind.

Übliche Schallpegelmesser besitzen Schmalband-, Terz- und Oktavfilter: ältere Geräte hochwertige analoge Filter und neuere Geräte führen die Berechnungen in der Zeitebene mit digitalen Filtern oder über die Summation von Frequenzbändern nach einer FFT durch.

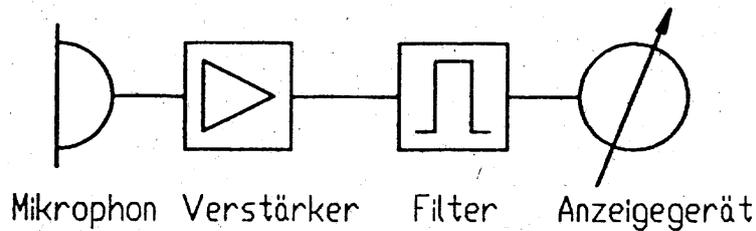


Bild 1.40: Schematischer Aufbau eines Schallpegelmessers.

Man unterscheidet beim Schmalbandfilter Filter mit konstanter absoluter Bandbreite

$$\Delta f = \text{konst.} \quad \text{z.B. } \Delta f = 10 \text{ Hz} \quad (1.59)$$

und Filter mit konstanter relativer Bandbreite

$$\frac{\Delta f}{f_m} = \text{konst.} \quad \text{z.B. } \frac{\Delta f}{f_m} = 0.06 \quad (1.60)$$

f_m ist die Bandmittenfrequenz, die am Gerät beliebig einstellbar ist.

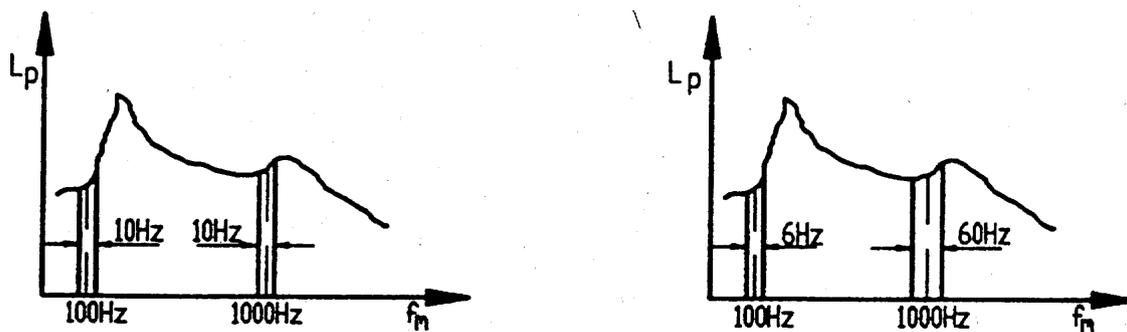


Bild 1.41: (a) Filter mit absoluter Bandbreite

(b) Filter mit relativer Bandbreite

Beim Terzfilter, auch 1/3 - Oktavfilter genannt, sind die Mittenfrequenzen der einzelnen Bänder nach der Normungsreihe R 10 über den gesamten Hörbereich festgelegt, siehe Tabelle 1.3.

f_m [Hz]	f_m [Hz]
12.5	800
16	1000
20	1250
25	1600
31.5	2000
40	2500
50	3150
63	4000
80	5000
100	6300
125	8000
160	10000
200	12500
250	16000
315	20000
400	25000
500	31500
630	40000

↑ Infrschallbereich
↓ Ultraschallbereich

Tabelle 1.3: Terz- und Oktavmittenfrequenzen.

Auch Terzfilter sind Filter mit konstanter relativer Bandbreite, bei denen aber die Mittenfrequenz f_m nicht beliebig einstellbar, sondern gemäß den in der Tabelle aufgeführten Frequenzen genormt sind. Die Oktavmittenfrequenzen sind durch eine stärkere Markierung gekennzeichnet. Jedes Oktavband setzt sich aus drei Terzbändern zusammen, und zwar stets aus dem der schwärzer gekennzeichneten Oktave vorhergehenden und dem folgenden Terzband. Beispielsweise setzt sich das Oktavband, dessen Mittenfrequenz $f_{m\text{okt}} = 1000$ Hz beträgt, aus den drei Terzbändern mit den Mittenfrequenzen $f_{m1} = 800$ Hz, $f_{m2} = 1000$ Hz und $f_{m3} = 1250$ Hz zusammen. Für alle Filter mit konstanter relativer Bandbreite berechnet sich die Mittenfrequenz f_m aus der oberen Bandgrenzfrequenz f_o und der unteren Bandgrenzfrequenz f_u wie folgt:

$$f_m = \sqrt{f_o \cdot f_u} \quad (1.61)$$

Die Grenz- bzw. Eckfrequenzen der Terzbänder verhalten sich gemäß der Norm wie $1:2^{1/3}$, woraus folgt:

$$\frac{f_o}{f_u} = 2^{1/3} = 1.26 \quad (1.62)$$

Die relative Terzbandbreite berechnet sich zu:

$$\frac{\Delta f}{f_m} = \frac{f_o - f_u}{\sqrt{f_o f_u}} = \frac{(1.26 - 1)f_u}{\sqrt{1.26 f_u^2}} = 0.2316 \quad (1.63)$$

Schließlich erhält man über

$$f_m = \sqrt{1.26} f_u = \frac{1}{\sqrt{1.26}} f_o \quad (1.64)$$

die obere bzw. untere Bandeckfrequenz wie folgt:

$$f_o = \sqrt{1.26} f_m \quad \text{und} \quad f_u = \frac{1}{\sqrt{1.26}} f_m \quad . \quad (1.65)$$

Die Grenz- bzw. Eckfrequenzen des Oktavbandes verhalten sich wie 1 : 2. Daraus folgt:

$$f_o = 2f_u$$
$$f_m = \sqrt{f_o f_u} = \sqrt{2} f_u = \frac{1}{\sqrt{2}} f_o$$

Somit ist

$$\frac{\Delta f}{f_m} = \frac{f_o - f_u}{\sqrt{f_o f_u}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 \quad (1.66)$$

Für die Grenzfrequenzen gilt nun:

$$f_o = \sqrt{2} f_m \quad \text{und} \quad f_u = \frac{1}{\sqrt{2}} f_m \quad (1.67)$$

Der gesamte Hörbereich ist also in 10 Oktavbändern zu je 3 Terzbändern und damit insgesamt in 30 Terzbändern unterteilt. Sind bei einem Breitbandgeräusch alle drei Terzpegel gleich groß, so ist der Oktavpegel um $10 \lg 3 = 5$ dB größer als der Pegel der einzelnen Terzbänder. Im Terzspektrum können durch das größere Auflösungsvermögen Schmalbandanteile und Einzeltöne, die dem Ohr besonders lästig sind, bereits erkannt werden, was beim Oktavspektrum meist nicht möglich ist. Trotzdem liefert das Oktavspektrum wesentlich mehr Informationen über ein Geräusch, als z.B. der A-bewertete Summenpegel nach dem Einwert-Messverfahren. Zur Schallquellenidentifizierung an sich ist es jedoch immer besser, hochaufgelöste Schmalbandspektren zu verwenden. Grundsätzlich lassen sich Oktav- und Terzspektren auch einfach aus Schmalbandspektren berechnen. Sinnvoll ist die Berechnung einer Terz allerdings nur, sofern mindestens 3 Frequenzlinien innerhalb der Terz vorliegen. Die Berechnung erfolgt gemäß der Gesamtpegelberechnung, siehe Abschnitt 1.9.4.

Übung:

Erproben Sie das folgende Matlab-Program `Aliasing_070701.m`. Was bewirkt die Funktion `filtfilt` statt `filter`?

```

clear all %Aliasing-Frequenz Frank Kameier 070701
% ##### Daten erzeugen
sampl_rate=1000; % Sampling rate
zeit_laenge=1; % Laenge des Zeitsignals
frequenz=600; % Frequenz des Signal
blocksize=64; % FFT-Blocklaenge
overlap=blocksize-1; % 99% FFT-Overlapping
signal_ampl=3.5; % Amplitude in peak
amin=signal_ampl*(-1)-0.5;
amax=signal_ampl+0.5;
anz_samples=sampl_rate*zeit_laenge;
x=linspace(0,zeit_laenge,anz_samples);
%y=signal_ampl*sin(2*pi*x*frequenz) %*****konstanter Sinus
dummy=4\x.^2;
y=sin(4*dummy*pi*frequenz); %*****variabler Sinus
%y=square(2*pi*frequenz*x) %*****Rechteck-Signal
%***** Zeitdaten plotten
clf;
subplot(2,2,1),plot(x,y);axis([0 zeit_laenge amin amax]);
xlabel('t[s]'),ylabel('Amplitude');
%***** Zeitdaten filtern
[b,a]=butter(9,300/500); %9-poliger Filter, der bei 300 von 500 Hz schließt
y_fil=filter(b,a,y);
%***** gefilterte Zeitdaten plotten
subplot(2,2,2),plot(x,y_fil);axis([0 zeit_laenge amin amax]);
xlabel('t[s]'),ylabel('Amplitude')
%***** FFT und Spectrogramm
subplot(2,2,3),specgram(y,blocksize,sampl_rate,hanning(blocksize),overlap);
xlabel('t[s]'),ylabel('f[Hz]')
subplot(2,2,4),specgram(y_fil,blocksize,sampl_rate,hanning(blocksize),overlap);
xlabel('t[s]'),ylabel('f[Hz]')

```

1.9.7 Bewertung für Schallpegel

Um dem Hörempfinden des menschlichen Ohres gerecht zu werden, besteht bei der Schallbewertung grundsätzlich die Möglichkeit der Bewertung mit dem sogenannten A-Filter. Gemäß der Hörkurve des menschlichen Ohres werden bestimmte Frequenzen mit einer Amplitudenzugabe beaufschlagt, andere Frequenzen werden entsprechend reduziert:

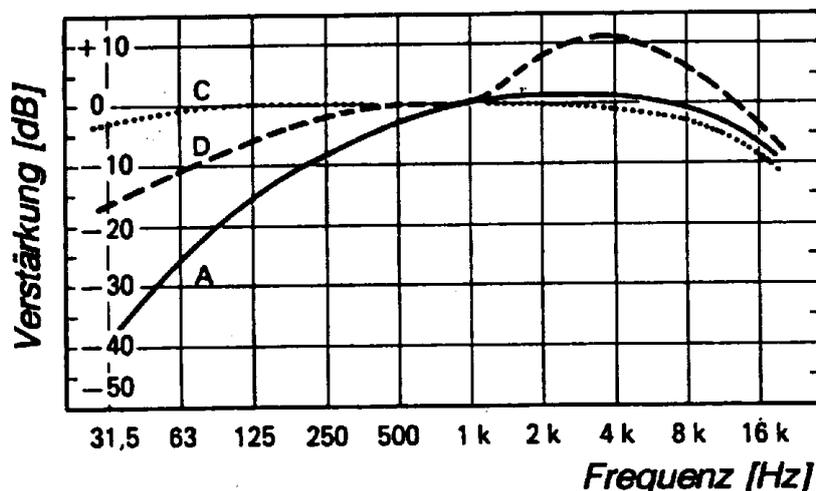


Bild 1.42: International festgelegte A-, C- und D-Bewertungskurven für Schallpegel (Lips 1995)

Bereits seit längerem wird empfohlen, Bewertungen nur noch nach dem am menschlichen Ohr orientierten A-Filter vorzunehmen. Die Pegelangabe erfolgt entsprechend in dB(A). Bewertungen mit dem C- und D-Filter findet man nur noch selten. Die C-Bewertung nimmt eine Dämpfung im Infra- und Ultraschallbereich vor. Die D-Bewertung wird vorzugsweise bei der Messung des Fluglärms verwendet, sie soll Lästig- und Erträglichkeit besser quantifizieren.

In Tabelle 1.4 ist die Schalldruckbewertung A für den hauptsächlich interessierenden Oktavbandbereich aufgeführt.

f_m [Hz]	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
A [dB]	-26	-16	-8	-3	0	+1	+1	-1

Tabelle 1.4: A-Bewertung in Oktavbandbreite.

1.9.8 Einwert-Meßverfahren

In der DIN 45633 ist ein einfaches Verfahren der objektiven Lautstärkemessung festgelegt, dem Geräusch wird dabei nur ein Zahlenwert als frequenzunabhängiger Gesamtpegel zugeordnet. Nach ISO-Übereinkunft sollen in Zukunft allerdings nur noch frequenzbewertete Schallpegel gemessen werden.

Der Gesamtpegel ist als rms-Wert über eine endliche Zeitdauer zu ermitteln. Diese sogenannte Zeitdauer-Bewertung des Schallpegels erfolgt durch verschiedene Einstellgeschwindigkeiten der Anzeige am Schallpegelmesser:

- langsam (slow, $\tau=1s$), zur Bestimmung des Effektivwertes,
- schnell (fast, $\tau=125ms$), zur Anzeige schwankender Pegel,
- Impuls, ($\tau_{Anstieg}=35ms$, $\tau_{Abkling}=1,5s$) zur Erfassung schnell veränderlicher Schallereignisse. Diese Anzeige ist in Impulsschallmessern eingebaut.

Die Einwertangabe genügt zum Beispiel für die Feststellung, ob für Personen, die sich am Ort der Messung aufhalten müssen, die Gefahr einer Hörschädigung besteht, ob die Nachbarschaft eines Industrierwerkes unzumutbar gestört wird oder ob bestimmte vereinbarte Grenzwerte überschritten werden.

Übung:

Bewerten Sie ein Frequenzspektrum mit der A-Bewertung, berechnen Sie den Gesamtpegel unbewertet und A-bewertet.

```
%Berechnung eines Spektrums mit A-Bewertung Frank Kameier 070701
clear all
[y1,Fs,bits] = wavread('pfeifen.wav');
%sound(y1,Fs,bits)
nfft=1024;
fmin=0;
fmax=Fs/2.56;
fmax_skal=fmax;
deltaf=Fs/nfft;
lmax=nfft/2.56;
window=hanning(nfft);
epsilon_hanning=1.5;
ff=linspace(fmin,fmax,lmax);
%A-Bewertung
fa_stuetz=[16 20 25 31.5 40 50 63 80 100 125 160 200 250 315 400 500 630 800 1000
1250 1600 2000 2500 3150 4000 5000 6300 8000 10000 12500 16000 20000];
dba_stuetz=[-56.7 -50.5 -44.7 -39.4 -34.6 -30.2 -26.2 -22.5 -19.1 -16.1 -13.4 -10.9
-8.6 -6.6 -4.8 -3.2 -1.9 -0.8 0 0.6 1 1.2 1.3 1.2 1 0.5 -0.1 -1.1 -2.5 -4.3 -6.6 -
9.3];
Lp_A_spl=spline(fa_stuetz,dba_stuetz,ff);
%plot(fa_stuetz,dba_stuetz,'o',ff,Lp_A_spl)
% Fortsetzung des Programms auf der folgenden Seite!!!
```

```

[amp_lin,f,t]=specgram(y1(:,1),nfft,Fs>window,0);
[m,n]=size(amp_lin);
mm=2*round(m/2.56);
amp_lin=2*amp_lin/nfft;
amp_quad=(amp_lin.*conj(amp_lin));
amp_quad_mit=mean(amp_quad');
Lp=10*log10(amp_quad_mit(1:mm));
Lp_A=Lp+Lp_A_spl;
plot(ff,Lp,ff,Lp_A);
y_max=max(Lp);
axis([fmin fmax_skal y_max-60 y_max]);
xlabel('f[Hz]');
ylabel('Lp[dB]');
title('gemittelte Amplitudenspektren');
legend('unbewertet','mit A-Bewertung in dB(A)');
%Gesamtpegel = nur Hanning-Window
Lp_g=10*log10((sum(10.^(Lp./10)))/epsilon_hanning);
Lp_gA=10*log10((sum(10.^(Lp_A./10)))/epsilon_hanning);
format='%3.1f';
text(4000,y_max-15,'\Deltaf [Hz]'),text(6000,y_max-15,num2str(Fs/nfft,format));
text(4000,y_max-20,'Lp-gesamt [dB]='),text(6000,y_max-20,num2str(Lp_g,format));
text(4000,y_max-25,'Lp-A [dB(A)] = '),text(6000,y_max-25,num2str(Lp_gA,format));

```

Berechnen Sie ein Terz-Spektrum aus einem Schmalband-Spektrum, generieren Sie ein sinnvolles Signal

```

%Berechnung eines Terzspektrums Frank Kameier 070701
clear all
Fs=4*8192;
amp=100;
zeitmax=5;
zeit=linspace(0,zeitmax,zeitmax*Fs);
%frequenz=4;
%yl=amp*sin(2*pi*zeit*frequenz);
yl=amp*(rand(1,zeitmax*Fs)-0.5);
%Berechnung rms Zeitbereich
yl_rms=((sum(yl.^2))/(Fs*zeitmax))^0.5;
%plot weiter unten
nfft=4096;
fmin=0;
fmax=Fs/2.56;
fmax_skal=fmax;
deltaf=Fs/nfft;
lmax=nfft/2.56;
window=hanning(nfft);
epsilon_hanning=1.5;
ff=linspace(fmin,fmax,lmax);
delta_f=Fs/nfft;
%A-Bewertung
fa_stuetz=[16 20 25 31.5 40 50 63 80 100 125 160 200 250 315 400 500 630 800 1000
1250 1600 2000 2500 3150 4000 5000 6300 8000 10000 12500 16000 20000];
dba_stuetz=[-56.7 -50.5 -44.7 -39.4 -34.6 -30.2 -26.2 -22.5 -19.1 -16.1 -13.4 -10.9
-8.6 -6.6 -4.8 -3.2 -1.9 -0.8 0 0.6 1 1.2 1.3 1.2 1 0.5 -0.1 -1.1 -2.5 -4.3 -6.6 -
9.3];
Lp_A_spl=spline(fa_stuetz,dba_stuetz,ff);
%plot(fa_stuetz,dba_stuetz,'o',ff,Lp_A_spl)
%-----
[amp_lin,f,t]=specgram(y1,nfft,Fs>window,0);
[m,n]=size(amp_lin);
mm=2*round(m/2.56);
amp_lin=4*amp_lin/nfft;%nur positive Frequenzen, nfft=doppelte Anzahl der Linien im
Frequenzbereich
amp_quad=(amp_lin.*conj(amp_lin));
amp_quad_mit=mean(amp_quad');
amp_lin=(amp_quad_mit(1:m)).^0.5;%m statt mm, sonst passt Gesamtpegel nicht!
Lp=20*log10(amp_lin(1:mm));
Lp_A=Lp+Lp_A_spl;
% Fortsetzung des Programms auf der folgenden Seite!!!

```

```

%Berechnung der Stuetzstellen - Terzanalyse
[dummy terz_anz]=size(fa_stuetz);
terz_anz=terz_anz-2;%nicht genügend Stützstellen für Hochfrequente Terz vorhanden
fu=fa_stuetz*(1/sqrt(1.26)); %untere Grenzfrequenz der Terz
linie_fu=round(fu/delta_f);
for i=1:terz_anz;
    Lpg_terz(i)=10*log10(((sum(amp_lin(linie_fu(i):(linie_fu(i+1)-
1)).^2))/epsilon_hanning)^0.5);
end%-----
subplot(3,1,3),plot(zeit,y1);
xlabel('t[s]'),
ylabel('p_l_i_n');
axis ([0 zeitmax -(amp+amp*0.1) amp+amp*0.3]);
text(1,amp,'y1_r_m_s[V]='),text(2,amp,num2str(y1_rms));
subplot(3,1,2),plot(f,20*log10(amp_lin),ff,Lp_A);
y_max=max(20*log10(amp_lin));
x_max=max(ff);
axis ([fmin fmax_skal y_max-50 y_max+10]);
xlabel('f[Hz]'),
ylabel('Lp[dB]');
%title('gemittelte Amplitudenspektren');
legend('unbewertet','A-bewertet');
%Gesamtpegel = nur Hanning-Window
amp_lin_gesamt=((sum(amp_lin.^2))/epsilon_hanning)^0.5;
%Lp_g=10*log10((sum(10.^(Lp./10)))/epsilon_hanning);
Lp_gA=((sum(10.^(Lp_A./10)))/epsilon_hanning)^0.5;
format='%3.2f';
text(2000,-10,'\Deltaf [Hz]'),text(5000,-10,num2str(Fs/nfft,format));
text(2000,-20,'U-gesamt='),text(5000,-20,num2str(amp_lin_gesamt,format));
text(2000,-30,'U-gesamt (A)='),text(5000,-30,num2str(Lp_gA,format));
%Terzplot
subplot(3,1,1),stairs(fa_stuetz(1:terz_anz),Lpg_terz)
xlabel('f[Hz]'),
ylabel('Lp[dB]');
axis ([fmin fmax_skal 0 20]);

```

2. Geräusentstehung durch Strömungen

Anhand einiger phänomenologischer Beispiele soll im folgenden gezeigt werden, welche strömungsmechanischen Mechanismen Geräusche erzeugen. Wie zuvor diskutiert worden ist, sind Geräusche nichts anderes als Druckänderungen, die in Relation zu aerodynamischen Druckänderungen schon bei sehr kleinen Amplituden vom menschlichen Organismus als sehr störend empfunden werden. Man bedenke, dass die Schmerzgrenze des menschlichen Ohres lediglich bei Wechseldrücken von 100 Pa liegt. Bei einer Autofahrt mit 50 km/h tritt im Vergleich schon ein statischer Unterdruck von mindestens 115 Pa auf. Außerdem ist das Hörempfinden logarithmisch, so dass schon Drücke bei 0.02 Pa (Sprache) und deutlich kleiner im praktischen Leben eine Rolle spielen. Verglichen mit technischen Systemen wie CD-Player oder Datenrecorder hat das menschliche Ohr eine Dynamik von technisch in der Regel nicht umgesetzten 134 dB (im dualen System entsprechen 16 bit 96 dB, so dass eine Dynamik von 134 dB zwischen einer Auflösung von 22 und 23 bit liegt).

Übung: Überprüfen Sie die angegebenen Zahlenwerte dieses Absatzes.

In der gewöhnlichen Strömungsmechanik oder Aerodynamik werden zeitabhängige Ereignisse weitestgehend vernachlässigt, da ihre Wirkungen bei vielen technischen Anwendungen auch gering sind. Für einige technische Anwendungen, wie zum Beispiel bei Schließvorgängen von Ventilen spielt die zeitliche Abhängigkeit der Strömungsparameter aber eine entscheidende Rolle. Dieses Gebiet der Strömungsmechanik wird als instationäre Aerodynamik bezeichnet. Die Strömungsakustik ist lediglich ein Teilgebiet der instationären Aerodynamik. Akustik bedeutet in der Regel für die Berechnung oder Abschätzung der Strömungs- und Zustandsgrößen, dass mit linearisierten Gleichungen sehr gute mit der Praxis übereinstimmende Ergebnisse erzielt werden.

Folgende strömungsmechanische Vorgänge sind wesentlich für die Geräuscherzeugung verantwortlich:

- Ausströmvorgänge (Freistrahle, wie zum Beispiel bei Schubtriebwerken),
- Umströmung von Körpern (Überströmen von Öffnungen),
- Strömungsmaschinen mit rotierenden Druckfeldern,
- Kavitation.

Reine Ausströmvorgänge, pulsierende Massenströme zum Beispiel bei Kolbenmaschinen, lassen sich als Monopolquellen modellieren. Bei der Umströmung von Körpern sind zeitlich sich ändernde Kräfte für die Druckfluktuationen verantwortlich, mathematisch handelt es sich um sogenannte Dipolquellen, mit denen sich auch die Schallentstehung in Strömungsmaschinen modellieren lässt. Strömungsturbulenzen verursachen Druckschwankungen, die sich mittels Quadrupolquellen mathematisch nachbilden lassen.

2.1 Umströmung von Körpern

Das klassische Beispiel für die Erzeugung von strömungsinduzierten Geräuschen ist die Umströmung des Kreiszylinders. In Abhängigkeit der Reynolds-Zahl

$$Re = \frac{c D}{\nu}, \quad (2.1)$$

mit der Anströmungsgeschwindigkeit c , dem Durchmesser D des Zylinders als charakteristische Länge und der kinematischen Zähigkeit ν , entstehen verschiedene Strömungszustände, die in dem folgenden Bild gezeigt werden.

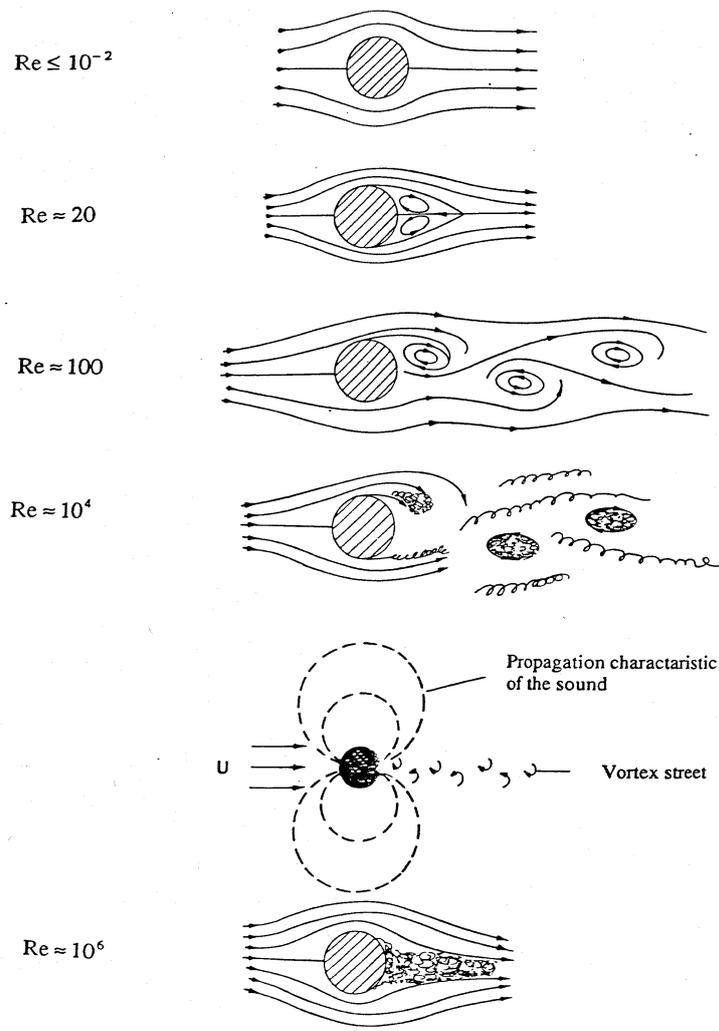


Bild 2.1: Zylinderumströmung in Abhängigkeit der Reynoldszahl, vgl. Feynman (1974).

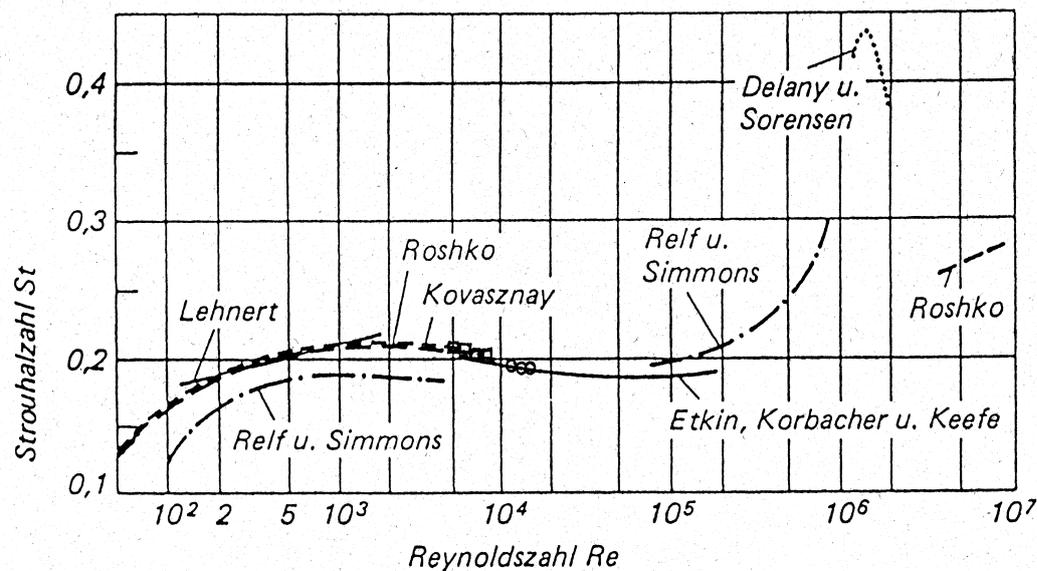


Bild 2.2: Variation der Strouhalzahl in Abhängigkeit der Reynoldszahl, vgl. Stüber, B., (1968).

Bei extrem kleinen Reynoldszahlen ist die Umströmung des Kreiszylinders reversibel, es wirken keine Kräfte, und es entsteht auch kein Schall. Für Reynoldszahlen größer 100 tritt eine periodische Wirbelablösung auf, die auch als Kármánsche Wirbelstraße bekannt ist und eine diskrete Frequenz erzeugt. Mittels der Strouhalzahl lässt sich die Frequenz quantifizieren:

$$St = \frac{f D}{c} \quad , \quad (2.2)$$

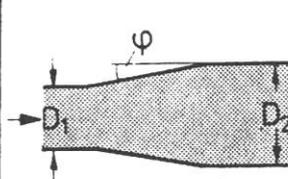
mit der Frequenz f der Druckschwankung, dem Durchmesser D des Zylinders und der Strömungsgeschwindigkeit c . Für einen breiten Reynoldszahlbereich beträgt die Strouhalzahl etwa 0.2, vgl. Bild 2.2. Für große Reynoldszahlen im Bereich von 10^6 lassen sich keine diskreten Frequenzen mehr feststellen, der Nachlauf des Zylinders ist turbulent und ein breitbandiges Rauschen ist akustisch wahrnehmbar.

Für die Umströmung von Körpern kann generell gesagt werden, dass Körperkonturen, die Ablösungen verursachen, Geräusche erzeugen. Maßgebend ist die Widerstandskraft

$$F_w = \zeta_w \frac{\rho}{2} c^2 A \quad (2.3)$$

mit dem Widerstandsbeiwert ζ_w , der Dichte ρ , der Strömungsgeschwindigkeit c und einer charakteristischen Fläche A des umströmten Körpers. Was für die Umströmung von Körpern gültig ist, gilt auch für die Durchströmung von Rohrleitungen: Große ζ_w erzeugen hohe Schalldruckpegel, zum Beispiel verursacht eine unstetige Querschnittserweiterung mit großem Öffnungsverhältnis mehr Lärm als eine mit kleinem Öffnungsverhältnis oder eine unstetige Querschnittserweiterung ist verlustbehafteter und lauter als eine stetige Querschnittserweiterung.

Bild 2.3: Druckverlustzahlen von Rohrleitungseinbauten (vgl. Schade/Kunz (1989)).

Teil	Skizze	verschiedene Parameter	Druckverlustzahl ξ	Bemerkungen
Erweiterungen		$D_2/D_1 = 1,2$	0,1	$4^\circ \leq \varphi \leq 10^\circ$
		1,4	0,2	
		1,6	0,5	
		1,8	1,5	
		2,0	2,5	
unstetig		$D_2/D_1 = 1,2$	0,2	$\xi = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2$
		1,4	0,9	
		1,6	2,5	
		1,8	5,0	
		2,0	9	
Ausströmung			1,0	

2.2 Ausströmvorgänge

Beispiele für Ausströmvorgänge, die unter strömungsakustischen Gesichtspunkten als reine Monopolquellen zu betrachten sind, sind relativ selten. Zumeist entstehen parallel zur Geräuscherzeugung bei Ausströmvorgängen auch Wirbelablösungen, die als Dipolquellen zu betrachten sind. Ein Beispiel einer Monopolquelle ist jedoch das zur Mikrofonkalibrierung verwendete Pistonphon. Zwei Kolben werden durch eine exzentrische Welle (Nockenscheibe oder Cam Disc) angetrieben, durch die ausströmende Luft wird in dem Resonanzvolumen des Kopplers zum Mikrofon (Coupler Cavity) eine feste Frequenz mit konstanter Amplitude erzeugt.

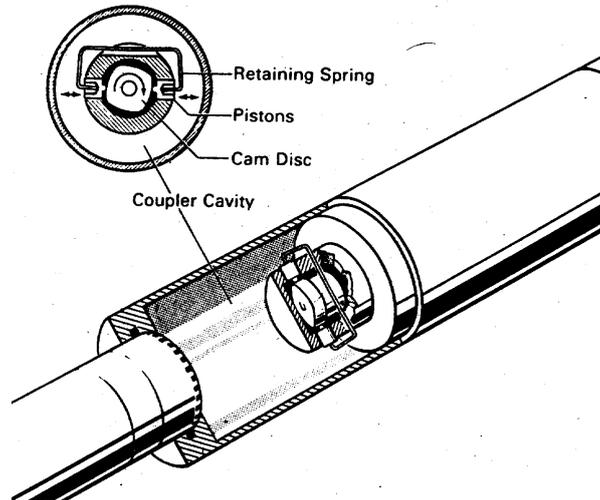


Bild 2.4: Pistonphon zur Mikrofonkalibrierung.

Übung: Berechnen Sie mittel der Isentropenbeziehung

$$p \cdot V^\kappa = \text{const.} \quad \text{oder} \quad p_0 = \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^\kappa \cdot p_1$$

und der Beziehung

$$V_1 = V_0 + 2A_k b$$

mit der Grundfläche des Kolbens A_k und dem Kolbenhub b , den effektiven Wechseldruck des Pistonphons aus.

2.3 Strömungsmaschinen

Zu unterscheiden ist bei Strömungsmaschinen zwischen diskreten Frequenzen und Rauschen. Das Rauschen entsteht durch Verwirbelungen, die sich aerodynamisch als Verluste auswirken und erzeugt werden von Ablösungen oder Sekundärströmungen.

Die diskreten Töne werden durch das rotierende Druckfeld der Schaufeln (Potentialfeld) erzeugt. Ein feststehender Beobachter sieht die Druckunterschiede zwischen Schaufelauß- und Druckseite als Wechseldrucke. Die so entstehende Frequenz nennt man Blattfolgefrequenz:

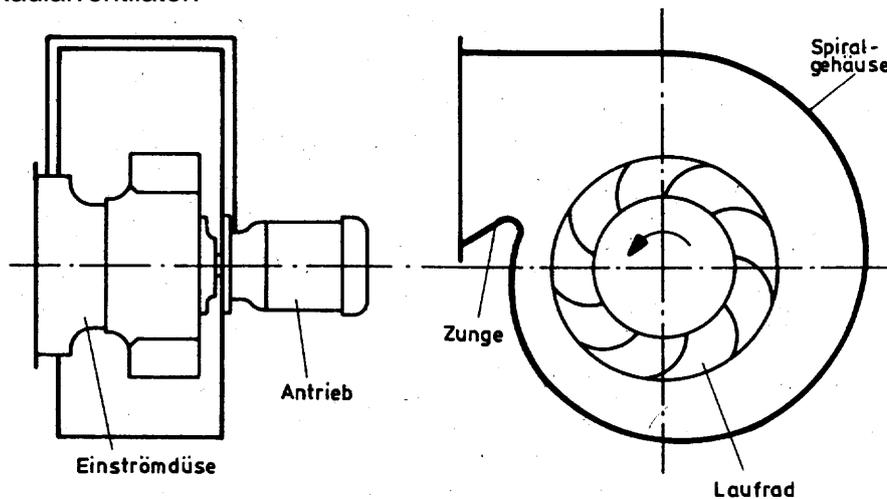
$$\text{BFF} = n \cdot Z \quad , \quad (2.4)$$

mit der Drehzahl n in 1/s und der Schaufelzahl Z des Rotors.

Verstärkt wird die Amplitude der Blattfolgefrequenz aufgrund der Wechselwirkung mit feststehenden Bauteilen.

Beim Radialventilator wird die Amplitude der Blattfolgefrequenz aufgrund der Wechselwirkung mit der Gehäusezunge verstärkt.

Bild 2.5: Radialventilator.



Bei Axialventilatoren verstärkt sich die Amplitude der Blattfolgefrequenz aufgrund von Wechselwirkungen zwischen Rotor und Stator oder Rotor und Stützstreben.

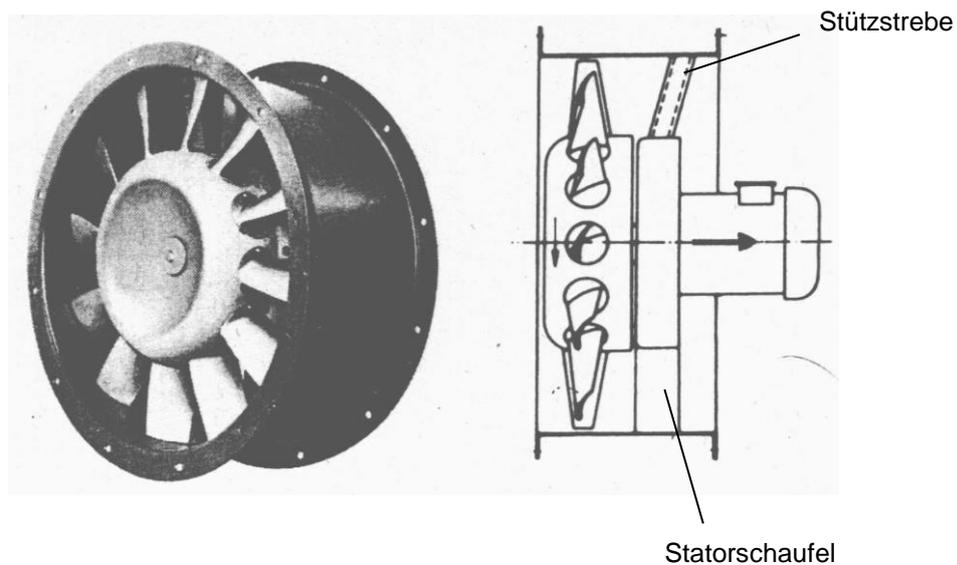


Bild 2.6: Axialventilator.

2.3.1 Harmonische der Rotorfrequenz

Gezeigt werden soll in einer Rechnung, unter welchen Bedingungen Harmonische der Rotorfrequenz (Drehzahl) zum Schalldruckspektrum einer Strömungsmaschine beitragen können.

An einem festen Ort erzeugen die Schaufeln einer Strömungsmaschine aufgrund der Druckänderung von der Saug- zur Druckseite jeder einzelnen Schaufel eine Impulsfolge. Bei einem Laufrad mit Z Schaufeln lassen sich Z Impulse unterschiedlicher Amplitude aber gleicher Zeitfolge auftragen:

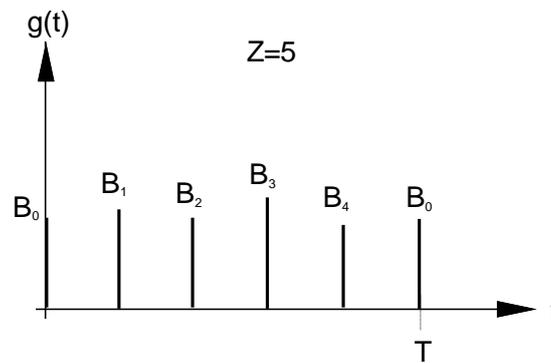


Bild 2.7: Impulsfolge von Schaufeln einer Strömungsmaschine an einem festen Ort.

Diese Zeitfunktion lässt sich mit Hilfe einer Distribution, der Deltafunktion (δ -Funktion), schreiben:

$$g(t) = \sum_{z=0}^{Z-1} B_z \delta\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{Z}\right) \quad , \quad (2.5)$$

wobei $\delta\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{Z}\right) = 0$ für $\frac{t}{T} \neq \frac{z}{Z}$ und

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{Z}\right) \frac{dt}{T} = 1$$

gilt vgl. Brigham (1989) S.270. Die δ -Funktion nimmt den Wert 1 für das Argument 0 an, für jedes andere Argument verschwindet der Wert der δ -Funktion.

Die Fourier-Reihe einer periodischen Funktion setzt sich aus der Summe unendlich vieler Cosinus-Funktionen mit entsprechenden Amplituden zusammen:

$$g(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} A_j e^{-i2\pi f j t} \quad , \quad (2.6)$$

wobei $f=1/T$ mit der Periodendauer T die Grundfrequenz der Funktion $g(t)$ ist. Die Fourierkoeffizienten A_j sind gegeben durch

$$A_j = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) e^{i\left(2\pi j \frac{t}{T}\right)} dt$$

und entsprechen bei der Transformation in den Frequenzbereich den einzelnen Amplituden. Mit der Funktion $g(t)$, Gleichung (A.1), folgt für die Fourier-Koeffizienten

$$A_j = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{z=0}^{Z-1} B_z \delta\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{Z}\right) e^{i\left(2\pi j \frac{t}{T}\right)} dt$$

und mit $\xi=t/T$ unter Berücksichtigung von $\frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{T} \Leftrightarrow dt = Td\xi$

$$A_j = \int_0^1 \sum_{z=0}^{Z-1} B_z \delta\left(\xi - \frac{z}{Z}\right) e^{i2\pi j \xi} d\xi \quad .$$

Dieses Integral hat nur Werte, sofern die δ -Funktion nicht verschwindet, dies ist für $\xi = \frac{z}{Z}$ oder $t = \frac{z}{Z} T$ der Fall:

$$A_j = \sum_{z=0}^{Z-1} B_z e^{i\left(2\pi j \frac{z}{Z}\right)} \quad . \quad (2.7)$$

Ist der Summationsindex j speziell ein Vielfaches der Schaufelzahl Z , so gilt:

$$j = nZ \quad \text{mit } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad . \quad (2.8)$$

Mit (2.8) folgt aus (2.7)

$$A_{j=nZ} = \sum_{z=0}^{Z-1} B_z \underbrace{\cos(2\pi n z)}_1 + i \underbrace{\sin(2\pi n z)}_0$$

$$\Leftrightarrow A_{j=nZ} = \sum_{z=0}^{Z-1} B_z \quad .$$

Für $j \neq nZ$ folgt im allgemeinen $A_j \neq 0$.

Ein Spezialfall ist, dass für die Impulse im Zeitbereich gilt

$$B_z = B \quad ,$$

d.h., von jeder Schaufel wird der gleiche Impuls erzeugt. Aus (2.7) wird dann

$$A_j = B \sum_{z=0}^{Z-1} e^{i\left(2\pi j \frac{z}{Z}\right)} \quad . \quad (2.9)$$

Nach dem Binomischen Satz folgt, vgl. Rottmann (1960) Seite 117:

$$A_j = B \left[\frac{\sin(j\pi)}{\sin\left(\frac{j}{Z}\pi\right)} e^{i\left(\frac{Z-1}{Z}j\pi\right)} \right] \quad . \quad (2.10)$$

Das Argument der e-Funktion in (2.10) entspricht immer einem ganzzahligen Vielfachen von π , so dass der Betrag des Realteils immer 1 ist und der Imaginärteil verschwindet. Entsprechend ergibt die im Zähler stehende Sinus-Funktion stets 0. Die Sinus-Funktion im Nenner ist dagegen für $j \neq nZ$ von 0 verschieden, so dass A_j dann verschwindet:

$$A_j = 0 \text{ für } j \neq nZ$$

Für $j = nZ$ wird auch die im Zähler stehende Sinus-Funktion zu 0, nach der Regel von Bernoulli - de l'Hospital gilt

$$\lim_{x \rightarrow j\pi} \frac{\sin(x)}{\sin\left(\frac{x}{Z}\right)} = \lim_{x \rightarrow j\pi} \frac{\cos(x)}{\frac{1}{Z} \cos\left(\frac{x}{Z}\right)} \quad .$$

Für A_j folgt entsprechend

$$A_j = B \lim_{x \rightarrow j\pi} \frac{Z \cos(x)}{\cos\left(\frac{x}{Z}\right)} e^{i\left(\frac{Z-1}{Z}x\right)} \quad . \quad (2.11)$$

Der Grenzwert des Imaginärteils in (2.11) verschwindet, da es sich beim Argument um ganzzahlige Vielfache von π handelt. Es folgt also

$$\begin{aligned}
 A_j &= B \lim_{x \rightarrow j\pi} \frac{Z \cos(x)}{\cos\left(\frac{x}{Z}\right)} \left(\cos(x) \cos\left(\frac{x}{Z}\right) + \underbrace{\sin(x) \sin\left(\frac{x}{Z}\right)}_0 \right), \\
 &= B \lim_{x \rightarrow j\pi} Z \cos^2(x), \\
 &= BZ \text{ für } j = nZ.
 \end{aligned}$$

Verursachen die Schaufeln gleiche Impulse, tritt also nur die Blattfolgefrequenz mit ihren Harmonischen auf, da A_j für $j \neq nZ$ verschwindet. Unterscheiden sich dagegen die Amplituden B_z der Impulse, ist auch die Rotorfrequenz mit ihren Harmonischen vorhanden.

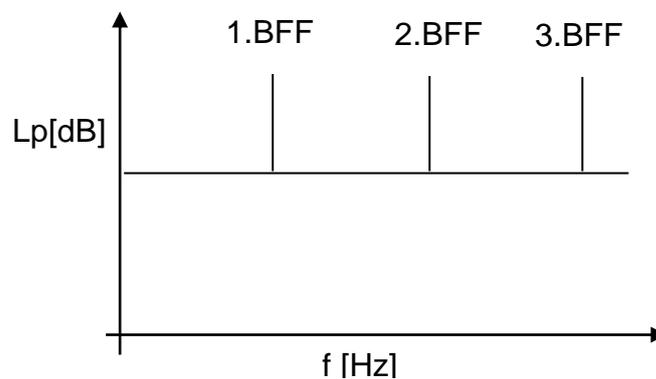


Bild 2.8: Schalldruckspektrum konstanter Impulsamplitude und Impulsfolge.

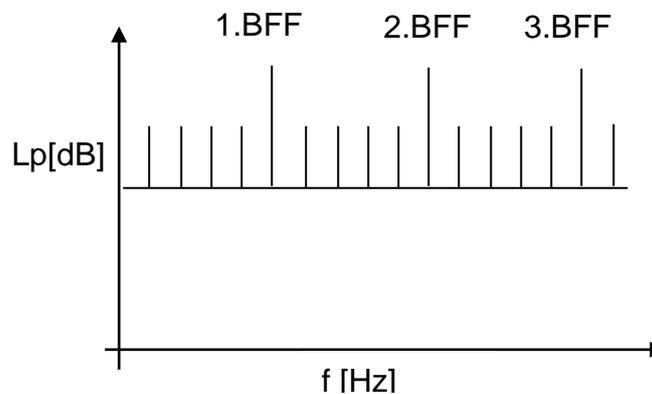


Bild 2.9: Schalldruckspektrum nicht konstanter Impulsamplitude oder nicht konstanter Impulsfolge.

2.4 Die menschliche Stimme, Polsterpfeifen, Luftstrom und Resonator in Flöten

Vereinfacht dargestellt entstehen eine Reihe von Geräuschen durch die Überströmung von scharfen Kanten, so dass Wirbel ablösen, die Druckschwankungen induzieren. Hohlräume dienen letztlich als Resonatoren, die die Wirkung der Druckschwankungen verstärken.

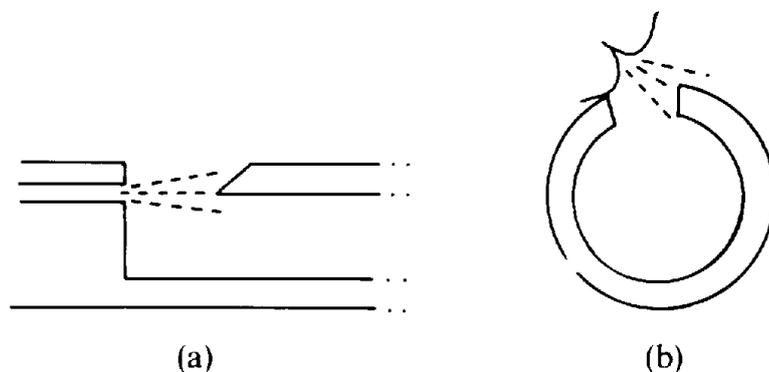


Bild 2.10: (a) mechanischer Luftstrom, (b) menschliche Lippen an einer Querflötenöffnung aus. Fletcher, Rossing (1991).

Beispiele sind schematisch in Bild 2.10 dargestellt: (a) mechanischer Luftstrom, der ein Pfeifen erzeugt und (b) menschliche Lippen an einer Querflötenöffnung.

Ein weiteres Beispiel ist die Erzeugung der menschlichen Stimme, die mit Hilfe zweier Stimmbänder im Kehlkopf erzeugt wird. Zwischen den Stimmbändern befindet sich die sogenannte Stimmritze, schematisch lässt sich die Geräuscherzeugung mit Polsterpfeifen vergleichen (Veit (1988)).

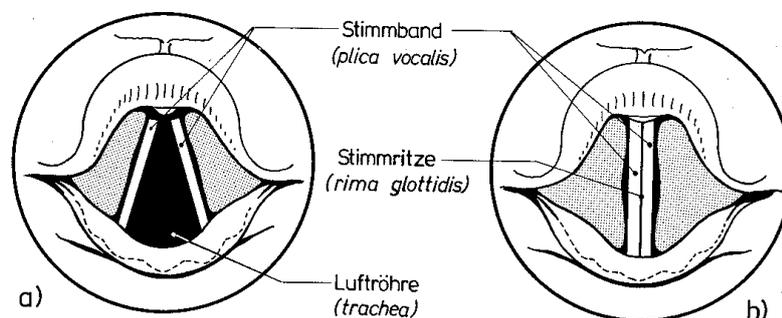


Bild 2.11: Blick in den Kehlkopf, Stellung der Stimmbänder (a) bei der Atmung, (b) bei der Stimmgebung (Veit (1988)).

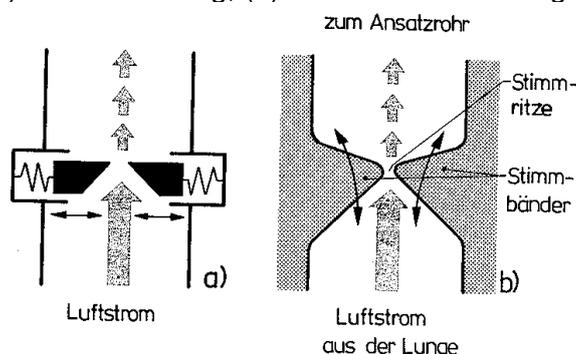


Bild 2.12: Schematischer Vergleich zwischen einer Polsterpfeife (a) und den schwingenden Stimmbändern (b) (Veit(1988)).

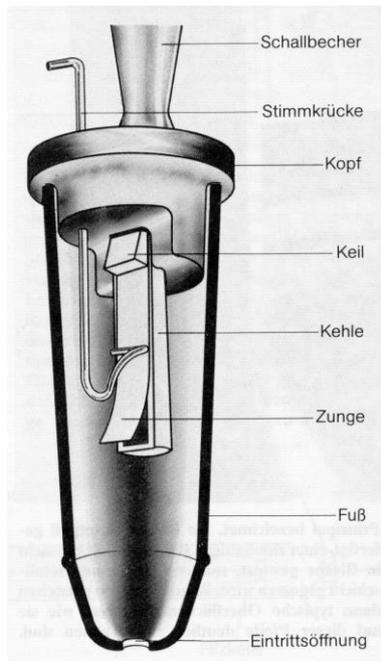
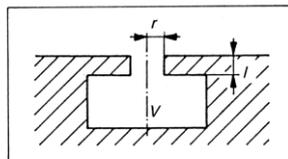
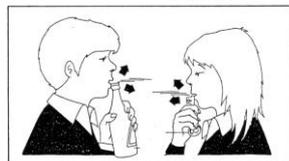


Bild 2.13: Schematischer Aufbau einer Zungenpfeife (Veit, (1988)).

Viele Musikinstrumente haben technisch hochverfeinerte strömungsakustische Geräuschquellen, wie das Beispiel der Zungenpfeife zeigen soll. Bei der akustischen Verstärkung der Signale ist technisch der sogenannte Helmholtz-Resonator von großem Interesse:

Helmholtz-Resonator



$$f = \frac{a}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi r^2}{V(l + \pi r/2)}}$$

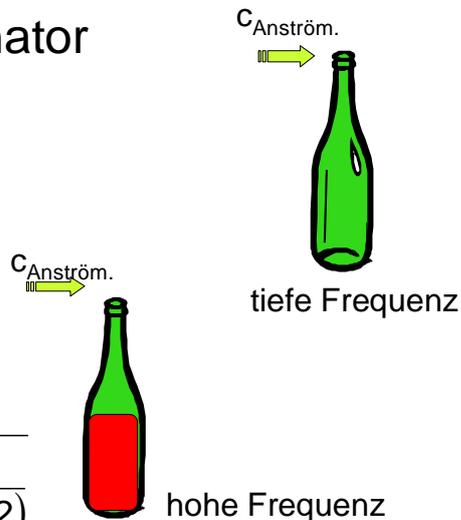


Bild 2.14: Helmholtz-Resonator, vgl. Lips(1997).

Die Eigenfrequenz des Helmholtz-Resonators berechnet sich mit der Schallgeschwindigkeit a , dem Radius r des Resonatorhalses, dem Volumen des Resonators und der Länge l des Resonatorhalses gemäß (vgl. Lips (1997)):

$$f = \frac{a}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi r^2}{V(l + \pi r/2)}} \quad (2.12)$$

3. Schallausbreitung

Der Zusammenhang zwischen den Schallfeldgrößen ist von der Dimension der Wellenausbreitung, von umgebenden Wänden und der Entfernung zur Quelle abhängig. Als sogenanntes akustisches Nahfeld bezeichnet man den Bereich, der nicht weiter als 2 Wellenlängen von der Quelle entfernt ist. Im akustischen Fernfeld sind Schalldruck und Schallschnelle in Phase. Hinsichtlich der Dimension unterscheidet man im Freifeld in "ebene Wellen", "Zylinderwellen" und "Kugelwellen" und in Kanälen oder Rohren in "ebene Wellen" und "höhere akustische Moden" als nicht ebene Wellen.

Die Schallausbreitung in umschlossenen Räumen unterscheidet sich von der im Freifeld dadurch, dass der Schall von den Wänden mehr oder weniger stark zurückgeworfen wird und sich mit dem unmittelbar von der Schallquelle kommenden Schall vermischt, wodurch die Lautstärke erhöht wird. Der Umwegschall, der sich als Nachhall bemerkbar macht, erhöht somit auch die Schallenergiedichte im betrachteten Raumpunkt.

Die Begriffe Nah- und Fernfeld werden durch die Schallquelle selbst geprägt, während die Begriffe Direkt- und Diffusfeld durch die Raumeigenschaften in der Umgebung der Quelle geprägt werden. Von Direktfeld oder Freifeld spricht man bei einer ungehinderten Ausbreitung ohne Reflexionen. Ein diffuses Schallfeld liegt in einem geschlossenen Raum mit reflektierenden Begrenzungswänden vor.

3.1 Ebene Wellen

Die ebene Welle kann auf den Quellentyp des schwingenden Kolbens zurückgeführt werden. Die Wellenfront - Orte gleicher Phasenlage - breitet sich nur in einer Dimension aus, man spricht von einer ebenen Welle.

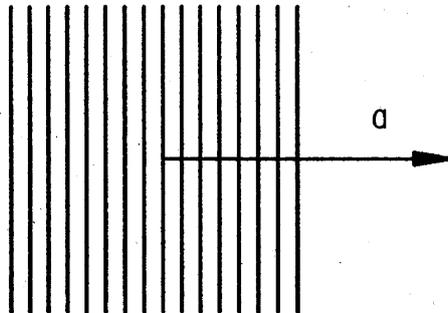


Bild 3.1: Schematische Darstellung einer ebenen Welle.

Die Amplituden von Schalldruck p und Schallschnelle c bleiben bei gleicher Phasenlage konstant. Im Falle der ebenen Welle ist, solange keine Reflexionen oder Dämpfungen vorhanden sind, der Schalldruckpegel unabhängig vom Standort des Beobachters .

3.2 Zylinderwellen

Der Quellentyp der Zylinderwelle ist ein Linienstrahler. Die Schallenergie durchströmt, wenn die Zylinderlänge L viel größer als der Zylinderdurchmesser $2r$ ist ($L \gg r$), einen Zylindermantel, dessen Fläche $S = 2 \pi r L$ beträgt. Die Schallintensität $I = \bar{p} \cdot \bar{c}$ fällt daher proportional $1 / r$ ab. Damit verändern sich die Feldgrößen p und c entsprechend proportional

$$p \sim \frac{1}{\sqrt{r}} \quad \text{und} \quad c \sim \frac{1}{\sqrt{r}} \quad (3.1)$$

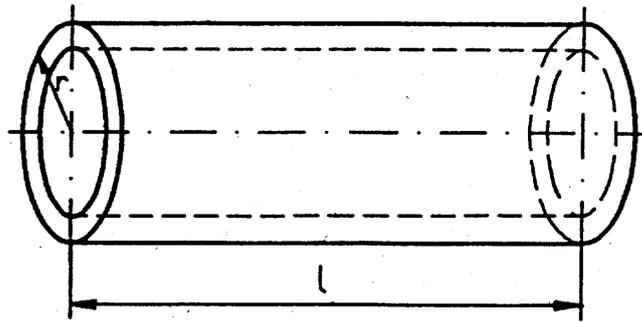


Bild 3.2: Zylinderabmessungen.

Diese Gesetzmäßigkeit gilt allerdings nur, wenn die Entfernung r von der zylinderförmigen Schallquelle klein gegenüber der Zylinderlänge l ist. Für $r \gg l$ wirkt die linienförmige Schallquelle dann wie ein Kugelstrahler. Beispiele für Zylinderwellen abstrahlende Linienquellen sind: Eisenbahnzug, dicht mit Fahrzeugen belegte Straße, auf Werkhallen hintereinander angeordnete Dachlüfter etc..

3.3 Kugelwellen

Der Quellentyp ist die atmende Kugel. Die Schallenergie breitet sich auf Kugelflächen aus, deren Oberfläche $S = 4\pi r^2$ beträgt. Die Schallintensität I fällt somit proportional $1/r^2$ ab. Damit verändern sich die Schallfeldgrößen p und c wie folgt:

$$p \sim \frac{1}{r} \quad \text{und} \quad c \sim \frac{1}{r} \quad (3.2)$$

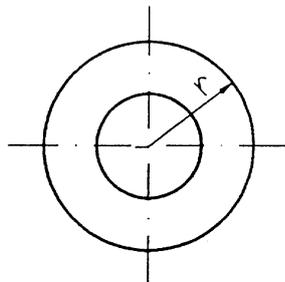


Bild 3.3: Kugelradius.

Die vom Kugelstrahler emittierte Schallenergie pro Zeiteinheit, wird auf die sich ständig mit der Entfernung wachsende Fläche bezogen. Die Schallintensität fällt also in dem Maße ab, wie die Fläche zunimmt ($S \sim r^2$). Dagegen bleibt die von einer Hüllfläche um die Schallquelle abgestrahlte Schalleistung konstant, sie ist also vom Abstand r unabhängig.

$$W = I \cdot S \sim \frac{1}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi = \text{konst.} \quad (3.3)$$

Folgender Zusammenhang existiert zwischen Schalleistungspegel und Schalldruckpegel bei kugelförmiger Schallausbreitung (Entfernungsgesetz). Angenommen wird ein punktförmiger Kugelstrahler, der nach allen Richtungen mit konstanter Leistung gleichförmig strahlt:

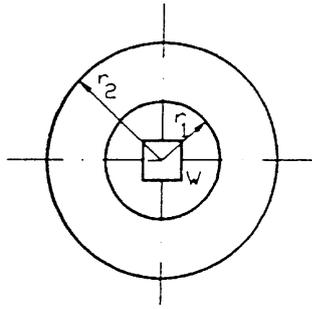


Bild 3.4: Gleichmäßig im Raum strahlende Schallquelle (Vollkugel).

Der Schalleistungspegel beträgt somit

$$L_W = 10 \lg \frac{W}{W_0} = 10 \lg \frac{IS}{I_0 S_0} = 10 \lg \frac{I}{I_0} + 10 \lg \frac{S}{S_0} = L_p + 10 \lg \frac{S}{S_0} \quad (3.4)$$

Mit der Kugeloberfläche $S = 4 \pi r^2$ und $S_0 = 1 \text{ m}^2$ als Bezugsfläche ergibt sich bei Auflösung dieser Beziehung nach dem Schalldruckpegel

$$L_p = L_W - 10 \lg(4\pi r^2) = L_W - 20 \lg r - 11 \text{ dB} \quad (3.5) \text{ (Achtung! Es folgen dimensionell falsche Gleichungen, gültig nur mit r in m).$$

Bei Abstandsverdoppelung nimmt also unter den gemachten Voraussetzungen der Schalldruckpegel L_p einer mit konstanter Leistung strahlenden Quelle um $20 \lg 2 = 6 \text{ dB}$ ab (6 dB-Gesetz).

Das gleiche gilt für die nachfolgenden Beispiele. Für die Halbkugel gilt

$$L_p = L_W - 20 \lg r - 8 \text{ dB} \quad (3.6)$$

wegen $S = 2 \pi r^2$.

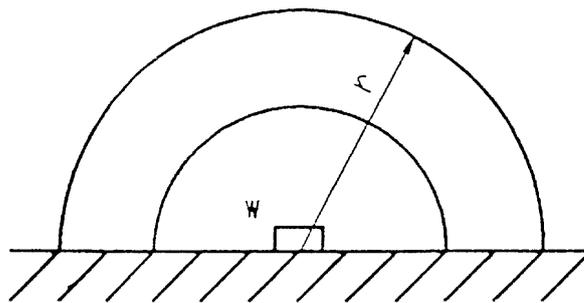


Bild 3.5: Schallquelle auf reflektierendem schallharten Boden (Halbkugel)

Für die Viertelkugel gilt

$$L_p = L_W - 20 \lg r - 5 \text{ dB} \quad (3.7)$$

wegen $S = \pi r^2$.

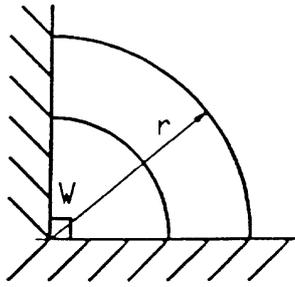


Bild 3.6: Schallquelle mit reflektierender schallharter Raumkante (Viertelkugel)

Für die Achtelkugel gilt

$$L_p = L_W - 20 \lg r - 2 \text{ dB} \quad (3.8)$$

wegen $S = \pi r^2/2$.

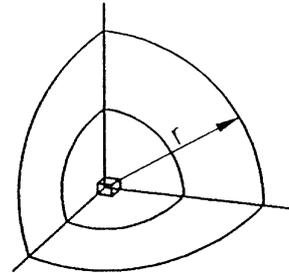


Bild 3.7: Schallquelle in reflektierender schallharter Raumecke (Achtelkugel)

Das 6 dB Entfernungsgesetz gilt auch in diesen Fällen, solange von der Ausbreitungsrichtung her keine Reflektion (Schallrückwurf) erfolgt.

Richtungsfaktor Q

Der Richtungsfaktor Q gibt das Verhältnis der tatsächlichen Schallintensität einer gerichteten Schallquelle in einem bestimmten Raumpunkt zur Schallintensität der gleichförmig auf einer Vollkugelfläche strahlenden Schallquelle gleicher Leistung im gleichen Raumpunkt an. Für die behandelten vier Sonderfälle ergibt sich daraus:

Vollkugel: $L_p = L_W + 10 \lg \frac{1}{4\pi r^2} \quad (Q=1)$

Halbkugel: $L_p = L_W + 10 \lg \frac{1}{2\pi r^2} \quad (Q=2)$

Viertelkugel: $L_p = L_W + 10 \lg \frac{1}{\pi r^2} \quad (Q=4)$

Achtelkugel: $L_p = L_W + 10 \lg \frac{2}{\pi r^2} \quad (Q=8)$

Allgemein gilt: $L_p = L_W + 10 \lg \frac{Q}{4\pi r^2} \quad (3.9)$

Der Richtungsfaktor Q ist durch Ausmessen der Schallquelle im Freifeld bzw. in einem reflexionsarmen Raum experimentell bestimmbar. Q kann beliebige Werte zwischen 1 und 8 annehmen und in bestimmten Fällen auch größer als 8 oder kleiner als 1 sein.

3.4 Die Schallausbreitung im zylindrischen Rohr mit überlagerter Strömung

Bei der Schallausbreitung in einem Rohr ist der Schalldruck ab einer bestimmten Grenzfrequenz über den Rohrquerschnitt nicht mehr konstant. Der Schalldruck breitet sich dann als nicht ebene Welle im Rohr aus. Die Schwingungsformen werden als höhere Moden oder Rohrmoden bezeichnet. In Rohrachsrichtung breiten sich die Schallwellen dann wendelförmig aus.

Um eine Vorstellung der akustischen Moden im Rohr zu geben, sind ihre Eigenformen im folgenden Bild schematisch dargestellt.

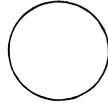
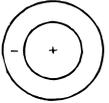
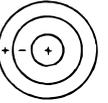
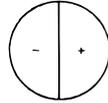
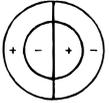
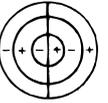
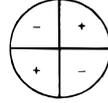
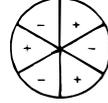
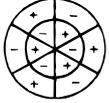
m	n = 0	n = 1	n = 2
0	$j'_{(m,n)} = 0$  1.84118	$j'_{(m,n)} = 3.8317$  5.3314	$j'_{(m,n)} = 7.0156$  8.5363
1	 3.0540	 6.70613	 9.96947
2	 4.20119	 8.01524	 11.3459
3	 	 	

Bild 3.8: Eigenschwingungsformen der ersten höheren Moden im zylindrischen Rohr.

Die akustischen Schalldruckmoden in azimuthaler Richtung (Umfangsrichtung) haben den Zählindex m , die Moden in radialer Richtung haben den Zählindex n . Berechnen lassen sich die Grenzfrequenzen (Cut-On-Frequenzen) der Moden mit Hilfe der sogenannten Besselskoeffizienten (sie sind als Werte im obigen Bild angegeben), die sich aus der Lösung der Besselschen Differentialgleichung ergeben:

$$f_{(m,n)} = \frac{j'_{(m,n)}}{2\pi R} a \sqrt{1 - Ma^2} \quad (3.10)$$

mit der Schallgeschwindigkeit a und der Machzahl Ma .

Insbesondere bei axialen Strömungsmaschinen ist die azimuthale Verteilung des akustischen Druckfeldes aufgrund der Wechselwirkung der rotierenden Laufradschaufeln mit feststehenden Bauteilen wie Stator oder Stützstreben von besonderer Bedeutung. Beispielhaft soll dies im Anschluss an die physikalische Diskussion der Ausbreitung nicht ebener Wellen gezeigt werden.

Unterhalb der Cut-On-Frequenz breiten sich höhere akustische Moden als exponentiell gedämpfte Wellen nur entgegen der Strömung aus, sie sind also praktisch nicht ausbreitungsfähig. Zwischen der Cut-On- und der Blockierungsfrequenz findet dagegen abhängig von der Machzahl nur eine Ausbreitung stromauf statt. Bei der

Blockierungsfrequenz selber ist die Phasengeschwindigkeit in axialer Richtung unendlich groß, ein Energietransport ist nur durch die Strömung möglich. Erst oberhalb der Blockierungsfrequenz breiten sich höhere akustische Moden ungedämpft stromauf und stromab im Rohr aus. Die Phasenwinkelgeschwindigkeit der m-ten Mode entspricht dann für $m \neq 0$ dem Quotienten aus der Kreisfrequenz und der Modenzahl m , vgl. besagte Gleichung. Dies ist auch anschaulich plausibel: die Drehbewegung der Azimutalmode beinhaltet die Frequenzinformation des akustischen Wechselsignals, mit der sich der Schalldruck der nicht ebenen Welle zeitlich ändert. Bei einer reinen Azimutalmode handelt es sich um eine Welle, die sich ausschließlich in Umfangsrichtung (Azimutalmode bei der Blockierungsfrequenz) oder wendelförmig im Rohr ausbreitet, so dass bei gleicher Frequenz die φ -Komponente der Phasengeschwindigkeit der zweiten Azimutalmode ($m=2$) nur halb so groß ist wie die der ersten ($m=1$) (vgl. Stahl (1986) oder Kameier(1994)).

3.4.1 Beispiel der Rotor-Stator Wechselwirkung in axialen Strömungsmaschinen

Das sich drehende Druckfeld eines Rotor, das an feststehenden Bauteilen wie dem Stator vorbeistreicht, erzeugt mindestens einen diskreten Ton bei der sogenannten Blattfolgefrequenz. Die Intensität der Druckschwankungen ist abhängig vom Abstand der Schaufelreihen, vgl. Bild 3.9. Unter akustischen Gesichtspunkten ist es günstig, die Schaufelreihen so weit wie möglich von einander zu entfernen, was jedoch aufgrund der sich verbreiternden Wirkung der Nachläufe zu aerodynamischen Verlusten führt. Ein empirisch zu ermittelnder Kompromiss muss als Lösung des Problem herhalten.

Der Wellentyp, der durch die Rotor-Stator Wechselwirkung, bei der Blattfolgefrequenz erzeugt wird hat eine höhere Umfangsordnung. Es handelt sich in jedem Fall um eine sogenannte nicht ebene Welle. Die dominierenden Ordnungen der nicht ebenen Welle hängen von der Anzahl der Rotor- und Statorschaufeln ab. In den folgenden Bildern werden Interaktionen verschiedenanzahliger Rotor-Stator Wechselwirkungen gezeigt. Die Ordnung m der azimutalen Druckwelle lässt sich gemäß Tyler und Sofrin (1962) berechnen:

$$m = nB \pm kV \quad (3.11)$$

n ist die n -te Harmonische der Blattfolgefrequenz,
 B ist die Anzahl der Rotorschaufeln,
 k ist ein ganzzahliger Zählindex und
 V ist die Anzahl der Statorschaufeln.

Ziel muss bei der Konstruktion einer Strömungsmaschine unter akustischen Gesichtspunkten sein, möglichst nur hohe Ordnungen m zu erzeugen. Eine Frequenz mit hoher Umfangsordnung kann sich aufgrund der Grenzfrequenz im Rohr, oberhalb derer sich der Schall überhaupt erst als nicht ebene Welle ausbreiten kann, nicht ausbreiten. Die erzeugte Mode der Blattfolgefrequenz ist dann nicht ausbreitungsfähig und trägt auch nicht zur Schallabstrahlung bei.



Bild 3.9: Rotor- Stator Wechselwirkung.

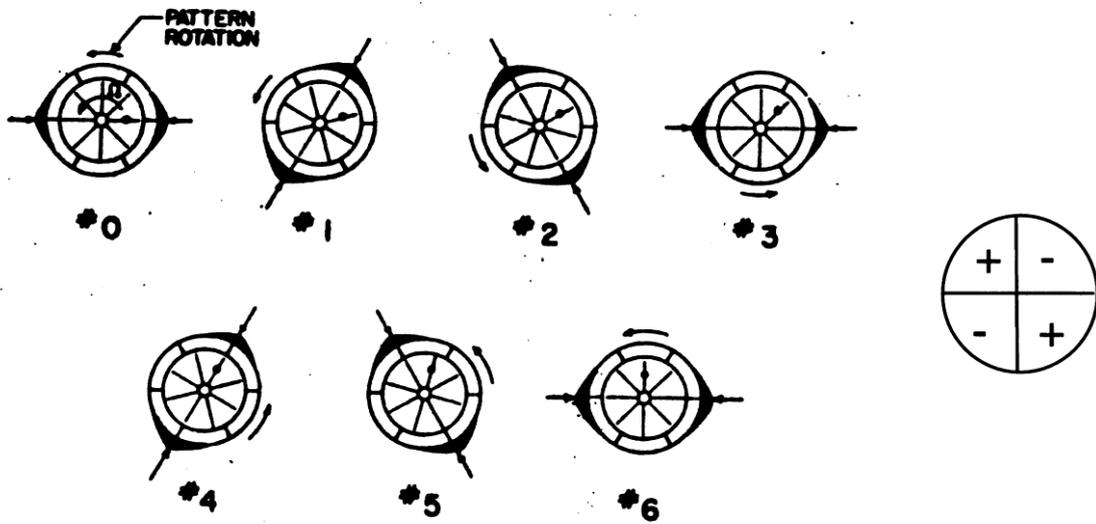
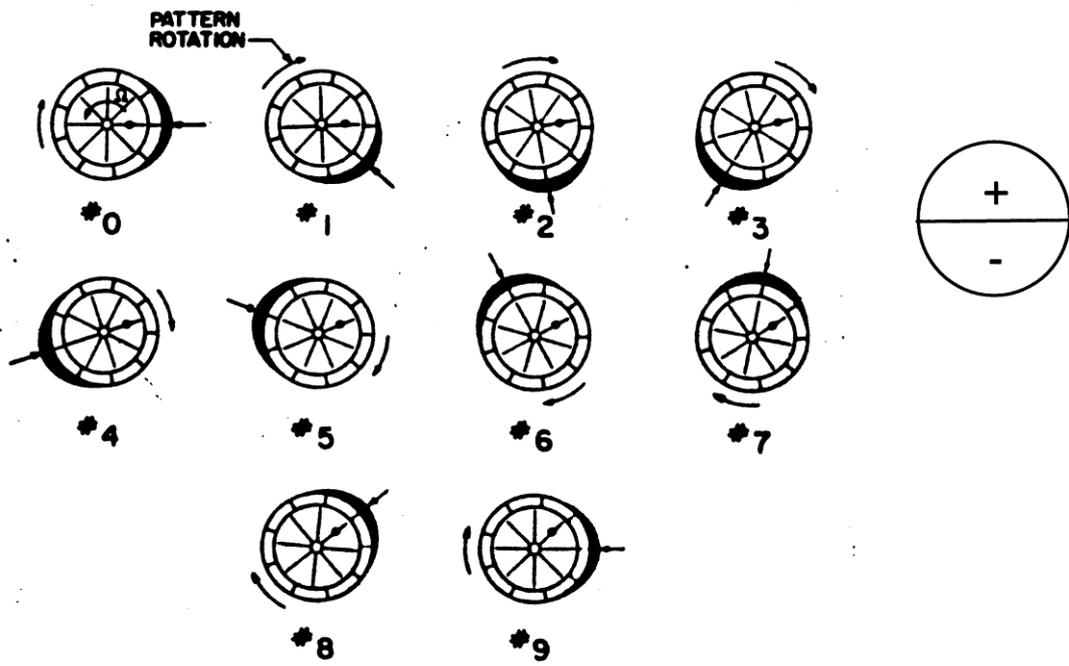
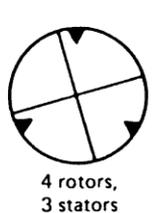
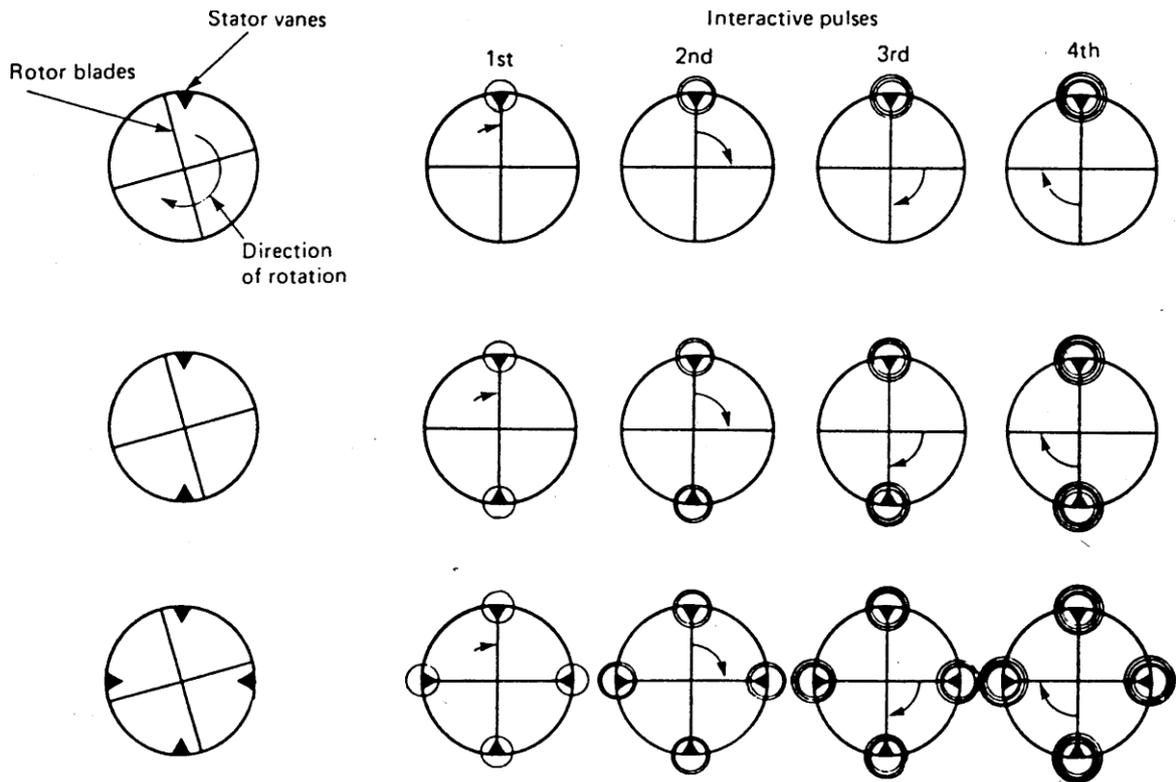
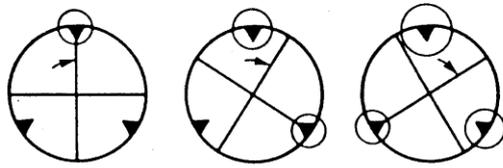


Bild 3.10: Moden der Blattfolgefrequenz einer axialen Strömungsmaschine (Tyler und Sofrin (1962)).



(a)



$\frac{1}{4}$ revolution, three successive interactions
12 interactions per complete revolution,
mode rotating in same direction as
blades at four times blade speed



(b)



20 interactions per revolution, mode
rotating counter to blades at four
times blade speed

Bild 3.11: Wechselwirkung verschiedener Zahlen von Rotor- und Statorschaufeln, die Druckfelder rotieren in unterschiedliche Richtungen, vgl. Smith (1989).

3.4.2 Die Schallabstrahlung einer rotierenden Schallquelle im Rohr - ein Experiment

Eine Scheibe rotiere in einem Rohr, vgl. Bild 3.12. Auf der Scheibe ist ein Lautsprecher angeordnet. Diese rotierende Schallquelle soll aerodynamische Quellmechanismen ersetzen, die in Strömungsmaschinen gegebenenfalls vorhanden sind.

Auf der Scheibe ist ein Mikrofon installiert (KULITE-Sensor), ebenso existiert ein nichtrotierendes Mikrofon im Gehäuse, genau über der rotierenden Scheibe. Ein weiterer Messpunkt liegt im Rohr, etwa 2 m entfernt von der Quelle um den letztlich abgestrahlten Schall zu erfassen.

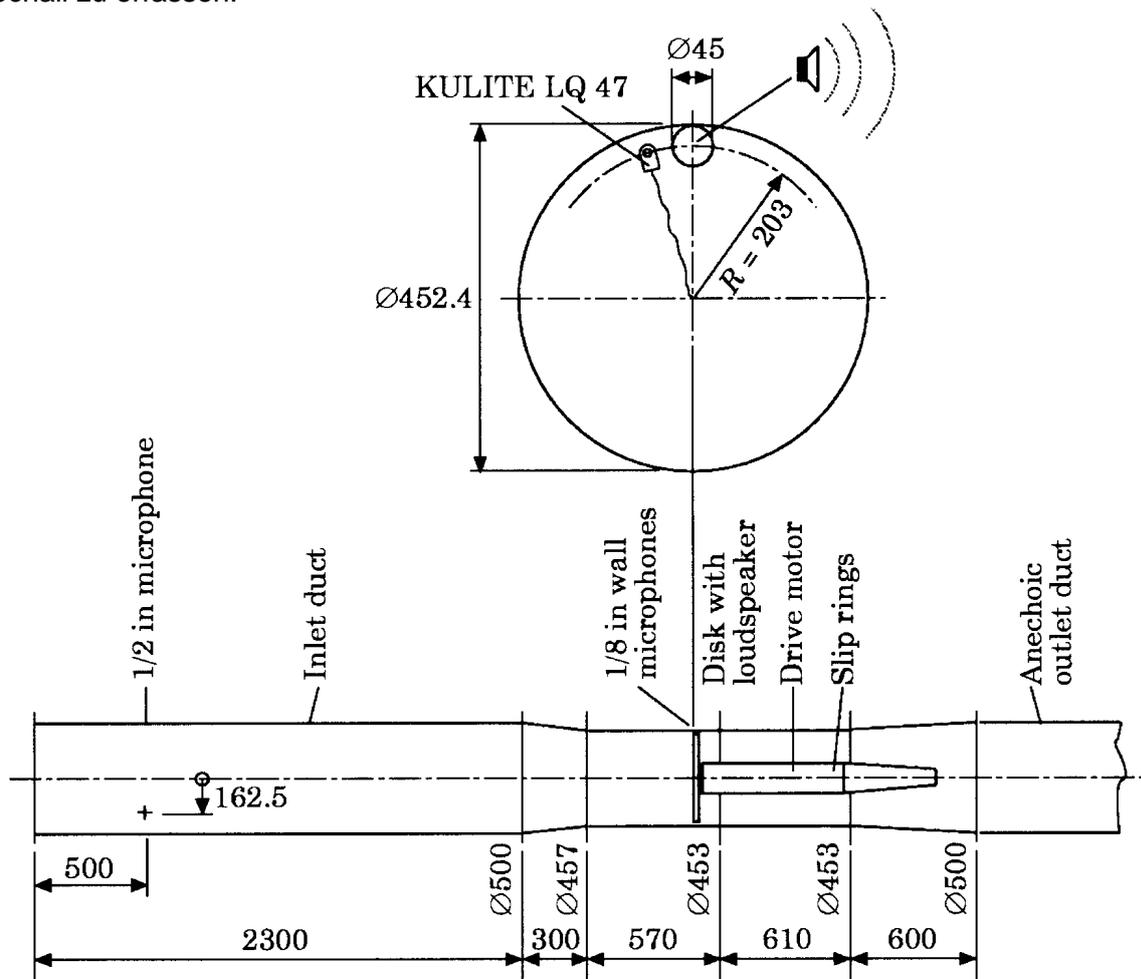


Bild 3.12: Schematischer Versuchsaufbau der rotierenden Scheibe mit zwei Lautsprechern und einem Miniaturdruckaufnehmer (Kameier, Neise (1997)).

Zunächst wird ein Schallfeld von einem nicht rotierenden Lautsprecher vor der Rohrmündung untersucht, vgl. Kameier, Neise (1997). Bild 3.13a-b zeigt Schalldruckspektren für das Nahfeldmikrofon und den KULITE-Sensor bei rotierender Scheibe und ruhenden Lautsprecher vor der Rohrmündung. Im Spektrum des KULITE-Sensors treten neben dem Nutzsignal bei 1000 Hz, das Eigenrauschen (ca. 75 dB), die Netzfrequenz und einige ihrer Harmonischen auf. Ein Störabstand von mindestens 10 dB zum Nutzsignal ist auch bei den folgenden Experimenten, bei vom Pegel her niedrigeren Nutzsignalen, eingehalten. Differenzfrequenzen der Rotorfrequenz zum 1000 Hz Sinus-Ton sind nicht vorhanden.

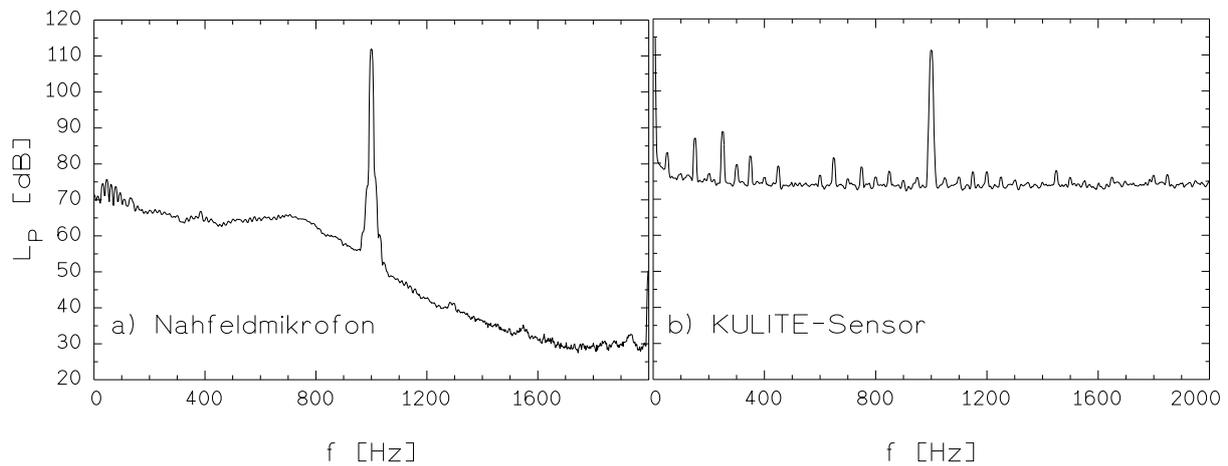


Bild 3-13: Schalldruckspektren bei rotierender Scheibe ($n=4$ Hz) und ruhendem Lautsprecher, $\Delta f_B=2.5$ Hz.

In Bild 3.14a-c ist das Schallfeld eines 390 Hz Sinus-Tones von einem rotierenden Lautsprecher erzeugt worden. Mit der schmalbandigen Auflösung von $\Delta f_B=0.125$ Hz ist analysiert worden, um zu zeigen, dass keine Summen- und Differenzfrequenzen mit einem Abstand von 4 Hz im rotierenden System (KULITE-Sensor) und im Fernfeld auftreten. Im Nahfeld des Lautsprechers sind sämtliche Moden vorhanden, da sie vom Lautsprecher angeregt werden, so dass das ruhende Nahfeldmikrofon eine ganze Reihe von Summen- und Differenztöne wahrnimmt. Erhöht man die Frequenz des Nutzsymbols auf $f^R=500$ Hz, so dass sie oberhalb der ersten Cut-on-Frequenz $m=1$ im Rohr liegt, treten Summen- und Differenzfrequenzen im Fernfeldspektrum auf, Bild 3.15. Das Ergebnis für das 500 Hz Nutzsymbols gilt für den gesamten Frequenzbereich von der 1.Cut-On-Frequenz bei ca. 399 Hz bis zum Auftreten der 2.Azimutalmode im Rohr bei etwa 661 Hz. Die Frequenz von 500 Hz ist hier lediglich gewählt worden, da die Abstrahlcharakteristik des benutzten Lautsprechers zwischen 400 Hz und 500 Hz schlecht war und die Ergebnisse mit der Frequenz von 500 Hz prägnanter sind.

Erhöht man die Frequenz weiter, vgl. Bild 3.16, ändern sich die Ergebnisse von ihrer Charakteristik im Nahfeld und auf der rotierenden Scheibe nicht. Im Fernfeld dagegen sind zwei weitere Azimutalmode ($m=2$ und $m=3$) ausbreitungsfähig, entsprechend sind nun drei Differenz- und drei Summentöne vorhanden.

Neben der Signalkomponente sind auf der rotierenden Scheibe Ansätze der Summen- und Differenzfrequenzen in Bild 3.16a-c zu erkennen, dies lässt sich damit erklären, dass der Sensor nicht nur dem direkten Lautsprechersignal sondern auch Reflexionen vom Kanalende und von Querschnittsveränderungen des Kanals ausgesetzt war.

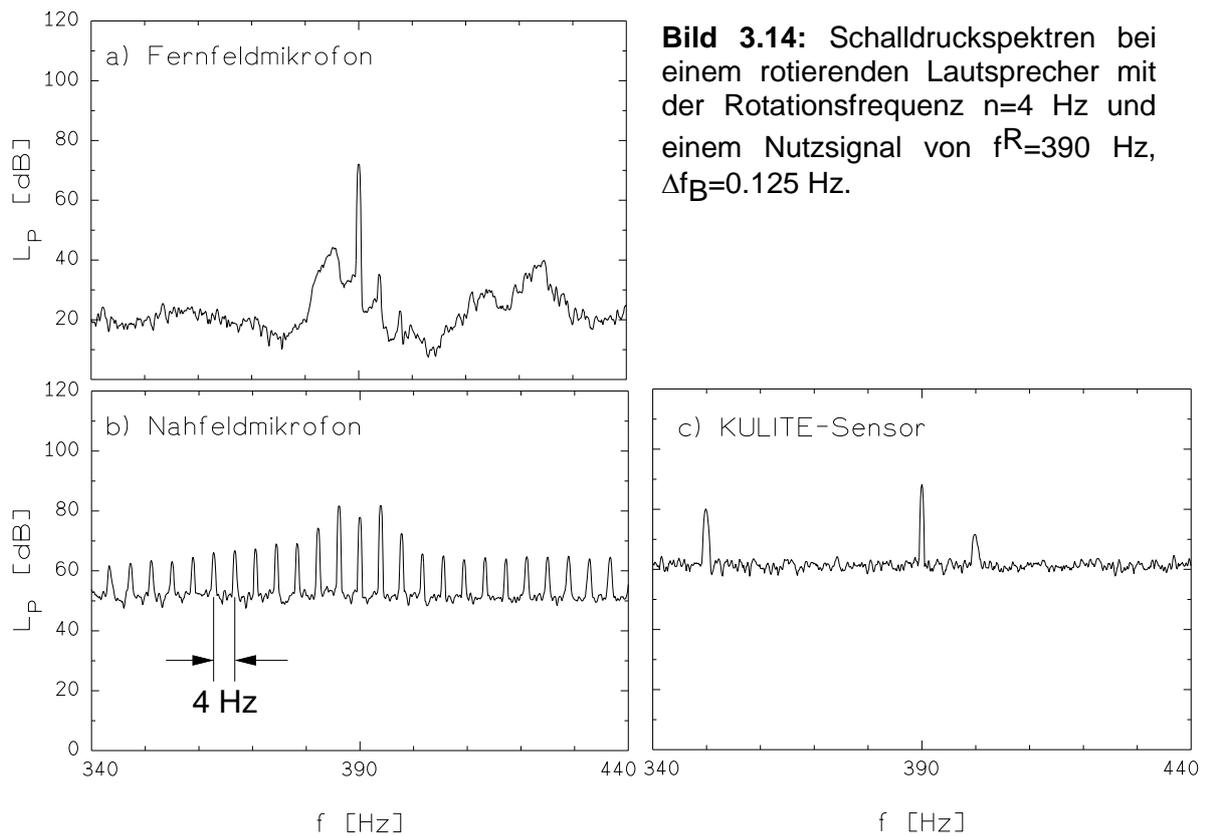


Bild 3.14: Schalldruckspektren bei einem rotierenden Lautsprecher mit der Rotationsfrequenz $n=4$ Hz und einem Nutzsignal von $f^R=390$ Hz, $\Delta f_B=0.125$ Hz.

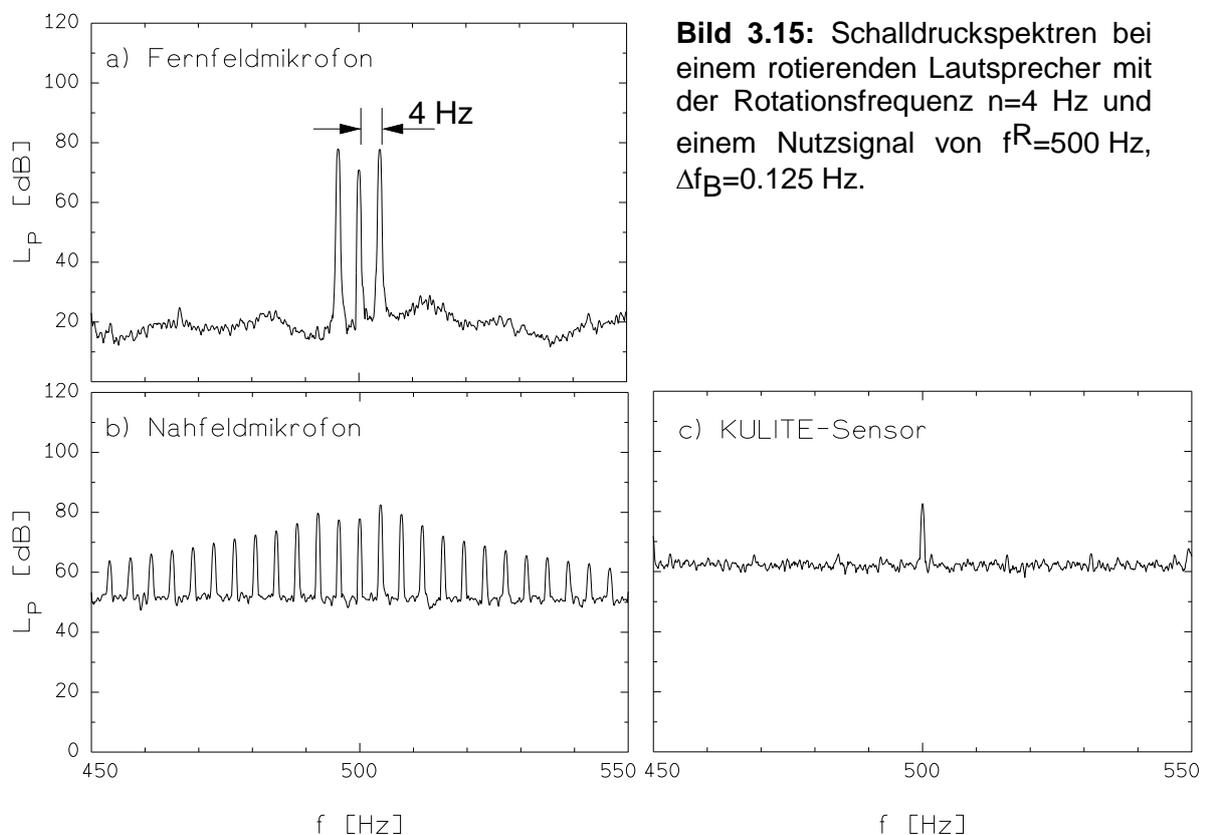


Bild 3.15: Schalldruckspektren bei einem rotierenden Lautsprecher mit der Rotationsfrequenz $n=4$ Hz und einem Nutzsignal von $f^R=500$ Hz, $\Delta f_B=0.125$ Hz.

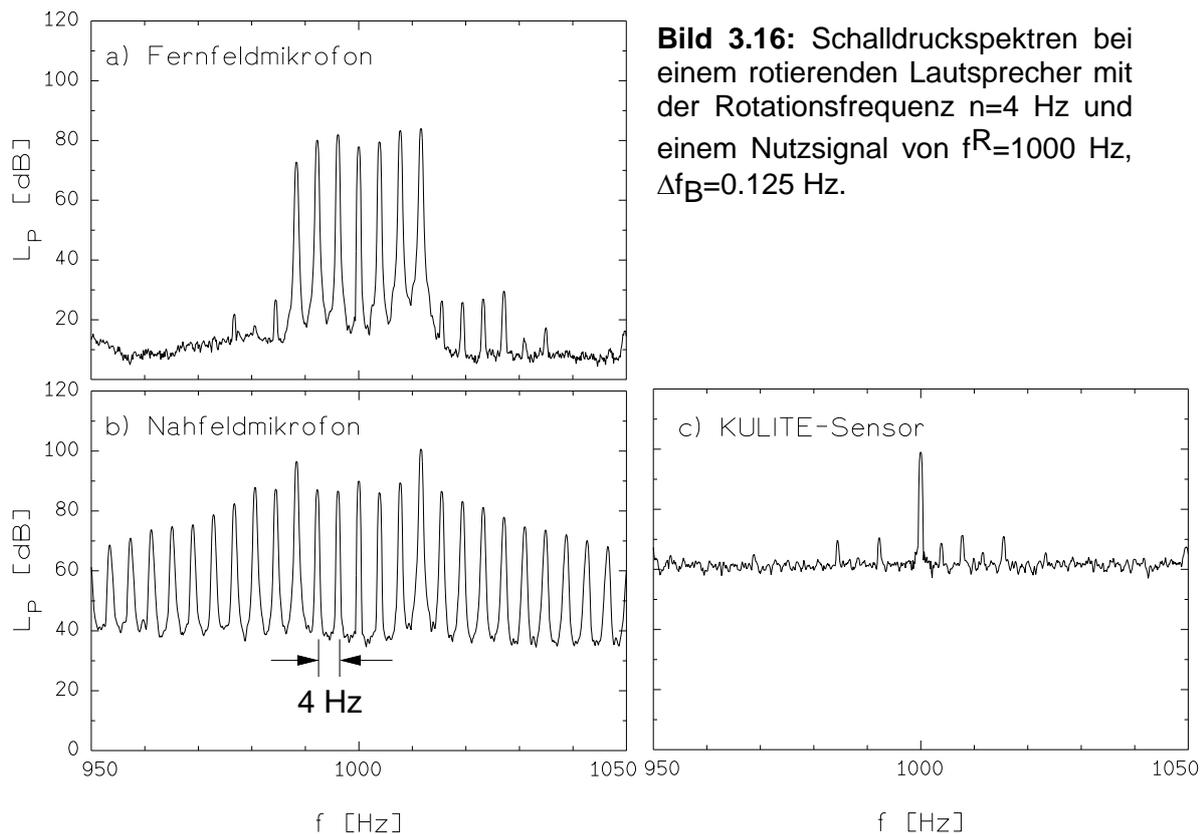


Bild 3.16: Schalldruckspektren bei einem rotierenden Lautsprecher mit der Rotationsfrequenz $n=4$ Hz und einem Nutzsignal von $f^R=1000$ Hz, $\Delta f_B=0.125$ Hz.

Theoretisch lässt sich das beobachtete folgendermaßen erklären: Ein in Umfangsrichtung periodisches Druckfeld lässt sich in eine Fourierreihe zerlegen:

$$p(\varphi^R, t) = \text{Re} \left\{ \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} A_{\alpha} e^{i(\alpha \varphi^R - \omega^R t)} \right\} \quad (3.12)$$

Der Index R ist gewählt worden, da zunächst die Beschreibung des Experiments vom rotierenden System aus vorgenommen wird. Beschreiben lässt sich das Druckfeld aber auch aus einem ruhenden Koordinatensystem. Zwischen den Koordinaten gilt dann gemäß Bild A5 folgende Beziehung:

$$\varphi^R = \varphi^F - \Omega t \quad (3.13)$$

Ω ist die Winkelgeschwindigkeit mit der sich das Relativsystem in positive φ -Richtung bewegt. Setzt man die Koordinatentransformation nun ein, erhält man

$$p(\varphi^F, t) = \text{Re} \left\{ \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} A_{\alpha} e^{i(\alpha \varphi^F - (\omega^R + \alpha \Omega) t)} \right\}$$

Die Frequenz im raumfesten System ist also

$$\omega^F = \omega^R + \alpha \Omega \quad (3.14)$$

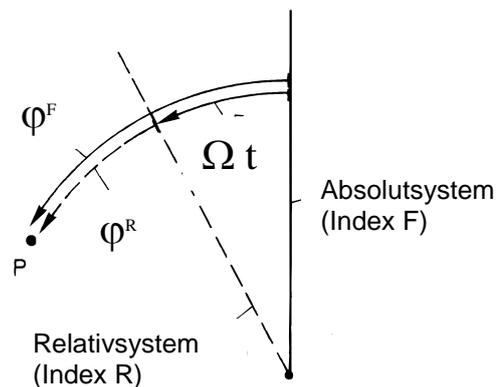


Bild 3.17: Bezeichnung der Koordinatenachsen.

In diesem Zusammenhang wird auch von einer Doppler-Verschiebung gesprochen, was aber dem Ergebnis von zusätzlich auftretenden Frequenzen nicht gerecht wird.

Die Betrachtungen lassen sich auf Strömungsmaschinen übertragen, bei denen rotierende Quellmechanismen zur Schallabstrahlung im Rohr beitragen. Beispielhaft wird dies an einem

Axialventilator gezeigt, der aufgrund eines genügend großen Spaltes zwischen den rotierenden Schaufelspitzen und dem feststehenden Gehäuse einen rotierenden aerodynamischen Quellmechanismus besitzt. Dieser Quellmechanismus wird als rotierende Instabilität bezeichnet.

In Bild 3.18 werden Wand- und Schalldruckschwankungen bei verschiedenen Drehzahlen (Reynoldszahlen) einer axialen Strömungsmaschine mit genügend großem Kopfspalt ($\varnothing 450$ mm, $s=2,4$ mm) gezeigt. Verglichen werden die Nah- (Bild 3.18a und b) mit den Fernfeldspektren (Bild 3.18c und d) bei einem charakteristischen Betriebspunkt und den Drehzahlen 1400 U/min oder 3000 U/min. Bei $n=1400$ U/min wird von der rotierenden Quelle eine Frequenz von 259 Hz ins Absolutsystem abgestrahlt, die sich im Fernfeld als ebene Welle unterhalb der Cut-On-Frequenz im Rohr ausbreitet. Die Amplituden der Summen- und Differenzfrequenzen sind im Fernfeld um 15 und um 12 dB abgeklungen, sie sind also kaum noch zu erkennen, was der Theorie einer rotierenden Schallquelle nach auch plausibel ist. Bei $n=3000$ U/min wird von der rotierenden Quelle dagegen eine Frequenz von 605 Hz abgestrahlt, die sich im Rohr (Fernfeld) nicht mehr als ebene Welle ausbreitet. Da diese Frequenz oberhalb der Cut-On-Frequenz im Rohr (399 Hz) aber noch unterhalb der $m=2$ Mode von 661 Hz liegt, sind in Bild A-5c die Summen- und Differenzfrequenzen der $m=-1$ und der $m=1$ Moden auch deutlich zu erkennen.

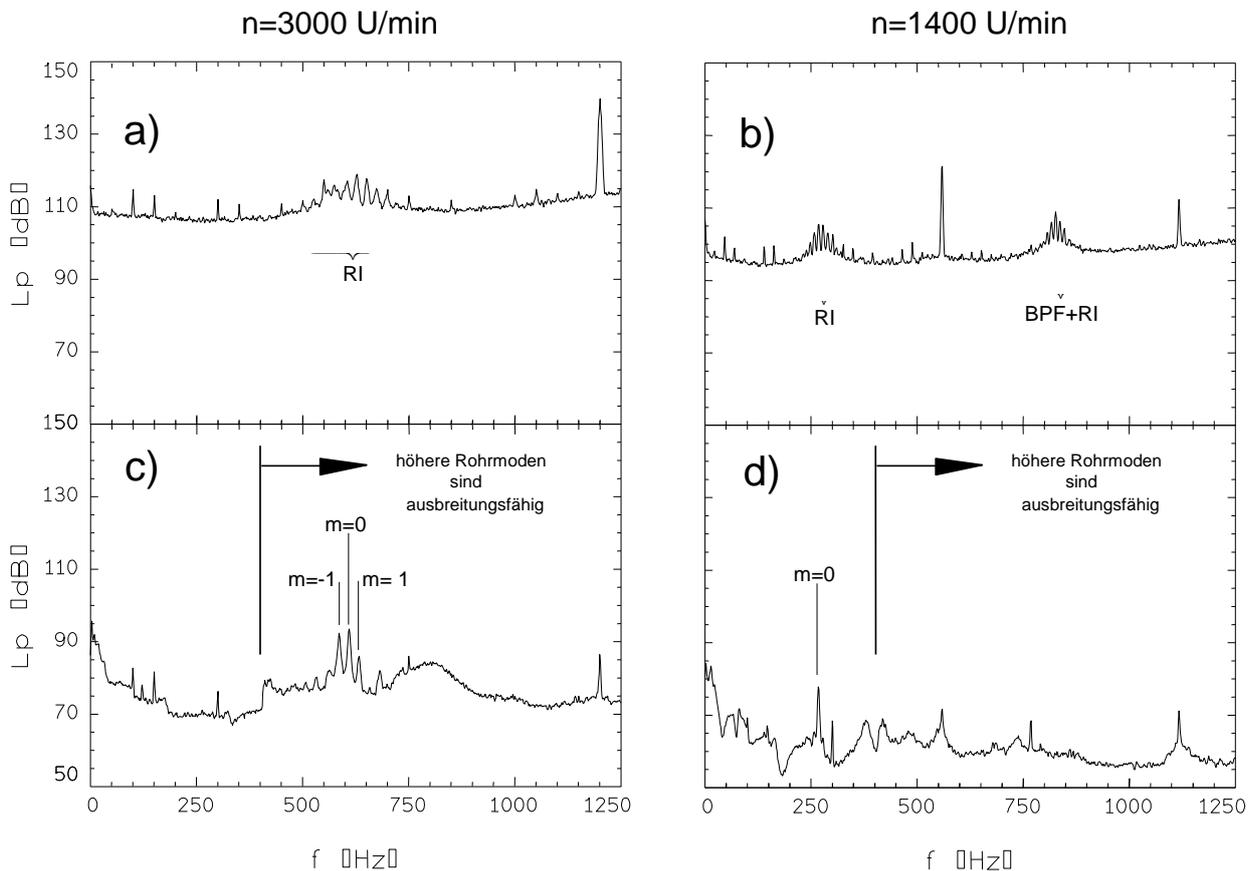


Bild 3.18: Summen- und Differenzfrequenzen gemessen an einer axialen Strömungsmaschine.

- a) Nahfeld, $n=3000$ U/min,
- b) Nahfeld, $n=1400$ U/min,
- c) Fernfeld (druckseitig), $n=3000$ U/min,
- d) Fernfeld (druckseitig), $n=1400$ U/min.

3.5 Akustische Resonanzen

Druckschwankungen, die sich mit Geschwindigkeiten in der Größenordnung der Schallgeschwindigkeit ausbreiten, können unter bestimmten Bedingungen mechanische Strukturen zu hohen Schwingungspegeln anregen, man spricht dann von akustischen Resonanzen. Akustische Resonanzen treten bei einer dominierenden Frequenz auf, ihre Wellenlänge oder ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge muss mit einer geometrischen Abmessung übereinstimmen, um große Druckamplituden erzeugen zu können. Offene angeflanschte Rohrleitungen oder nur ihre Austrittsöffnungen erzeugen bei Überströmung solche Resonanzen in Strömungsmaschinen.

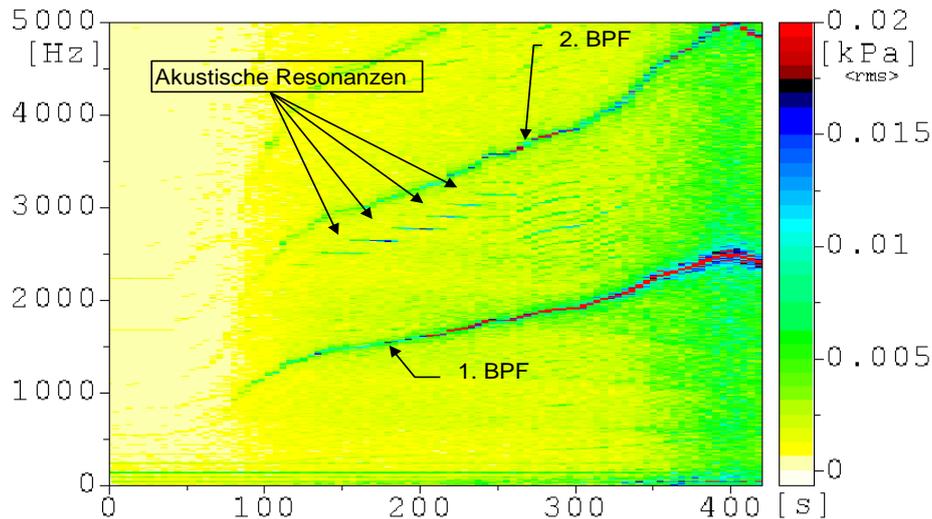


Bild 3.19: Akustische Resonanzfrequenzen bei einer Triebwerksbeschleunigung gemessen mit wandbündigen Druckaufnehmern am Bypass des Fans eines Flugtriebwerks, vgl. Haukap et. al. (2000).

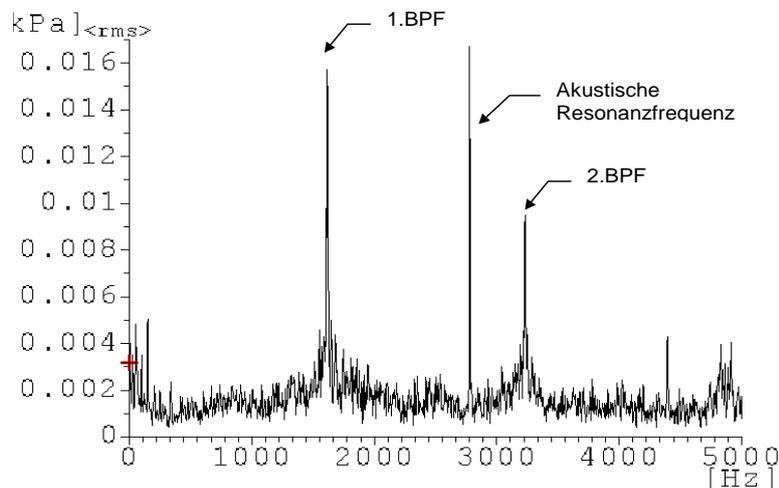


Bild 3.20: Einzelnes Frequenzspektrum der Daten des Bildes 1.1, Schnitt zur Zeit $t=200s$.

Die Frequenz hängt bei einer Strömungsanregung, die in der Regel breitbandig ist, im wesentlichen von der Geometrie der Öffnung ab. Diskrete Frequenzsprünge in Abhängigkeit der halben Wellenlänge sind möglich. Das obige Bild zeigt akustische Resonanzfrequenzen bei der Beschleunigung eines Triebwerks in den Wanddruckschwankungen stromab des Fans. Das Bild unten verdeutlicht, dass es sich bei einer akustischen Resonanzfrequenz um eine einzelne Frequenzkomponente handelt, wobei die Frequenz in Abhängigkeit der Drehzahl springen kann, vgl. Bild oben. Ähnlich der Schallabstrahlung eines Helmholtz-Resonators wird die Frequenz je nach Geometrie von der Schallgeschwindigkeit, dem Resonator-Volumen und dem Durchmesser der Zuleitung bestimmt (Fletscher und Rossing (1991)). Die eigentliche Strömungsanregung ist eine Wirbelablösung an einer scharfen

Kante der überstrichenen Öffnung. Entspricht die Öffnung einem schallhart abgeschlossenem Rohrstück, gibt es eine Amplitudenverstärkung bei Übereinstimmung der Öffnungstiefe mit einem oder drei Viertel der Wellenlänge. Aus dem Abstand zweier benachbarter Resonanzfrequenzen berechnet sich die Länge L des Rohrstücks:

$$f_1 = \frac{1}{4} \frac{a}{L} + f_0 \quad \text{und} \quad f_2 = \frac{3}{4} \frac{a}{L} + f_0 \quad \text{mit der Schallgeschwindigkeit } a$$

$$f_2 - f_1 = \Delta f = \frac{1}{2} \frac{a}{L} \Leftrightarrow L = \frac{1}{2} \frac{a}{\Delta f} \quad (3.15)$$

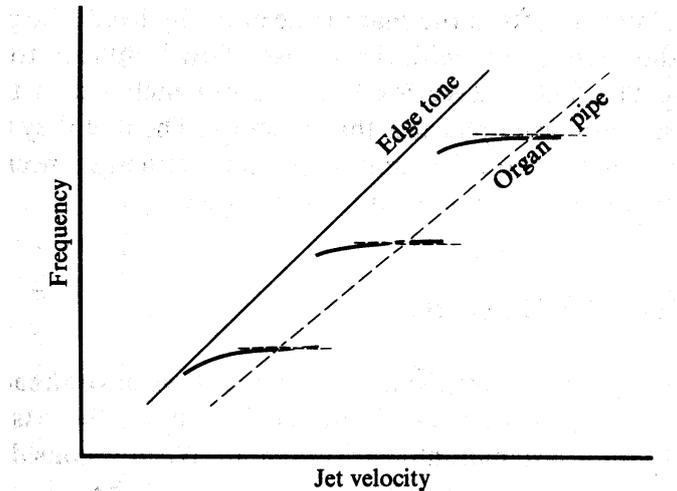
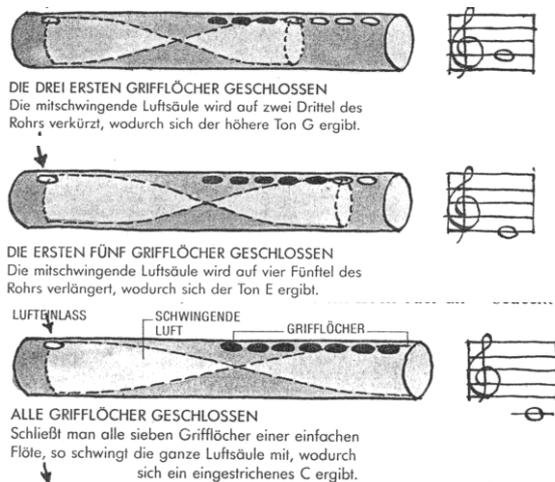


Bild 3.21: Spektrum einer Orgelpfeife, Fletcher, N.H., Rossing, T.D.: The Physics of Musical Instruments, 1991.

Parker und Stoneman (1985) haben außerdem festgestellt, dass akustische Resonanzen durch die im Nachlauf von Rotor-, Statorschaufeln oder Stützstreben auftretenden Wirbel angeregt werden können. Eine Wirbelablösung an sich muss jedoch nicht unbedingt akustische Wellen erzeugen. Unmittelbar in der Nähe der Wirbelablösung liegt die Ausbreitungsgeschwindigkeit verursachter Druckschwankungen in der Größenordnung der Strömungsgeschwindigkeit und nicht der Schallgeschwindigkeit, dies ist unter Umständen vergleichbar zu sogenannten akustischen Nahfeldern.

Stehende Wellen in Musikinstrumenten



Quelle: Macaulay, Ardley: Macaulay's Mammut Buch der Technik, Nürnberg 1989.

Bild 3.22: Helmholtz-Resonanz in Flöten.

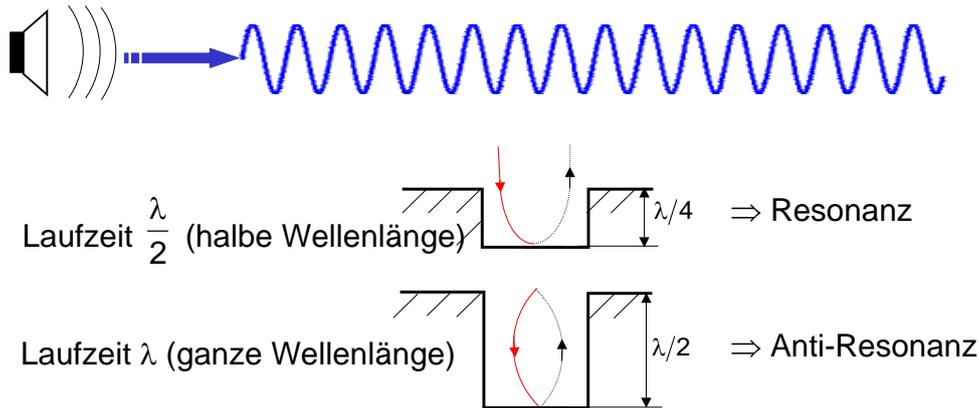
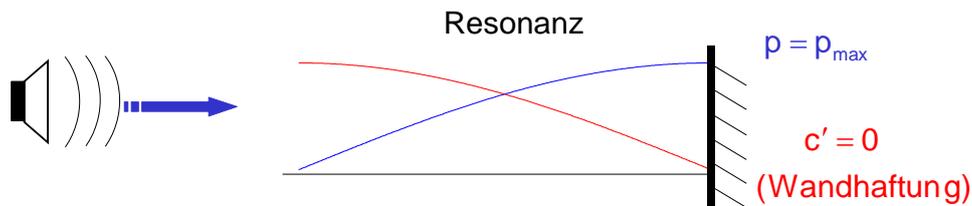


Bild 3.23: Erzeugung von Hohlraumresonazen.

Stehende Welle im Rohr
Rohrabschluss = starre Wand



$$L = \frac{\lambda}{4}(2n + 1) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Bild 3.24: Stehende Welle im Rohr.

Impulserhaltung
(Eulersche Bewegungsgleichung)

$$\ddot{x} = \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

bei harmonischem Ansatz

$$p(x) = P_i \cdot e^{ikx} + P_R \cdot e^{-ikx} \quad u = -\frac{i}{\rho\omega} \frac{\partial p}{\partial x} \quad k = \frac{\omega}{c}$$

harter Wandabschluss

$$u = 0 \quad \mapsto \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$P_i \cdot e^{2ikL} = P_R$$

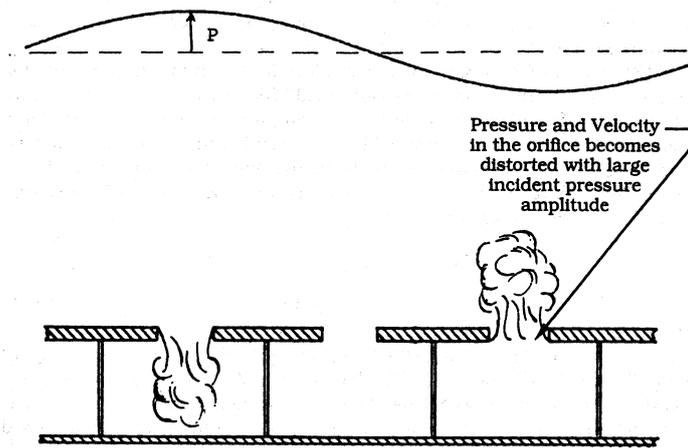
$$p(x) = P_i \left(e^{ikx} + e^{(-ikx+2kL)} \right) = 2 \cdot P_i \cdot e^{ikL} \cos k(L-x)$$

Das Fluid in der Kavität wirkt wie eine mechanische Feder.

$$L = \frac{\lambda}{4}(2n + 1) \quad f_{\text{res}} = \frac{(2n + 1)c}{4L}$$

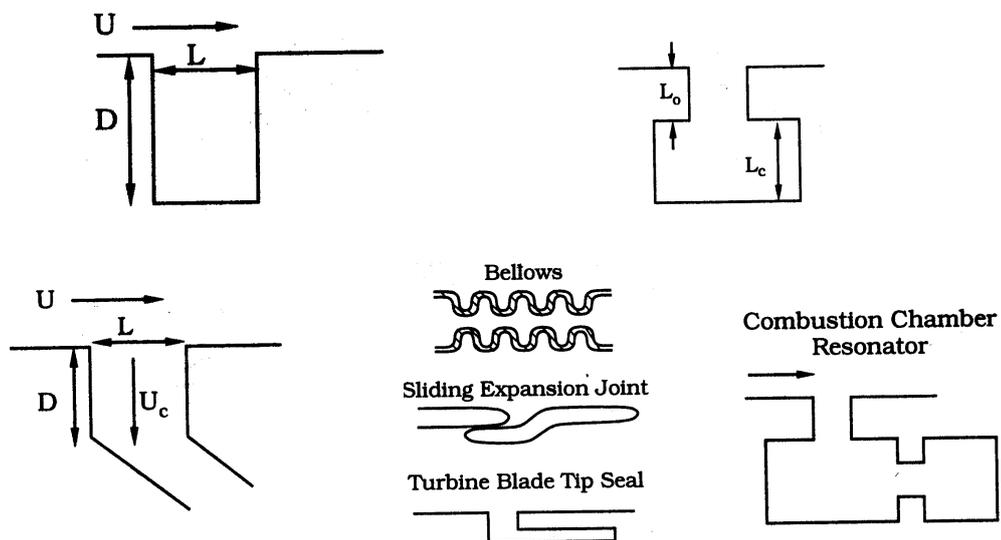
Quelle: Lucas et al., Turbomachinery Cavities, 1997

Bild 3.24: Herleitung der Resonanzbedingung für eine stehende Welle im Rohr.



Quelle: Lucas et al., Turbomachinery Cavities, 1997

Bild 3.25: Überströmung von Kavitäten - Helmholtzresonator.



Lucas et al., Turbomachinery Cavities, 1997

Bild 3.26: Überströmung von Kavitäten - Helmholtzresonator.

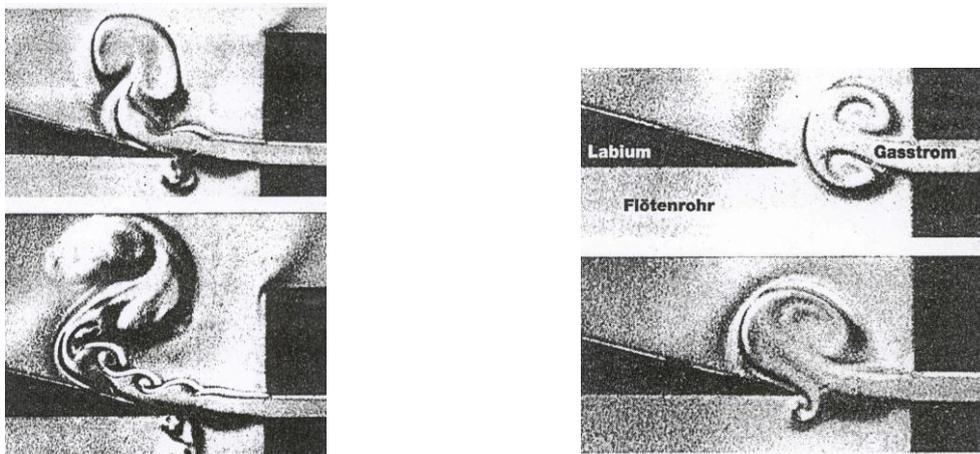
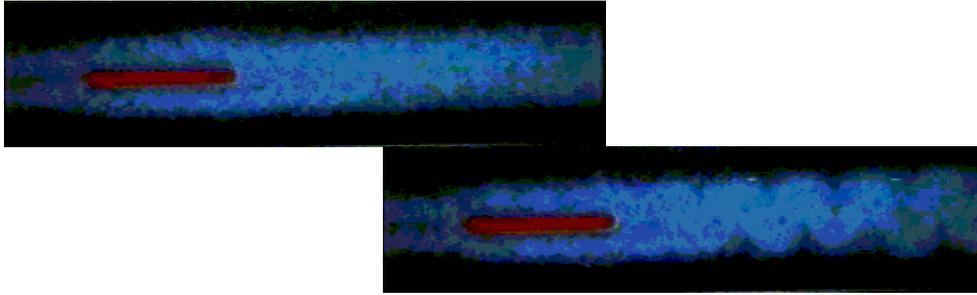


Bild 3.27: Periodische Strömung in einer Flöte, Quelle: Science Times, 12/98.



http://www-vhost.monash.edu.au/electpress/ijfd/1997_vol1/paper1/Parker.Abstract.html

Bild 3.28: Nachlauf einer flachen Platte mit halb abgerundeten Kanten, kontinuierliche Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit in der rechteckigen Messstrecke, Parker, 1997.

Übung:

Bestimmen Sie die Frequenzen der in Bild 3.28 gezeigten akustischen Resonanz, verwenden sie das File Parker.wav.

4. Strömungserregte Schwingungen¹

Mechanische Strukturen schwingen grundsätzlich bei ihren Eigenfrequenzen. Aus dem Spektrum der anregenden Frequenzen nutzt die mechanische Struktur nur die Anteile aus, die auch mit Eigenfrequenzen der Struktur übereinstimmen. Besonders gut lässt sich dies bei rotierenden Maschinen anhand eines sogenannten Campbell-Diagramms oder Spektrogramms verdeutlichen, Bild 4.2.

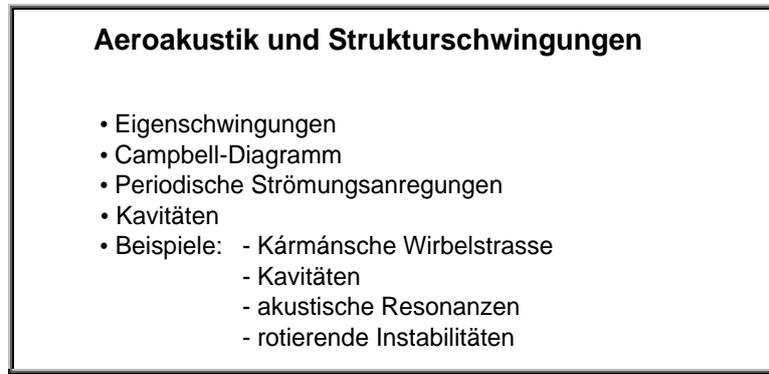


Bild 4.1: Übersicht des Abschnitts 4.

Campbell-Diagramm

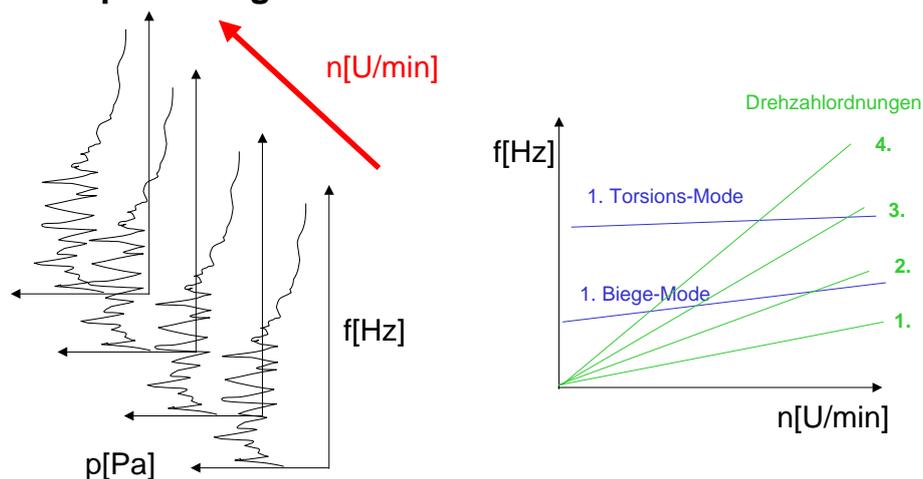


Bild 4.2: Vergleich von Wasserfalldarstellung und Campbell-Diagramm.

Das Campbell-Diagramm ergibt durch die Auftragung - Frequenz über der Drehzahl mit einer farbigen Amplitudenskalierung - eine andere Perspektive auf die Messdaten als ein Wasserfalldiagramm. Trifft bei einem Hochfahrversuch eine sogenannte Drehzahlordnung, (ein ganzzahliges Vielfaches der Rotationsfrequenz) eine Eigenfrequenz der betrachteten mechanischen Struktur, so wird die mechanische Struktur in ihrer entsprechenden Eigenschwingungsform angeregt und schwingt. Jede Linie, die eine Ursprungsgerade ist, stellt eine Drehzahlordnung (engl.: engine order) dar. Im Campbell-Diagramm des Bildes 4.2 sind die Drehzahlordnungen von 1 bis 4 aufgetragen. Die fast waagerechten Linien stellen die Schaufeleigenfrequenzen dar. Sie sind deshalb nicht waagerecht, weil mit steigender Drehzahl die Fliehkraft zunimmt und sich die Schaufel dadurch "künstlich" versteift. Dies führt im Betrieb zu höheren Schaufeleigenfrequenzen.

¹ Dieser Abschnitt wurde in wesentlichen Teilen von Markus Reinhold im Rahmen seiner Diplomarbeit „Untersuchung von Verdichterschaufelerschwingungen mittels statistischer Methoden“, FH Düsseldorf, 2001 zusammengetragen.

4.1 Grundlagen zu Strukturschwingungen

Man unterscheidet Schwingungen hinsichtlich ihrer Anregung in fremderregte und selbsterregte Schwingungen. Unter fremderregten Schwingungen versteht man alle Anregungsarten, die von außen oder durch die Mechanik aufgeprägt werden. Bei Schaufeln von Strömungsmaschinen ergibt sich die Anregung der Schaufeln durch drehzahlharmonische Frequenzen oder Schwingungsübertragung durch ein Getriebe. Unter selbsterregten Schwingungen versteht man Anregungsarten, die durch die Strömung bzw. durch die Aerodynamik hervorgerufen werden, z.B. rotierendes Abreißen oder Pumpen, rotierende Instabilitäten, akustische Resonanzen sowie Flattern.

Rotierende Ablösung (engl.: rotating stall) entsteht, wenn sich die Strömung, bei zunehmender Drosselung der Strömungsmaschine und dem dabei entstehenden Druckanstieg, an den Saugseiten der rotierenden Schaufeln, ablöst. Die Ablösezone rotiert dabei mit einer sehr niedrigen Frequenz (40-60% der Rotorfrequenz) mit einem Schlupf gegenüber dem Rotor, vgl. Kameier (1999). Von einer abgelösten Strömung spricht man, wenn die Energie der Strömung in der Nähe einer Wand nicht mehr ausreicht, um einen Druckgradienten zu überwinden. Die Ablösung in Pumpen und Verdichtern tritt im rotierenden Schaufelkanal auf, dort liegt in Strömungsrichtung ein positiver Druckgradient aufgrund der zugeführten Energie vor. Die breitbandige Strömungsablösung kann Schwingungen mechanischer Strukturen induzieren und damit Festigkeitsprobleme verursachen.

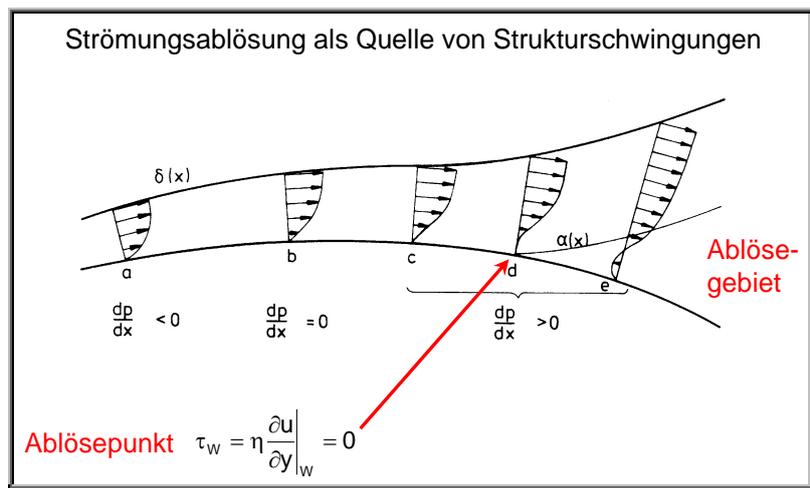


Bild 4.3: Strömungsablösung an einer gekrümmten Wand.

Eine selbsterregte Schwingung wird dann zu einem Problem, wenn die Erregerfrequenz mit der Eigenfrequenz einer Schaufel übereinstimmt. Dann kann es zum Resonanzfall und somit zu sehr starkem Vibrieren mit hohen Schwingungsamplituden kommen. Dies kann zu einem vorzeitigen Bruch der Schaufel und somit zum Ausfall des gesamten Systems führen. Um fremderregte Schwingungen hervorzurufen, ist die Erregerfrequenz meistens eine der drehzahlharmonischen Frequenzen.

Im Campbell-Diagramm kann die Überschneidung einer drehzahlharmonischen Frequenz mit einer Schaufeleigenfrequenz dargestellt werden. Ein Kreis kennzeichnet eine besonders große Anregung der Schaufel durch eine Drehzahlordnung. Dies weist auf einen Resonanzfall hin.

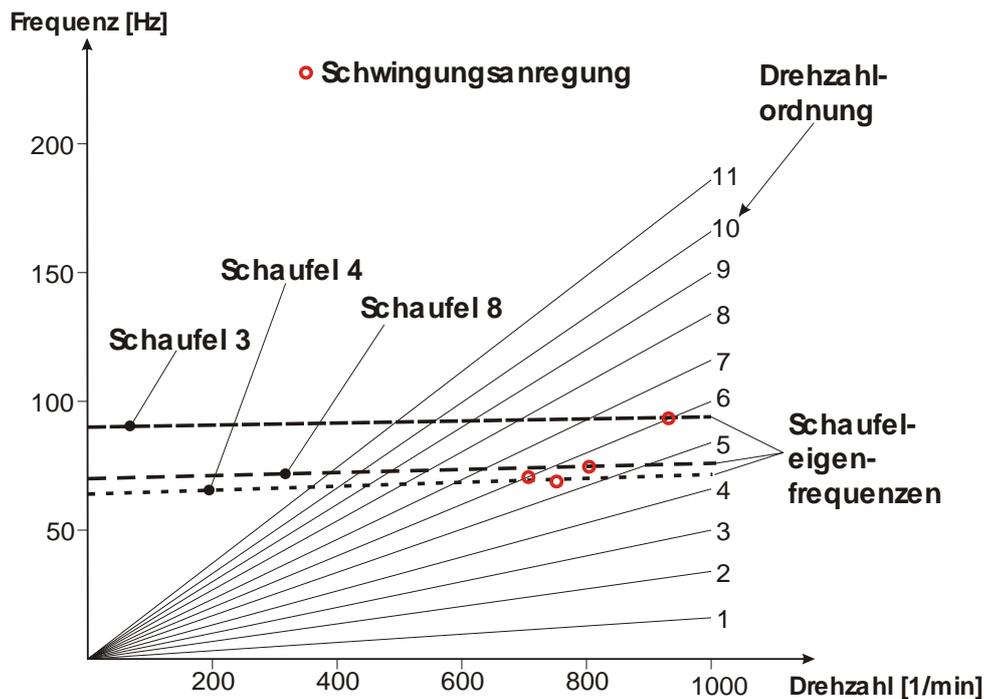


Bild 4.4: Schwingungsanregung im Campbell-Diagramm, Reinhold (2001).

4.2. Schwingungsmoden

Jede mechanische Struktur oder jede Schaufel einer Strömungsmaschine schwingt unabhängig von der Anregung nur in bestimmten Formen bei ihrer Eigenfrequenz. Ursache sind eine Anregung bei der entsprechenden Frequenz und die geringen Dämpfungseigenschaften der Struktur bei dieser Frequenz. Da auch aerodynamische Einflüsse, wie sich ablösende Wirbel oder Strömungsabriss, auf die Schaufel einwirken, kommt es zu einer ständigen Anregung der Schaufeln. Wie schon im Abschnitt 4.1. erwähnt, hat die Drehfrequenz, hinsichtlich einer Versteifung zu höheren Drehzahlen hin, einen weiteren Einfluss auf die Schaufel-eigenfrequenz. Armstrong und Stevenson haben 1960 die einfachsten Schwingungsmoden den Frequenzen bei Axialverdichtern zugeordnet, vgl. Cumpsty (1989).

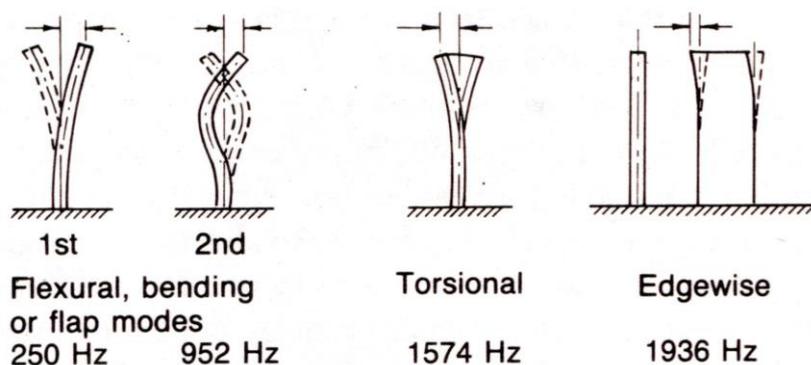


Bild 4.5: Schematische Darstellung der einfachsten Schwingungsmoden, Cumpsty (1989).

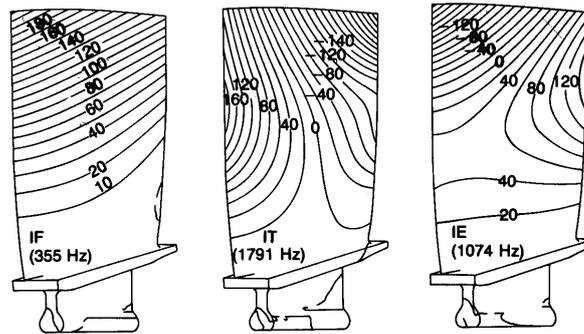


Bild 4.6: Schematische Darstellung der ersten Schwingungsformen, gezeigt werden Linien gleicher Verschiebung, Cumpsty (1989).

Es wurde vorausgesetzt, dass Dämpfung durch mechanische und aerodynamische Einflüsse genügend klein ist, so dass die Schwingung der Schaufeln eine ausreichende Beschreibung des Schwingungsmodus hergibt. Der absolute Wert der Schwingfrequenzen ist von Schaufel zu Schaufel unterschiedlich. Lediglich die Reihenfolge der Moden soll in Bild 4.5 aufgezeigt werden. Bei manchen Schaufeldesigns kann auch die zweite Biegeschwingung (flexural mode) bei einer höheren Frequenz liegen als die erste Torsionsschwingung (torsional mode).

Um eine genaue Vorhersage zu treffen, in welchem Modus mechanische Strukturen schwingen, ist eine Finite-Elemente-Berechnung erforderlich.

4.3. Flattern

Flattern, das eher ein Problem für Axialverdichter als für Radialverdichter ist, vgl. Cumpsty (1989), ist hinsichtlich einer möglichen Überbeanspruchung der Schaufel viel gefährlicher als eine erzwungene Schwingungen. Flattern tritt bei Frequenzen auf, die weder einer Drehzahlordnung noch einer Eigenfrequenz der Schaufel entsprechen müssen. Diese strömungsbedingte Anregung der Schaufel resultiert aus sich unregelmäßig ablösenden Wirbeln, vergleichbar mit denen einer Kármánschen Wirbelstraße. Es werden nun zwei grundlegende Unterscheidungen hinsichtlich der Struktur der Schaufel gemacht: Zum einen wird von einer starren Struktur der Schaufel ausgegangen und die Anregung als sogenanntes Buffeting bezeichnet. Dieses Modell ist mathematisch relativ einfach zu beschreiben. Sofern es zum Bruch der Struktur kommt, handelt es sich um ein Resonanzproblem mit der Frequenz der Wirbelablösung. Zum anderen wird von einer weichen, sich bewegenden, Struktur ausgegangen und die Anregung als Galopping oder Flattern (engl. flutter) bezeichnet. Dieses Modell ist jedoch sehr kompliziert, da hier eine aeroelastische Kopplung vorliegt, die in der Literatur sehr aufwendig und häufig kaum nachvollziehbar erklärt ist, vgl. Fung (1959).

Vorbedingung für das klassische Flattern ist eine kombinierte Biege-Torsionsschwingung. Das Schaufelblatt schlägt in Richtung der Auftriebskraft aus und entzieht der Strömung dadurch Energie, die in größere Schwingungsamplituden der Schaufel umgesetzt werden. Der Flügel gerät ins Flattern. Die dämpfenden Kräfte reichen nicht aus, um einen stationären Flatterzustand zu ermöglichen. Wenn Drehzahlregionen erreicht werden, wo Flattern begünstigt wird, dann ändert sich allmählich die zufällig angeregte Schaufelschwingung in eine selbst anregende Schaufelschwingung. Es hat sich herausgestellt, dass bei einer Zunahme der Schwingungsamplitude einer ins Flattern geratenen Schaufel, benachbarte Schaufeln dadurch auch in Schwingung versetzt werden. Die Schaufeln schwingen jeweils alle mit einer einheitlichen Frequenz phasenversetzt zur Nachbarschaufel. Flattern tritt in der Regel in der Nähe der Eigenfrequenzen der Schaufeln auf. Bedenkt man, dass bei ähnlichen

Frequenzen auch Biege- und Torsionsschwingungen auftreten, dann kann daraus eine Verschmelzung dieser Frequenzen zu einer einzigen "Flutterfrequenz" hervorgehen.

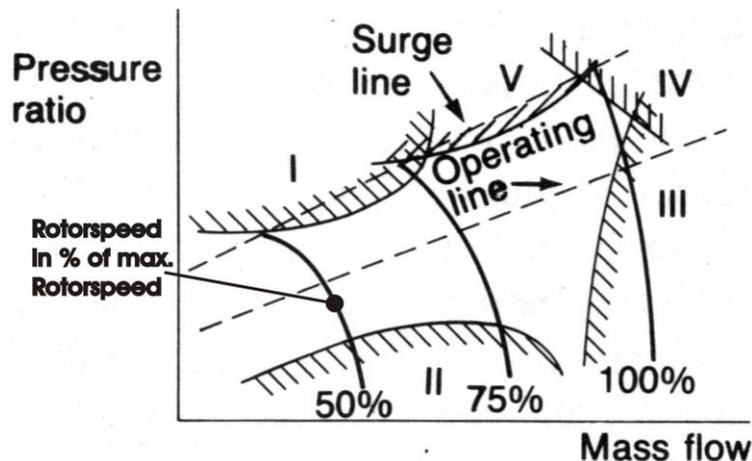


Bild 4.7: Flutterregionen im mehrstufigen Verdichterkennfeld, Cumpsty (1989).

Bild 4.7 zeigt verschiedene an Hochdruckverdichtern auftretende Flutterregionen:

Region I (subsonic stall flutter): In diesem Bereich tritt Flattern bei ähnlichen Bedingungen auf, bei denen auch rotierende Ablösung auftritt. Somit ist es gerade in diesem Bereich schwer vorauszusagen, ob die Schaufeln durch Flattern oder durch rotierende Ablösung angeregt werden. Wenn Flattern in dieser Region auftritt, dann geht dies mit einem Abriss der Strömung an den Schaufeln einher. In den Untersuchungen von Armstrong und Stevenson (1960), vgl. Cumpsty (1989), war es immer der erste Modus der Biegeschwingung und der erste Modus der Torsionsschwingung, der zum Flattern neigte.

Region II (choke flutter): In diesem Bereich tritt Flattern bei ca. 50% bis 75% der max. mechanischen Drehzahl auf, wobei der Axialventilator gleichzeitig mit wenig Drosselung eingestellt ist. Dann reicht ein kurzes, schockartiges androsseln aus um eine Grenzschichtablösung zu provozieren. Diese Ablösung der Grenzschicht regt die Schaufel zum Flattern an.

Region III (low back-pressure supersonic flutter): Bei sehr hohen Drehzahlen kommt es hier zum Flattern, ohne dass eine erkennbare Veränderung des aerodynamischen Verhaltens zu beobachten ist. Besonders lange Verdichterschaufeln, vor denen Leitbleche angebracht sind, sind für dieses sog. "Überschallflattern" besonders anfällig. Dazu begünstigt die mechanische Kopplung der Schaufeln, dass Flattern auf alle anderen Schaufeln "übertragen" wird und das ganze System (Schaufeln, Leitbleche und Scheibe) ins Schwingen gerät.

Region IV (high back-pressure supersonic flutter): Es scheint, dass hier die hohe Schaufelbelastung Flattern begünstigt, das bei hohen Drehzahlen und nahe der Stabilitätsgrenze auftritt.

Region V (supersonic stall flutter): Diese Flutterregion wurde von Adamczyk im Jahre 1982 untersucht, Cumpsty (1989). Bei niedrigerer Drehzahl tritt vornehmlich die erste Mode der Torsionsschwingung auf. Bei höheren Drehzahlen tritt die erste Mode der Biegeschwingung auf. Halliwell hat 1975 festgestellt, vgl. Cumpsty (1989), dass diese Art der Flatterschwingung kurz vor dem Erreichen der max. mechanischen Drehzahl verschwindet. Sie tritt vorwiegend bei Axialverdichtern und bei Niederdruckverdichtern, bei denen keine Leitbleche verwendet werden, auf.

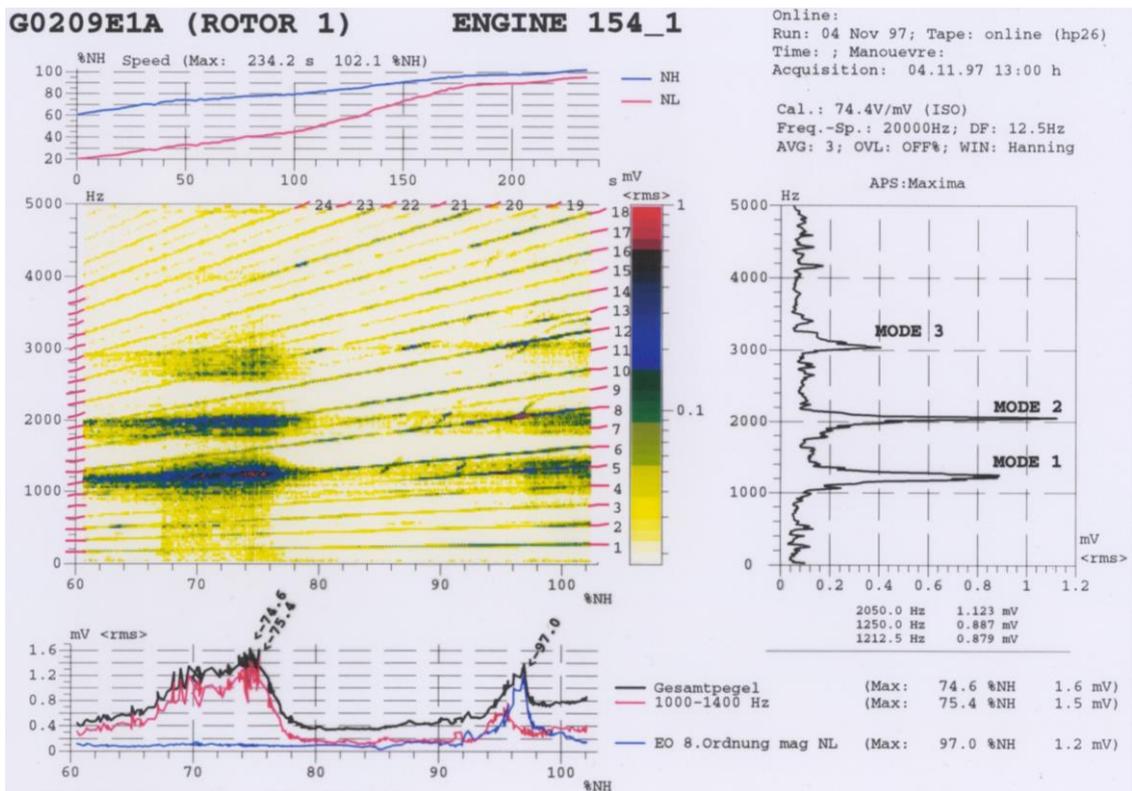
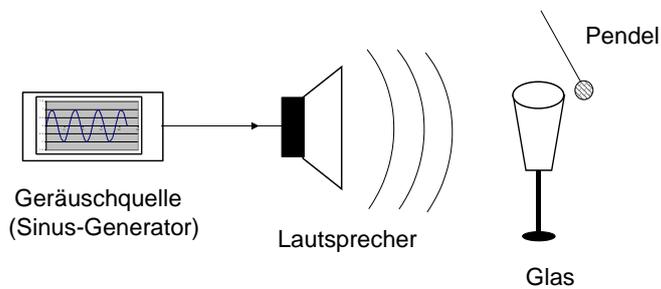


Bild 4.8: Schwingungen der Schaufeln eines Flugtriebwerksverdichters, vgl. Clarke, Ziegenhagen, Kameier, EuroNoise 1998.

4.4 Beispiele strömungserregter Schwingungen

Visualisierung von Strukturschwingungen



„Aerodynamischer“ Sinus-Generator

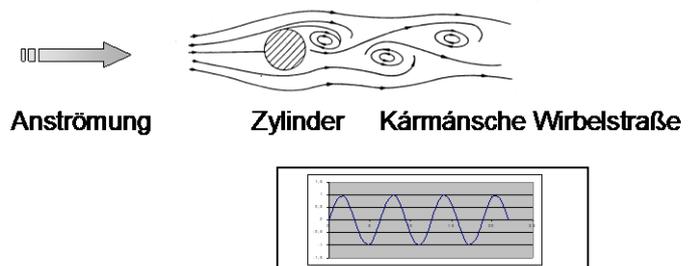


Bild 4.9: Aeroakustische Anregung mechanischer Strukturen.

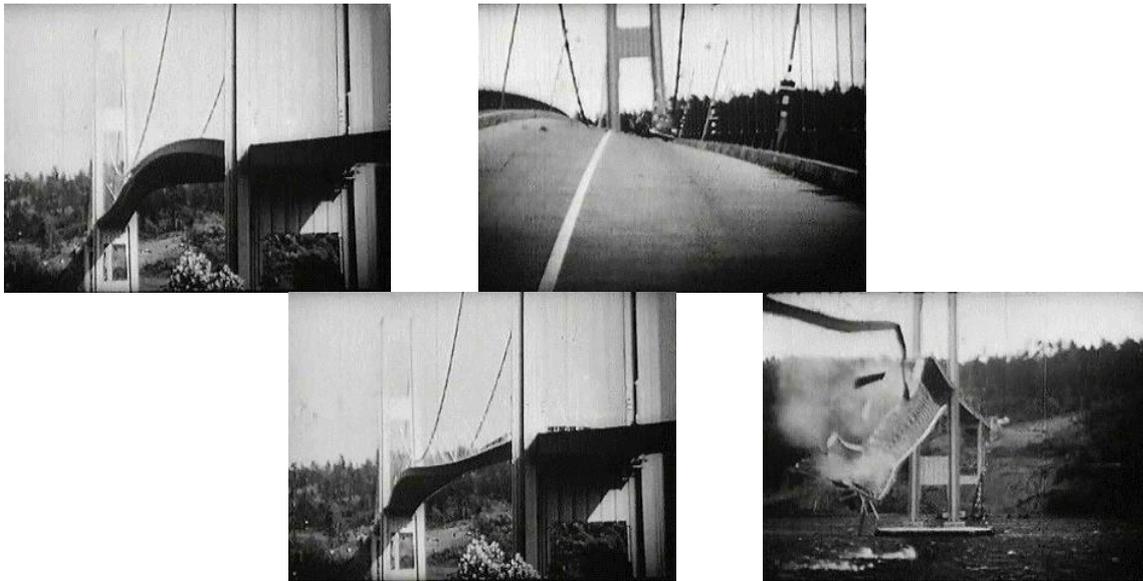
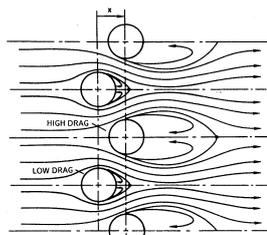


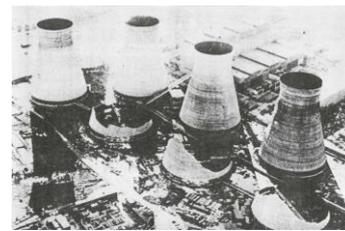
Bild 4.10: Tacoma-Bridge, Kármánsche Wirbelstraße verursacht Strukturschwingung, Filmaufnahmen von 1940.

Anordnung von Zylindern und Kármánschen Wirbelstraßen

Ferrybridge (GB) Kühltürme
Kármánsche Wirbelstraße verursacht Strukturschwingung



Blevins: Flow-Induced Vibration, 1990

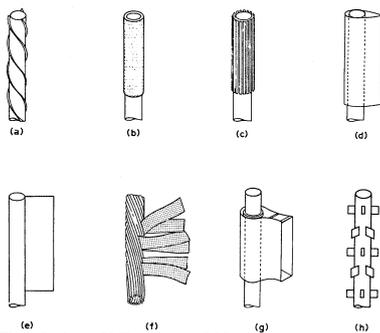


1965

Quelle: Krause, Zum 100. Geburtstag des Luft- und Raumfahrtponiers Theodore von Kármán, Aachen, 1981.

Bild 4.11: Kármánsche Wirbelstraße und Strukturschwingungen.

Behinderung der Wirbelbildung



Quelle: Blevins, Flow-Induced Vibration, 1990

Behinderung der Wirbelbildung



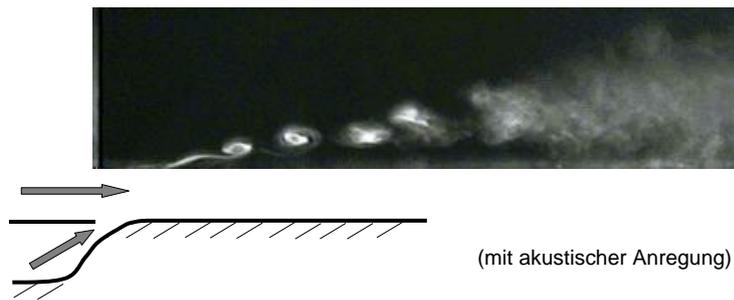
an der Blattspitze:
Winglet gegen das Überströmen der Blattspitze.

am Turm:
Spirale gegen die Bildung von Kármánschen Wirbelstraßen

Quelle: Mechanical Engineering, Vol.121, No.12, Dec 1999

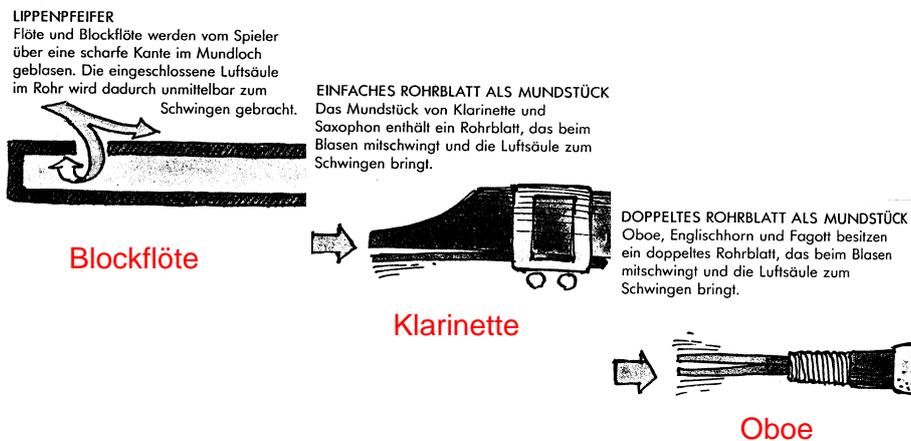
Bild 4.12: Behinderung der Wirbelbildung.

Wirbelbildung in Scherströmungen



Quelle: M.Schober, <http://obiwan.pi.tu-berlin.de/M.Schober/wjallcases/acoustic.mpeg>

Bild 4.13: Wirbelbildung in einer Scherströmung.



Quelle: Macaulay, Ardley: Macaulay's Mammut Buch der Technik, Nürnberg 1989.

Bild 4.14: Strukturschwingungen am Beispiel von Musikinstrumenten.

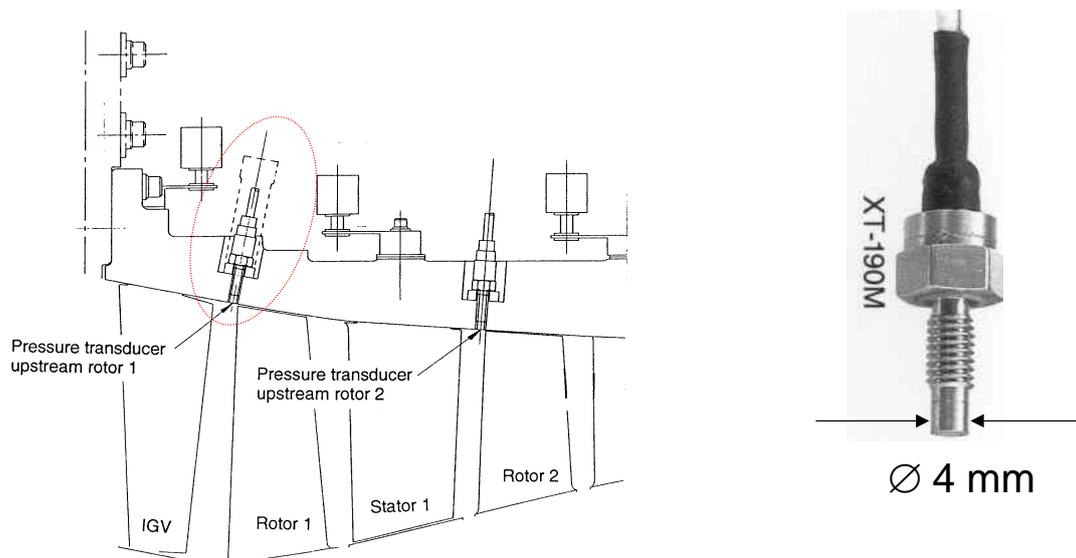
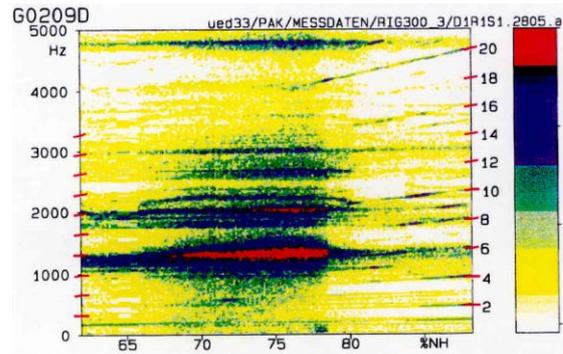
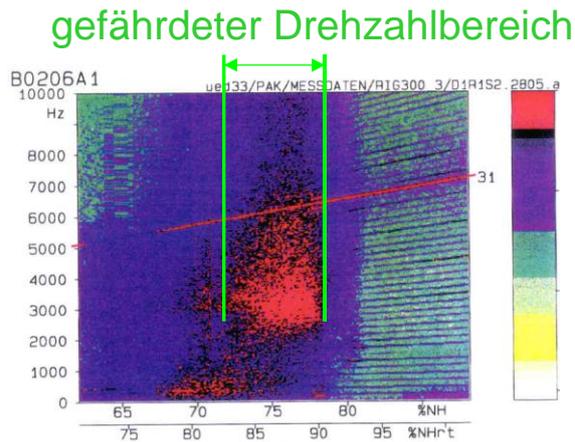


Bild 4.15: Beobachtung von Wanddruckschwankungen in einem Hochdruckverdichter zur Beurteilung von Schaufelschwingungen des Rotors, Kameier, Clarke, Ziegenhagen (1998).



**Schaufelschwingung
- rotierend -**

**Wanddruckschwankung
- raumfest -**

BAUMGARTNER, KAMEIER, HOURMOUZIADIS,
ISABE Conference, Melbourne, 1995

Bild 4.16: Vergleich der Wanddruckschwankung und der Schaufelschwingung in einem Hochdruckverdichter.

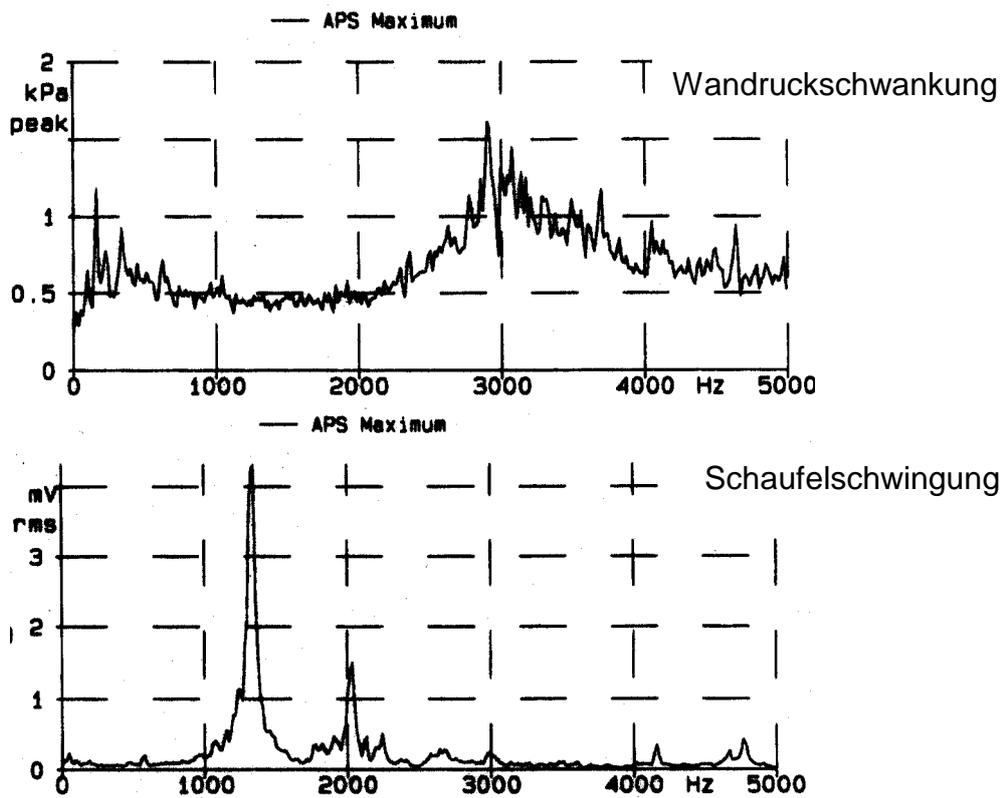


Bild 4.17: Vergleich der Wanddruckschwankung und der Schaufelschwingung in einem Hochdruckverdichter, Baumgartner et. al, (1995).



Bild 4.18: Zusammenfassung strömungserregter Schwingungen.

Hinweise zu Lastannahmen durch Wirbelablösungen findet man für Bauwerke zum Beispiel in der DIN 1055, Teil 4, „Lastannahmen für Bauten; Verkehrslasten, Windlasten bei nicht schwingungsanfälligen Bauwerken“ und in verschiedenen Ergänzungen zu dieser Norm wie, Teil 45, „Lastannahmen für Bauten; Verkehrslasten, Aerodynamische Formbeiwerte für Baukörper“.

5. Geräuschmessverfahren und Schalleistungsbestimmung mittels Schalldruckmessungen

Geräuschmessungen an Maschinen können der technischen Anwendung entsprechend gemäß dem Hüllflächenverfahren (DIN45635 Teil1), dem Hallraumverfahren (DIN EN 23741, DIN EN 23742 und ISO 3743) und dem Kanalverfahren (DIN EN 25136) durchgeführt werden. Die Normungswerke sind in den letzten Jahren mehrfach überarbeitet worden, die vorliegende Zusammenstellung entspricht nicht überall den Vorgaben der neuesten Regelwerke, vielmehr geht es hier um die Zusammenstellung einiger grundlegender Prinzipien, die zum Teil auch von Vorgaben aktueller Normen abweichen.

Im folgenden werden die wichtigsten Eigenschaften dieser Geräuschmessverfahren für die Luftschallemission kurz erläutert. Ausführlicher wird auf das sogenannte Kanalverfahren eingegangen, das für die Beurteilung von Ventilatoren eine besondere Rolle spielt.

5.1 Hüllflächen - Verfahren

DIN45635 Teil1 Geräuschmessung an Maschinen; Luftschallemission, Hüllflächen-Verfahren; Rahmenverfahren für drei Genauigkeitsklassen, Stand 1984.

Zur Ermittlung der Schalleistung nach dem Hüllflächen-Verfahren wird über die im Freien oder in einem Raum aufgestellte Maschine gemäß Anhang A der DIN-Norm - Messflächenformen und Messpunktanordnungen - eine Messfläche im festen Abstand von der geometrisch vereinfachten Maschinenoberfläche (Bezugsquader) gelegt und die Verteilung des Schalldrucks über die Fläche rasterartig vermessen. Der von dem Prüfobjekt abgestrahlte Schalleistungspegel L_w ergibt sich aus dem Messflächen-Schalldruckpegel \bar{L}_p und dem Messflächenmaß L_s nach folgender Beziehung:

$$L_w = \bar{L}_p + L_s \quad \text{in dB} \quad (4.1)$$

In vorstehender Gleichung bedeuten:

$$\bar{L}_p = \bar{L}'_p - K_0 - K_1 - K_2 \quad (5.2)$$

der Messflächen-Schalldruckpegel, der sich aus dem über der Messfläche S gemittelten Schalldruckpegel \bar{L}'_p und dem Messflächenmaß

$$L_s = 10 \lg \frac{S}{S_0} \quad (5.3)$$

zusammensetzt. Die einzelnen Korrekturpegel K_0 bis K_2 haben folgende Bedeutung:

$$K_0 = 20 \lg \left(\sqrt{\frac{293}{273 + t_s}} \cdot \frac{p_s}{1000} \right) = \text{Luftdruck- und Lufttemperaturkorrektur,}$$

mit p_s als Luftdruck in hPa und t_s als Lufttemperatur in $^{\circ}\text{C}$.

Für die Genauigkeitsklassen 2 und 3 ist $K_0 = 0$ dB.

$$K_1 = -10 \lg \left(1 - \frac{1}{10^{0,1\Delta L}} \right) = \text{Fremdgeräuschkorrektur,}$$

mit ΔL als Pegeldifferenz zwischen dem Schalldruckpegel bei Betrieb der Maschine und dem Schalldruckpegel des Fremdgeräusches allein. (0 dB für die Genauigkeitsklasse 1).

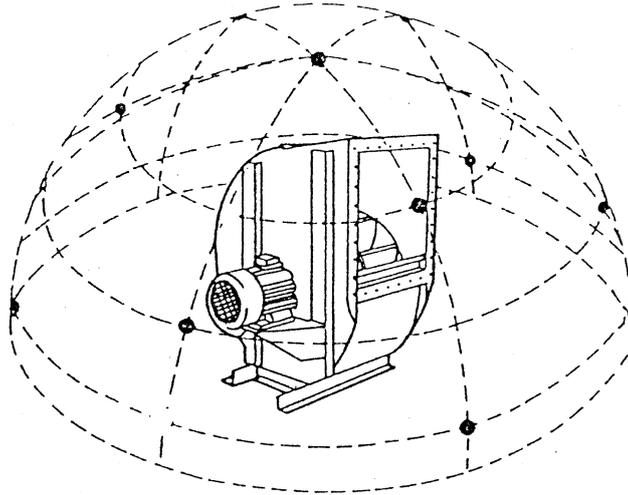


Bild 5.3: Messpunktanordnung bei einer Halbkugel-Messfläche

$$K_2 = 10 \lg \left(1 + \frac{4S}{A} \right) = L_w - L_r = \text{Umgebungskorrektur.}$$

Die Umgebungskorrektur K_2 kann entweder über die Messfläche S und die äquivalente Schallabsorptionsfläche A des Messraumes berechnet, oder mit einer genormten Vergleichsquelle experimentell ermittelt werden, indem L_w der Vergleichsquelle nach dem Hüllflächenverfahren ohne Anwendung von K_2 bestimmt und danach der bekannte Schalleistungspegel L_{wr} der Vergleichsquelle davon subtrahiert wird. (Eventuelle Herstellerangaben bezüglich L_{wr} sollten nach Möglichkeit überprüft werden).

Um die Schallabstrahlung von einzelnen Teilen eines Gesamtaggregate bestimmen zu können, kann man auch Teilhüllflächen festlegen, wenn dabei sichergestellt ist, dass die Abstrahlung der Maschinenteile außerhalb der Teilhüllfläche die Messung nicht beeinflusst (s.a. Bild 5.4 und Abschnitt "Schallintensitätsmessung").

Bei der Ermittlung der Freiansaug- und Freiausblas- Schalleistungspegel L_{w5} und L_{w6} von Ventilatoren (s.a. VDI 3731 Blatt 2, Emissionskennwerte technischer Schallquellen "Ventilatoren" 1990) wird diese Möglichkeit des Hüllflächenverfahrens angewendet. Bild 5.2 zeigt beispielhaft die Größe des Bezugsquaders und der Messfläche für die Bestimmung des Freiausblas-Schalleistungspegels L_{w6} eines Radialventilators und Bild 5.3 die Messpunktanordnung bei einer Halbkugel-Messfläche.

5.2 Hallraum - Verfahren

DIN EN 23741 sowie DIN EN 23742 "Geräuschmessung an Maschinen; Luftschallemission, Hallraum-Verfahren, Rahmen-Messverfahren (Genauigkeitsklasse 1), Stand 1991, und ISO 3743 "Geräuschmessung an Maschinen; Luftschallemission, Sonder-Hallraum-Verfahren, Rahmenmessverfahren (Genauigkeitsklasse 2)", Stand 1994.

Beim Hallraum-Verfahren wird die Schalleistung der in den Hallraum eingebrachten Maschine aus Schalldruckmessungen an verschiedenen Raumpunkten bestimmt. Der jeweilige Schalldruckpegel ist von der Schallquelle und den Eigenschaften des Hallraumes (Absorptionseigenschaften: äquivalente Absorptionsfläche A bzw. Nachhallzeit T) abhängig.

Der Schallleistungspegel kann mit folgender Beziehung berechnet werden:

$$L_w = \bar{L}_p - 10 \lg \frac{T}{T_0} + 10 \lg \frac{V}{V_0} + 10 \lg \frac{1 + \lambda S}{8V} + 10 \lg \frac{B}{1000} - K_0 - 14 \text{dB}. \quad (5.4)$$

Im einzelnen bedeuten:

L_w = FrequenzbandSchallleistungspegel in dB,

\bar{L}_p = mittlerer Schalldruckpegel im Frequenzband,

T = Nachhallzeit des Hallraumes nach DIN 52 212,

T_0 = Bezugszeit = 1 s,

V = Hallraumvolumen,

$V_0 = 1 \text{ m}^3$ = Bezugsvolumen,

S = Gesamtoberfläche des Hallraumes,

λ = Wellenlänge = a / f_m (f_m : Bandmittenfrequenz, a : Schallgeschwindigkeit),

B = barometrischer Luftdruck in hPa,

K_0 = Korrekturwert, der den Einfluss von Luftdruck und -temperatur auf die Schall-

kennimpedanz $z_0 = \rho a$ bezogen auf 20°C und 1000 hPa und damit auf den Schallleistungspegel berücksichtigt.

5.3 Kanal - Verfahren

DIN EN 25136 "Bestimmung der von Ventilatoren in Kanäle abgestrahlten Schallleistung, Kanalverfahren, Akustik", Stand 1994.

Mit dem Kanal-Verfahren wird, im Gegensatz zu den beiden schon genannten Verfahren, die Schallleistung einer Maschine bestimmt, die von ihr in ein angeschlossenes Kanalsystem eingestrahlt wird. Da das Kanal-Verfahren eine besondere Rolle bei Geräuschmessungen an Ventilatoren spielt, wird es im Abschnitt 5.5 "Geräuschprüfstand mit reflexionsarmem Ausblaskanal zur Bestimmung von L_{w4} " gesondert behandelt.

In den aufgeführten Normen (Rahmen-Messverfahren) zum Hüllflächen-Verfahren, Hallraumverfahren und Kanal-Verfahren werden die akustischen Anforderungen und Randbedingungen für die jeweilige Methode festgelegt, ohne zwischen verschiedenen Maschinenarten zu unterscheiden. Je nach Verfahren, vgl. auch Bild 5.4, ist bei den von einem Ventilator abgestrahlten Geräuschen zwischen den folgenden Schallleistungspegel zu unterscheiden:

a) Ventilator-Gesamt Schallleistungspegel L_{w1}

Die vom Ventilator insgesamt über die Ansaug- und Ausblasöffnungen sowie über das Gehäuse in die freie Umgebung abgestrahlte Schallleistung kann in erster Linie nach dem Hüllflächen-Verfahren (Abschnitt 5.1) bestimmt werden. Darüber hinaus kann für Ventilatoren, deren Volumen kleiner als 1 % des Hallraumvolumens V ist, das Hallraum-Verfahren gemäß Abschnitt 5.2 angewendet werden.²

b) Gehäuse- Schallleistungspegel L_{w2} .

² Anmerkung: Gemäß Abschnitt 4.2 sollte das Mindest-Hallraumvolumen $V_{\min} = 200 \text{ m}^3$ betragen, wenn die Terzmittelfrequenz den Wert $f_{mT} = 100 \text{ Hz}$ nicht unterschreitet. Als Messgegenstand gilt hier der gesamte freiansaugende und freiausblasende Ventilator einschließlich Gehäuse.

Die Ermittlung der lediglich vom Gehäuse an die Umgebung abgestrahlten Schalleistung kann auch hier entweder nach dem Hüllflächen- oder Hallraum- Verfahren erfolgen, sofern im letzteren Falle das Ventilatorvolumen kleiner als 1 % des Hallraumvolumens beträgt. Die von den Ansaug- und Ausblasöffnungen abgestrahlten Geräuschanteile müssen über Kanäle mit genügend schalldämmenden vom Messort soweit fortgeleitet werden, dass keine Verfälschung der Gehäuseabstrahlung möglich ist. (Der 10 dB Abstand muss mindestens gewährleistet sein, siehe auch Bild 5.1). Außerdem dürfen in den Schallfortleitungskanälen keine Schallreflexionen durch Einbauten, Umlenkungen etc. auftreten. Gegebenenfalls sind reflexionsarme Kanalabschlüsse vorzusehen.

c) Ansaug- und Ausblas-Kanal Schalleistungspegel L_{w3} und L_{w4}

Ist die von einem Ventilator in einen Kanal abgestrahlte Schalleistung von Interesse, so ist das für Messkanäle von 0,15 m bis 2 m Durchmesser gültige Kanal-Verfahren DIN EN 25136 anzuwenden. Bei Ventilatoren mit einer Ansaug- bzw. Ausblasfläche von mindestens 2 m^2 ist alternativ auch das Hüllflächen-Verfahren anwendbar. Dabei kann davon ausgegangen werden, dass der Einfluss der Mündungsreflexion in dem interessierenden Frequenzbereich vernachlässigbar klein ist, so dass die in die freie Umgebung abgestrahlte Schalleistung gleich derjenigen im Kanal ist.

d) Freiansaug- und Freiausblas-Schalleistungspegel L_{w5} bzw. L_{w6}

Für die Bestimmung der von den saug- und druckseitigen Ventilatoröffnungen in die freie Umgebung abgestrahlten Schalleistung sind das Hüllflächen- und das Hallraumverfahren zu verwenden. Dabei sind die Geräusche, die von nicht betrachteten Öffnungen abgestrahlt werden, durch schalldämmte Kanäle vom Messort fortzuleiten. Das vom Gehäuse emittierte Geräusch ist gegebenenfalls durch zusätzliche Schallisolierung zu senken.

e) Gehäuse- und Freiansaug-Schalleistungspegel L_{w7}

Die vom Gehäuse und von der Ansaugöffnung gemeinsam in die freie Umgebung abgestrahlte Schalleistung ist nach dem Hüllflächen- oder Hallraum-Verfahren zu bestimmen.

f) Gehäuse- und Freiausblas-Schalleistungspegel L_{w8}

Die vom Gehäuse und von der Ausblasöffnung gemeinsam in die freie Umgebung abgestrahlte Schalleistung ist, entsprechen e), ebenfalls nach dem Hüllflächen oder Hallraum-Verfahren zu bestimmen.

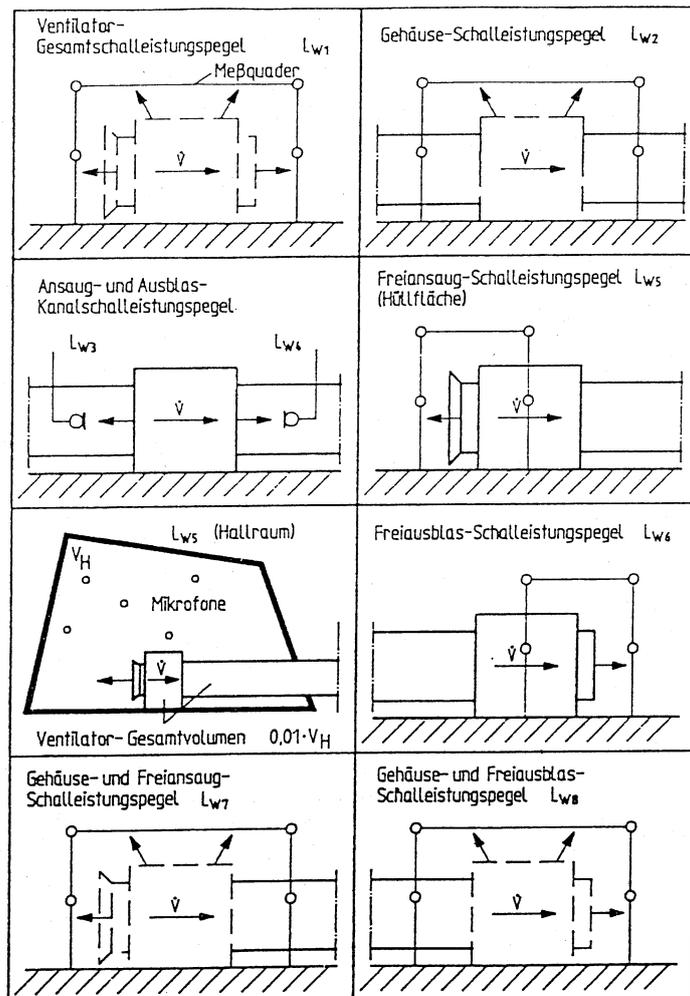


Bild 5.4: Mögliche Messaufbauten zur Bestimmung der Luftschallemission.

5.4 Vergleich der genormten Geräuschmessverfahren

Mit den aufgeführten Normmessverfahren kann die Schalleistung von Ventilatoren bestimmt werden, wobei allerdings abhängig vom Verfahren und den Einbaubedingungen unterschiedliche Schalleistungspegel L_{w1} bis L_{w8} gemessen werden können, die zum Teil nicht miteinander vergleichbar sind. Um jedoch die Ergebnisse der drei Rahmen-Messverfahren unter sonst ähnlichen Voraussetzungen miteinander vergleichbar zu machen, wurden in Holste/Neise (1994) Hinweise gegeben, mit welchen Korrekturwerten sich die nach den einzelnen Verfahren gewonnenen Ergebnisse ineinander überführen lassen. Danach zeigen die Ergebnisse nach Hüllflächen- und Hallraum-Verfahren oberhalb 80 Hz eine recht zufriedenstellende Übereinstimmung. Die Abweichungen, die hauptsächlich unterhalb 80 Hz auftreten, sind der mangelnden Messgenauigkeit zuzuschreiben. Das Kanal-Verfahren, siehe auch den nächsten Abschnitt, liefert im Frequenzbereich ebener Wellen etwas höhere und bei höheren Kanalmoden (nichtebene Wellen) etwas kleinere Schalleistungswerte als die beiden anderen Verfahren. Im Mittel wurde bei den Untersuchungen eine frequenzabhängige Pegeldifferenz von etwa 3 dB auf der Saugseite und 5 dB auf der Druckseite des Ventilators festgestellt.

5.5 Geräuschprüfstand mit reflexionsarmem Ausblaskanal zur Bestimmung von L_{w4}

Im allgemeinen sind Ventilatoren beidseitig an reflexionsarme Kanäle anzuschließen, da nur so die saug- und druckseitig emittierte Schalleistung, die sehr unterschiedlich sein kann, festzustellen ist. In vielen Fällen sind jedoch Industrieventilatoren in ein- und zweiflutiger

Ausführung mit und ohne Saugkasten, Drallregler und anderen Vorbauten zu untersuchen, bei denen ein saugseitig reflexionsarmes Kanalelement nicht angebracht werden kann. Es wurden daher Untersuchungen an Radialventilatoren durchgeführt, und zwar zum einen mit einer reflexionsarmen Saugleitung und zum anderen mit einer einfachen Ansaugdüse. Der reflexionsarme Ausblaskanal wurde bei diesen Versuchen beibehalten. Dabei stellte sich heraus, dass im Geräuschverhalten des Ventilators kaum Unterschiede auftreten, wenn nur die Druckseite betrachtet wird. Damit waren die Voraussetzungen geschaffen, auch Industrieventilatoren zusammen mit den oben genannten Bauelementen normgerecht untersuchen zu können.

In Bild 5.5 ist der zur Bestimmung von L_{W4} entwickelte Ausblas-Kanalprüfstand schematisch dargestellt. Der zu messende Ventilator saugt stets frei aus der Atmosphäre an, und zwar zunächst über eine Düse und danach über einen Saugkasten mit oder ohne Drallklappen bzw. anderen Vorbauten und bläst die Förderluft in eine Rohrleitung mit dem lichten Durchmesser $D = 400$ mm. Die Rohrlänge beträgt 13,76 m. In etwa 5 m Entfernung vom Ventilatordruckstutzen befindet sich ein ca. 3,5 m langes trichterförmiges Rohrelement, Bild 5.6, welches im Innern dreieckige mit Drahtgitter und Glasfaserfließ abgedeckte Schlitze enthält, die zusammen mit den doppelseitigen Trichterarkammern ein reflexionsarmes Verhalten gewährleisten.

Am Ende der Rohrleitung ist ein Drosselkegel zur Einstellung des Betriebspunktes auf der Ventilatorkennlinie angebracht. Zwischen dem reflexionsarmen Trichterelement und dem Drosselkegel befindet sich neben einer Ringkammerblende zur Bestimmung des Volumenstromes noch ein Rohrschalldämpfer, der verhindern soll, dass von der Drossel und auch von der Blende erzeugte Fremdgeräuschanteile den Kanal-Schalleistungspegel L_{W4} im Ventilatordruckstutzen nicht verfälschen können.

Der Ventilator wird über einen stufenlos drehzahlregelbaren Gleichstrom-Nebenschlussmotor angetrieben, der zur Bestimmung des Drehmomentes pendelnd gelagert ist. Der gesamte Antrieb wurde so schwingungs isoliert, dass auch durch Körperschalleinflüsse eine Beeinflussung von L_{W4} ausgeschlossen wurde.

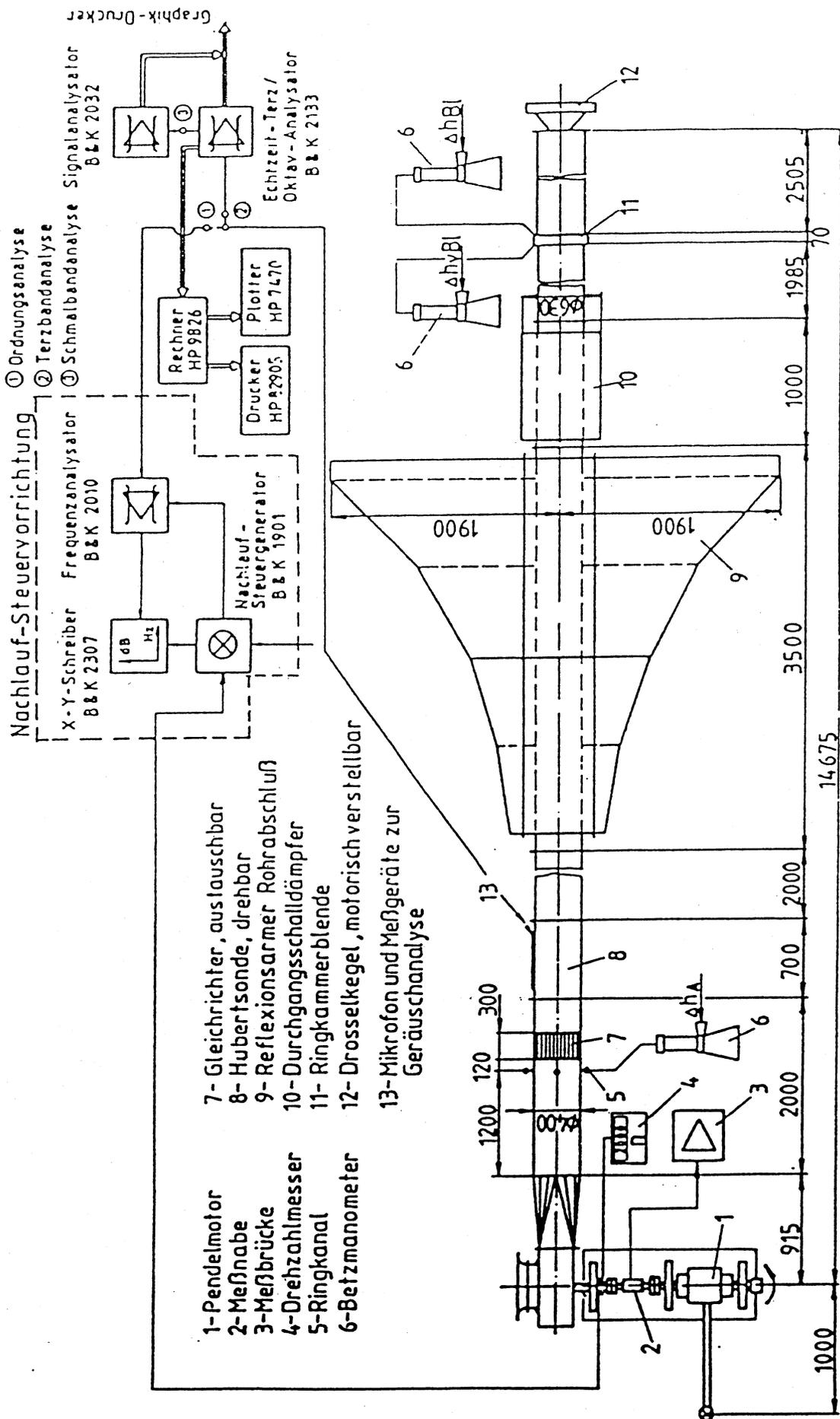


Bild 5.5: Kanal-Prüfstand mit reflexionsarmen Kanalabschluss der FH-Düsseldorf.

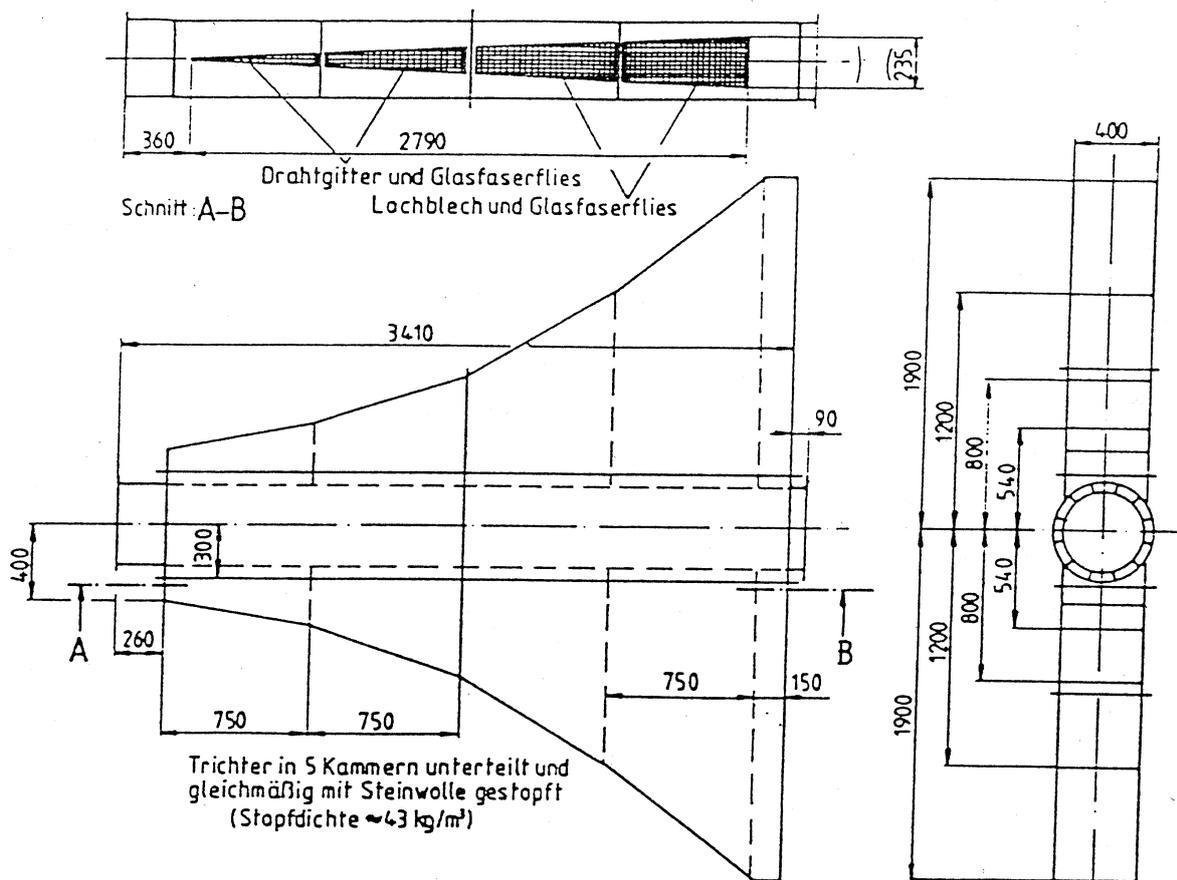


Bild 5.6: Doppelseitiges reflexionsarmes Kanalelement.

Um den Einfluss selbst geringfügiger konstruktiver Änderungen auf Geräuschspektrum und Drehklangkennlinie (Systemfrequenzgang) beobachten zu können, wurde auf die Reproduzierbarkeit der Schallpegelmessungen besonderer Wert gelegt. Zu diesem Zweck wurde eine Schalldruck-Messsonde entwickelt, die zwischen Ventilatoraustritt und Trichter drehbar angeordnet ist.

Wie Bild 5.5 weiterhin zeigt, ist das Mikrofon an einem rechnergesteuerten Zweikanal-Echtzeit-Terz / Oktav-Analysator und einem Zweikanal-Schmalband-FFT-Analysator angeschlossen. Durch die synchrone Aufnahme des Terzspektrums und des Schmalbandspektrums ist eine eindeutige Unterscheidung von Drehklang und Rauschen gewährleistet.

Der Rechner bildet die Steuerungseinheit für den angeschlossenen Analysator und führt über ein spezielles Geräuschanalyseprogramm für die breitbandige Schallkomponente (Strömungsrauschen) u.a. folgende Auswertungen durch:

- a) Berechnung der Terz- und Oktavspektren und des Gesamtschallleistungspegels, jeweils unbewertet und A-bewertet,
- b) Trennung von Drehklang und Rauschen,
- c) Durchführung der Regressionsanalyse zur Bestimmung der Koeffizienten A^* und B^* , des Machzahlexponenten γ sowie eine Näherungsrechnung zur Ermittlung der Spektralparameter c_1 , c_2 und c_3 ,
- d) Berechnung des spezifischen Schallumsetzungsmaßes L_{US}

Die diskreten Schallpegel der Drehzahlharmonischen können in Abhängigkeit von der Drehzahl mit einer Nachlaufsteuervorrichtung, siehe Bild 5.5, aufgenommen werden, die gewährleistet, dass das Verhältnis der Schmalbandmittenfrequenz des Analysators zur Drehfrequenz des Ventilators konstant gehalten wird. Eine andere Möglichkeit ist die Berechnung von Frequenzspektren mit einer sehr feinen Frequenzauflösung (Blocksize >16384), um die einzelnen Frequenzkomponenten hinsichtlich ihrer Amplitude möglichst genau berechnen zu können.

Bei der Ermittlung der Schalleistung im Kanal stellen die Schallreflexionen an der Kanalmündung das Hauptproblem dar, weil die Messung des direkt vom Ventilator kommenden Geräusches durch das reflektierte Geräusch verfälscht wird. Dies gilt vor allem für den Drehklanganteil, dessen Messung besondere Anforderungen an die Reflexionsarmut der Messleitungen stellt.

Um festzustellen, inwieweit die vorliegende Versuchsanordnung gemäß Bild 5.5 der Normvorschrift DIN EN 25136 entspricht, wurde der Reflexionsfaktor nach der Impedanzrohrmethode durch Abtasten der sich im Rohr ausbildenden Stehwelle mit Hilfe eines in Rohrachse angeordneten und verschiebbaren Mikrofons in Abhängigkeit von der Frequenz ermittelt. Die Grundmoden wurden durch Beschallung mit Sinustönen über eine Lautsprecheranlage angeregt.

In Bild 5.7 sind die gemessenen Reflexionsfaktoren des Prüfstandes gemäß Bild 5.5 in Abhängigkeit von der Frequenz aufgetragen. Aus der Darstellung ist ersichtlich, dass die Stellung des Drosselkegels einschließlich der Ringkammerblende nur einen sehr geringen Einfluss auf den Reflexionsfaktor ausüben, der im gesamten ausgemessenen Frequenzbereich deutlich unterhalb der Grenzwerte nach DIN EN 25136 liegt.

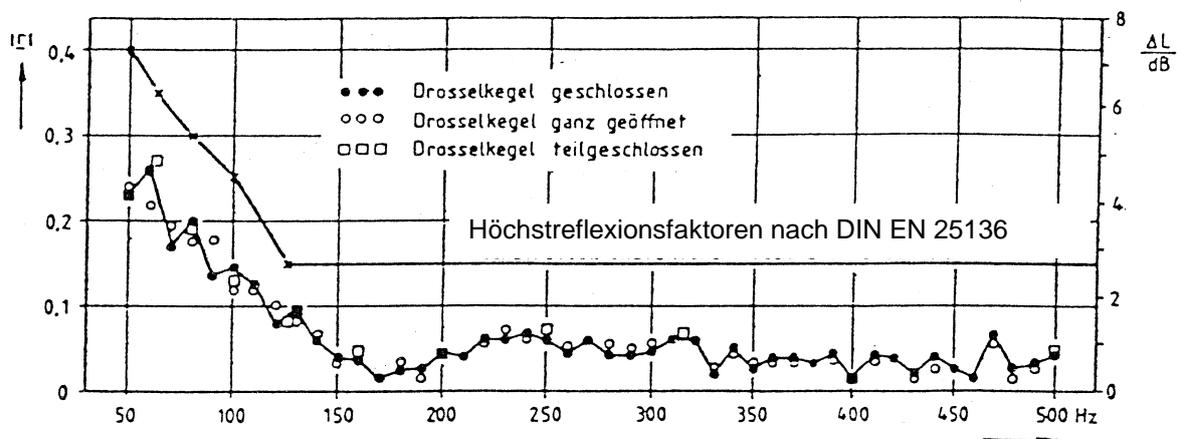


Bild 5.7: Reflexionsfaktor r und Stehwellenverhältnis ΔL des Kanalprüfstandes gemäß Bild 5.5

Um die Verfälschung der Messwerte durch die Mündungsreflexion deutlich zu machen, sind in Bild 5.8 zwei Drehklangkennlinien, die unter sonst gleichen Ventilatorbetriebsbedingungen mit und ohne reflexionsarmen Abschluss aufgenommen wurden, gegenübergestellt worden. Das Ergebnis ist sehr aufschlussreich. Es zeigt einen stark veränderten Systemfrequenzgang mit Pegelabweichungen bis zu ± 15 dB beim reflektierenden gegenüber dem reflexionsarmen Kanal.

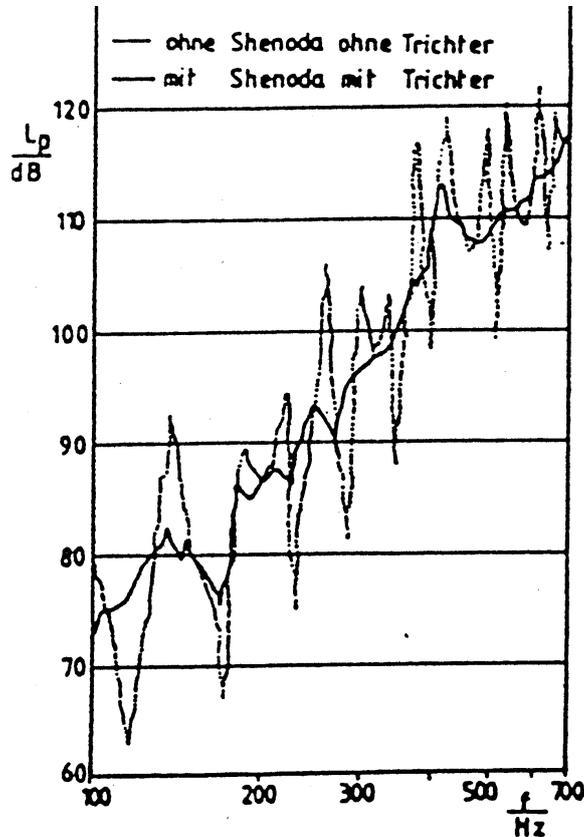


Bild 5.8: Drehklangkennlinien mit und ohne reflexionsarmen Kanalabschluss aufgenommen.



Prinzipielles Vorgehen

- akustische Messgröße: L_p
 - Schalleistung: $L_w = L_p + 10 \lg S/S_0$
 - Ähnlichkeitsgesetz: $L_{w_s} = L_w - 20 \lg \Delta p_t/p_{ref} - 10 \lg Q/Q_{ref}$
 $L_{w_s} = L_p + 10 \lg S/S_0 - 20 \lg \Delta p_t/p_{ref} - 10 \lg Q/Q_{ref}$
 - Frequenzabhängigkeit: $L_p = L_p(f) \quad \Leftrightarrow \quad L_p = L_p(St) \quad St = f \cdot D/u$
 $\Leftrightarrow \quad L_{w_s}(St) = L_p(St) + 10 \lg S/S_0 - 20 \lg \Delta p_t/p_{ref} - 10 \lg Q/Q_{ref}$
- \uparrow Rauschen+Drehklang \uparrow Rohrgeometrie \downarrow Stellgröße \downarrow Stellgröße

Bild 5.9: Ähnlichkeitsansatz zur Geräuschprognose bei Ventilatoren.

5.3 Mikrophon - Vorsatzsonden

Um eine genügend große Herabsetzung des Störpegels, der durch die turbulenten Druckschwankungen der Strömung hervorgerufen wird, zu gewährleisten, ist das Messmikrophon mit einem als Turbulenzschirm ausgebildeten Mikrophonvorsatz auszurüsten. Der in DIN EN 25136 empfohlene Mikrophonvorsatz, Bild 5.10, kann in beliebigen Messkanälen innerhalb des Durchmesserbereiches $0,15\text{ m} \leq D_R \leq 2,0\text{ m}$ bei Strömungsgeschwindigkeiten bis zu 30 m/s angewendet werden.

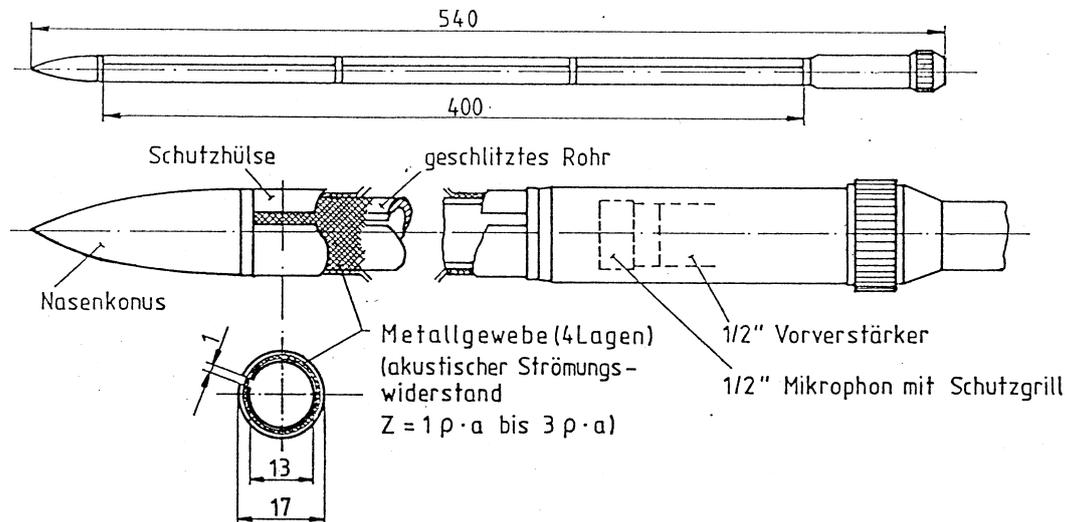


Bild 5.10: Mikrophonvorsatz (Friedrich-Sonde oder Turbulenz-Schirm), Fabrikat Brüel & Kjaer

Die mit dem Mikrophonvorsatz aufgenommenen Schalldruckpegel L_{pi} sind noch mit der kombinierten Frequenzgangkorrektur

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \quad (5.5)$$

gemäß

$$\bar{L}_p = L_{pi} + C \quad (5.6)$$

zu verrechnen. Hierbei bedeuten im einzelnen:

- C_1 Freifeldkorrektur des Mikrofons in dB
- C_2 Frequenzgangkorrektur des Mikrophonvorsatzes in dB
- C_3 Strömungsgeschwindigkeits- Frequenzgangkorrektur in dB
- C_4 Modal-Frequenzgangkorrektur in dB

Das Übertragungsmaß des Mikrophonvorsatzes ist gemäß DIN EN 25136 experimentell zu ermitteln und in die Frequenzgangkorrektur des Mikrophonvorsatzes C_2 umzurechnen (Achtung: Vorzeichenkonvention! Die Korrekturwerte sind für einzelne Terzen positiv wie negativ, außerdem ist zwischen dem gemessenen Übertragungsmaß und der Frequenzgangkorrektur C_2 mit dem Faktor (-1) zu multiplizieren.). Ein gemessenes Übertragungsmaß ist in Bild 5.10 dargestellt. Die kombinierte Frequenzgangkorrektur C und ihre einzelnen Summanden sind in Abhängigkeit der Terzmittenfrequenz in Bild 5.12 dargestellt.

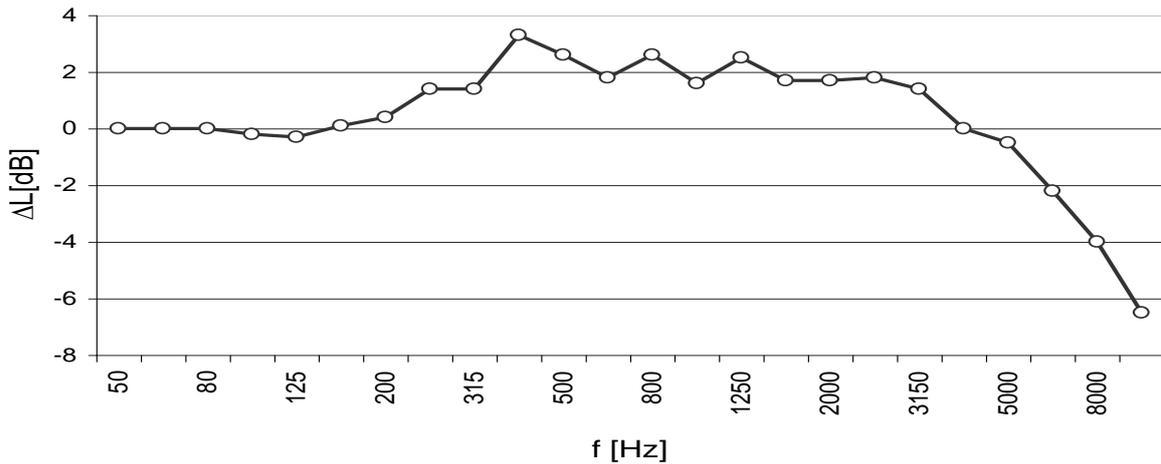


Bild 5.11: Nach DIN EN 25136 gemessenes akustisches Übertragungsmaß des Mikrofonvorsatzes.

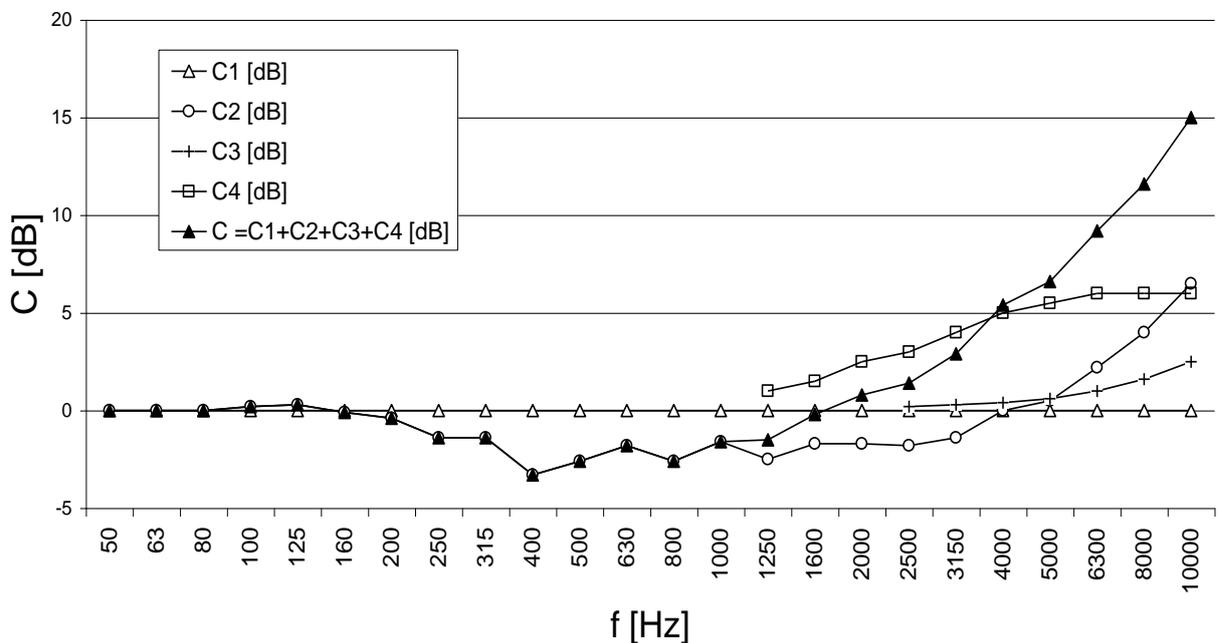


Bild 5.12: Frequenzgangkorrektur nach DIN EN 25136 für Mikrofon, Mikrofonvorsatz. Strömungsgeschwindigkeit und Modal-Korrektur, Rohrdurchmesser im Ausblaskanal 0.4 m, Strömungsgeschwindigkeit 13.8 m/s.

Der Kanal-Schallleistungspegel L_{W3} bzw. L_{W4} wird für jedes Frequenzband nach der Gleichung für ebene Wellen wie folgt bestimmt:

$$L_w = \bar{L}_p + 10 \lg \frac{S}{S_0} - 10 \lg \left(\frac{\rho a}{\rho_0 a_0} \right), \quad (5.7)$$

mit $S = \frac{\pi}{4} D_R^2$ als Querschnittsfläche des Kanals, $S_0 = 1 \text{ m}^2$, $10 \lg \left(\frac{\rho a}{\rho_0 a_0} \right)$ als

Schallkennimpedanz in dB und \bar{L}_p als Messflächen-Schalldruckpegel, siehe hierzu den Abschnitt 5.1 Hüllflächen-Verfahren.

Die Anwendung des genormten Mikrofonvorsatzes gemäß Bild 5.10 ist jedoch bei Geräuschmessungen an Ventilatoren oftmals problematisch, weil nicht nur die Strömungsgeschwindigkeiten von 30 m/s sehr oft überschritten werden, sondern auch z.B. bei Kleinventilatoren die Rohrdurchmesser erheblich kleiner als 150 mm sind. Um diese Nachteile zu umgehen, wurde nach einem Vorschlag von *M. Hubert* die auf Bild 5.13 dargestellte Wandschlitzsonde entwickelt, bei der sich das Mikrofon einschließlich Vorsatzrohr außerhalb der durchströmten Rohrleitung befindet, wodurch eine Versperrung des Strömungsquerschnittes und die damit verbundene Störung des Strom- und Schallfeldes vermieden wird.

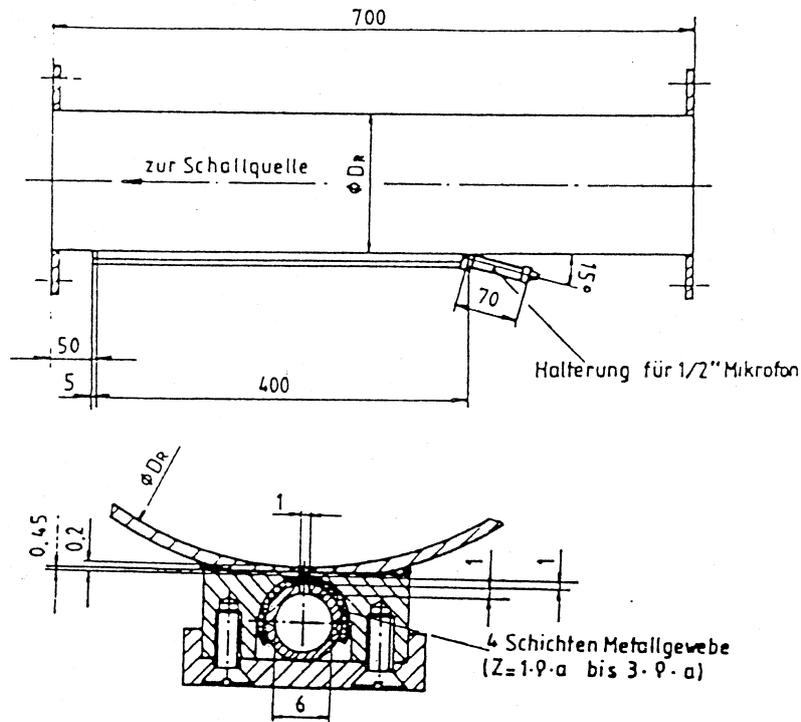


Bild 5.13: Wandschlitzsonde nach Hubert.

Die *Hubert-Sonde* hat weiterhin den Vorteil, dass das Mikrofon leicht von außen zugänglich ist, was die Kalibrierung der Messkette ohne jeweiliges Öffnen des Kanals sehr erleichtert. Der Einfluss der turbulenten Druckschwankungen wird ebenso wie beim geschlitzten Turbulenzschirm durch eine Abdeckung des Sondenschlitzes mit 4 Schichten Metalldrahtgewebe in hinreichendem Maße reduziert.

Auch beim Einsatz der *Hubert-Sonde* müssen, ähnlich wie bei der *Friedrichsonde*, Frequenzgangkorrekturen durchgeführt werden, siehe Bild 5.14, wo die gemessenen Pegeldifferenzen $\Delta L_{\ddot{u}} = C_2 + C_3 + C_4$, die bei verschiedenen Geschwindigkeiten und Frequenzbandbreiten aufgenommen wurden, über der Terzbandmittenfrequenz f_m aufgetragen wurden.

Ein "Nachteil" ist, dass sich das Übertragungsmaß $\Delta L_{\ddot{u}}$ der *Hubert-Sonde* mit dem Rohrdurchmesser (Einfluss von C_4) ändert und daher für jede Sonde erneut bestimmt werden muss.

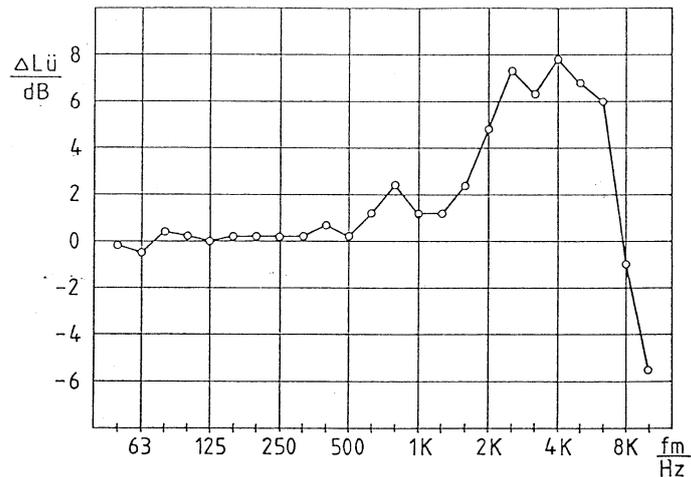


Bild 5.14: Akustisches Übertragungsmaß der Wandschlitzsonde nach Hubert ($D_R = 400$).

In Bild 5.15 sind die bei drei verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten gemessenen Differenzen ΔL_p zwischen dem Schalldrucksignal in der Hubert-Sonde und dem Signal im Kanal bei Verwendung des Mikrofonvorsatzes aufgetragen worden. Man erkennt eine starke Anhebung der Pegeldifferenz oberhalb 1000 Hz, die bis zu 18 dB bei 6300 Hz ansteigt, um dann wieder rasch abzufallen. Diese Anhebung ist insofern von Vorteil, weil das Spektrum des Ventilatorrauschens in der Regel mit wachsender Frequenz stark abfällt - der Dynamikbereich des Schalldrucksignals beträgt oft mehr als 60 dB - , trotzdem die hochfrequenten Spektralanteile exakt gemessen werden können, ohne dass die Aussteuerungsgrenze der meisten auf dem Markt befindlichen Analysatoren erreicht und damit zusätzlicher Aufwand (zwei Messungen pro Messpunkt, Einschleifen eines Hochpassfilters etc.) vermieden wird.

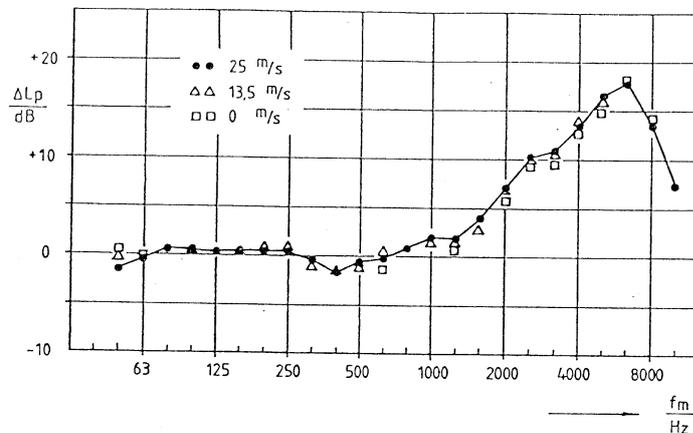


Bild 5.15: Pegeldifferenzen zwischen Wandschlitzsonde und Mikrofonvorsatz.

6. Schalleistungsberechnung anhand von Schallintensitätsmessungen

Die bisher vorgestellten Normen schreiben vor, dass die abgestrahlte Schalleistung einer Maschine aus gemessenen Schalldruckpegeln zu berechnen ist. Die Schalleistung lässt sich aber nur dann mit der erforderlichen Genauigkeit ermitteln, wenn bei diesen Messungen die Norm-Messbedingungen vorliegen, wie z.B. ein reflexionsarmer Raum, ein Hallraum oder ein normgerechter Kanal-Prüfstand. Die Bestimmung der Ventilator-Schalleistung sollte vorzugsweise über Prüfstandsmessungen erfolgen. In der Praxis (vor Ort - in situ -) ist es in vielen Fällen, z.B. wegen störender Fremdgeräusche, sehr schwer, die Geräuschabstrahlung des Ventilators oder der Gesamtanlage exakt zu bestimmen. Es müssen dann größere Messungenauigkeiten in Kauf genommen werden.

6.1 Schallintensität und Schallintensitätspegel

Unter der Schallintensität \vec{I} versteht man, wie in Abschnitt 1.5 bereits ausgeführt, die auf die Flächeneinheit bezogene Schalleistung bzw. die Schallenergie E , die je Zeiteinheit die Flächeneinheit (Hüllfläche) passiert.

Die Schallintensität ist unabhängig (theoretisch betrachtet) von den akustischen Eigenschaften der Umgebung und etwaigen stationären Hintergrundgeräuschen. Sie ist definiert als der zeitliche Mittelwert des Produktes aus dem Schalldruck p und der Schallschnelle \vec{v} :

$$\vec{I} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot \vec{v}(t) dt \quad (6.1)$$

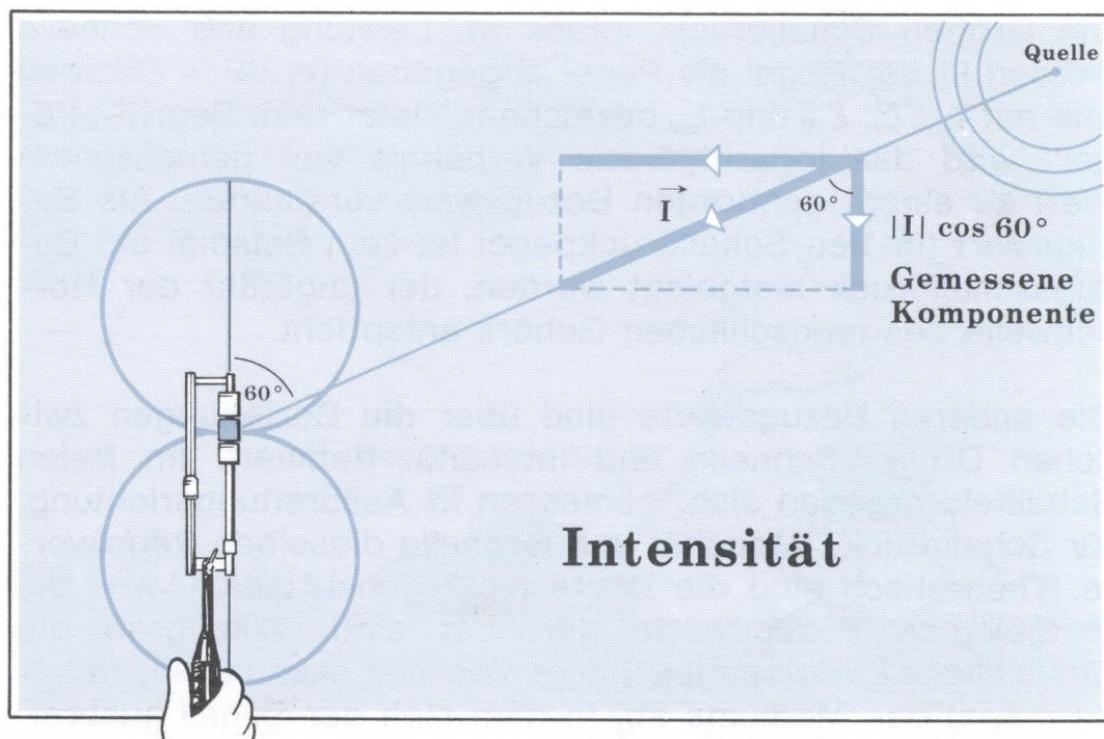


Bild 6.1: Schematische Darstellung einer Schallintensitätsmessung, Briel&Kjaer (1991).

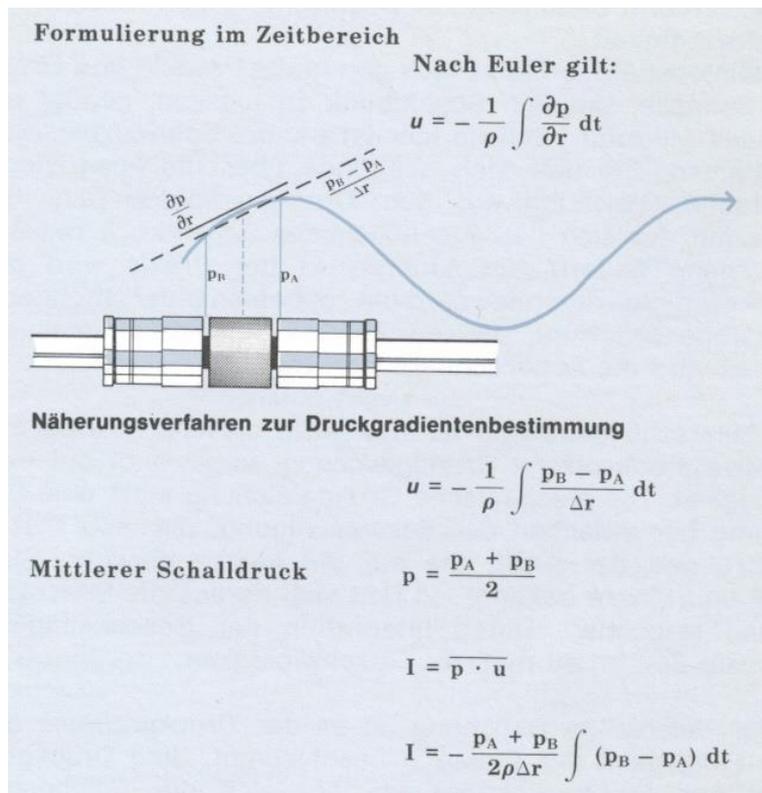


Bild 6.2: Mathematisches Prinzip der Schallintensitätsmesstechnik, Bruel&Kjaer (1991).

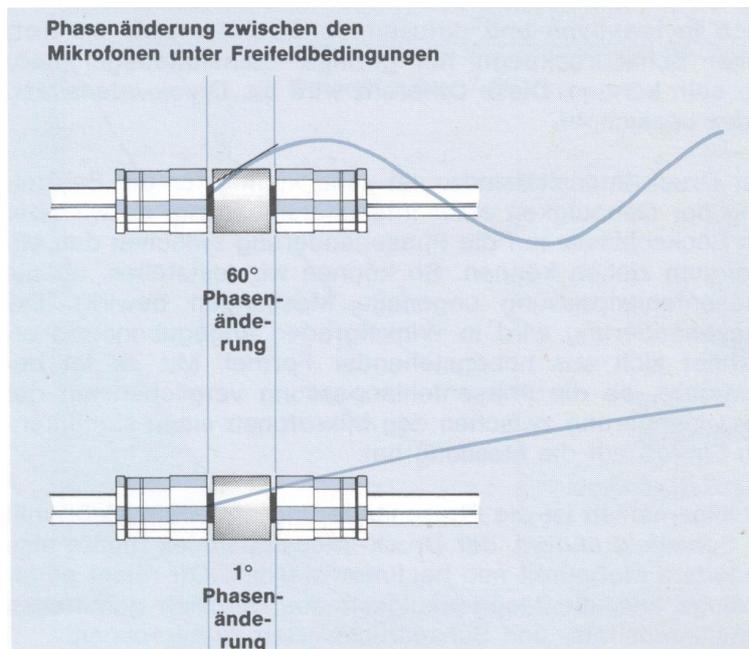


Bild 6.3: Näherung durch Differenzenquotienten der Phase, Bruel&Kjaer (1991).

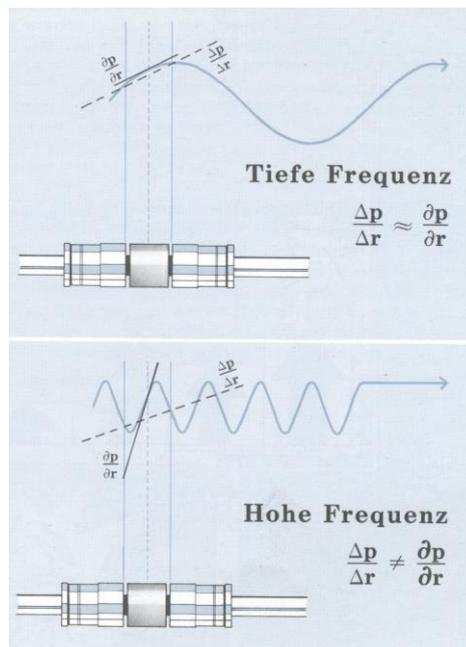


Bild 6.4: Fehlermöglichkeiten der Schallintensitätsmessung, Bruel&Kjaer (1991).

Eine Weiterentwicklung der Schallintensitätsmestechne sind sogenannte Mikrofonarrays. In diesem Zusammenhang sei hier nur auf die Veröffentlichung von Michel (2000) verwiesen, der dort verschiedene Verfahren erläutert.

Unter <http://www.acoustic-camera.com> (Dr. Gerd Heinz) findet sich eine weitere Methode zur Lokalisierung akustischer Quellen.

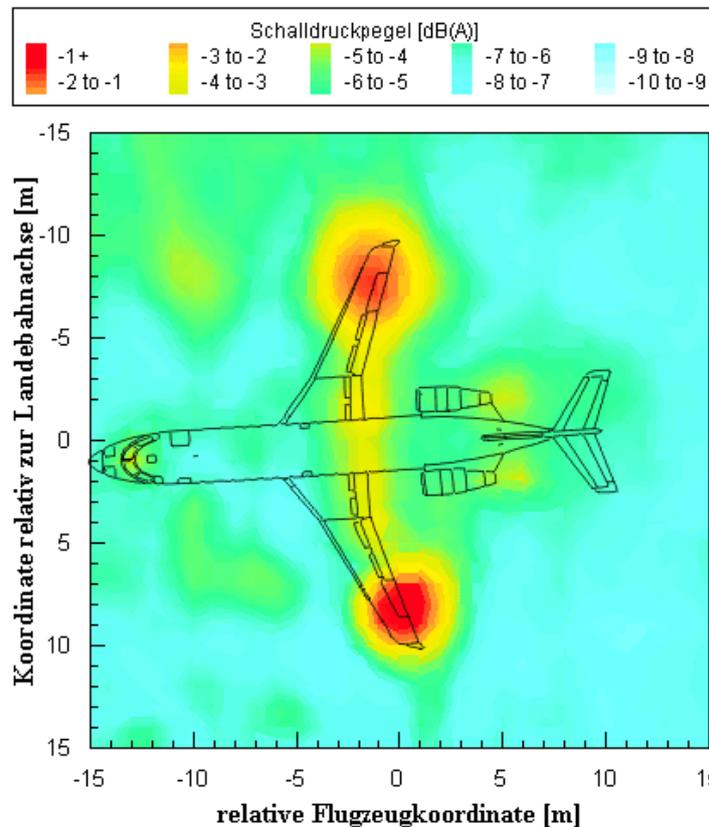


Bild 6.5: Schallquellen bei einem landenden Flugzeug, lokalisiert mit einem Mikrofonarray, Michel (2000).

Die Schallintensität ist im Gegensatz zum Schalldruck und der Schalleistung eine vektorielle Größe mit Betrag und Richtung. Für die gesuchte Schalleistung W benötigt man von \vec{I} nur die zum jeweiligen Flächenelement der Messfläche gehörenden Normalkomponente I_n , die mit \vec{I} den Phasenwinkel φ bildet.

Mit den Effektivwerten von p und v ergibt sich nun für die Schallintensität:

$$I_n = \tilde{p}\tilde{v}\cos\varphi. \quad (6.2)$$

Der Schallintensitätspegel L_i ist wie folgt definiert:

$$L_i = 10\lg\frac{I_n}{I_0}, \quad (6.3)$$

mit $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ als Bezugsschallintensität.

Nach Bild 5.2 ist mit

$$W = \tilde{p}\tilde{v}_n S = \frac{\tilde{p}^2}{\rho a} S = I_n S \quad (6.4)$$

der Zusammenhang zwischen den Pegelgrößen gegeben und für das Freifeld folgt somit:

$$L_w = 10\lg\frac{\tilde{p}^2 S}{\tilde{p}_0^2 S_0} = 10\lg\frac{\tilde{p}^2}{\tilde{p}_0^2} + 10\lg\frac{S}{S_0}$$

$$L_w = L_p + 10\lg\frac{S}{S_0} = L_i + 10\lg\frac{S}{S_0} \quad (6.5)$$

mit S als Messflächeninhalt in m^2 und $S_0 = 1 \text{ m}^2$ Bezugsfläche.

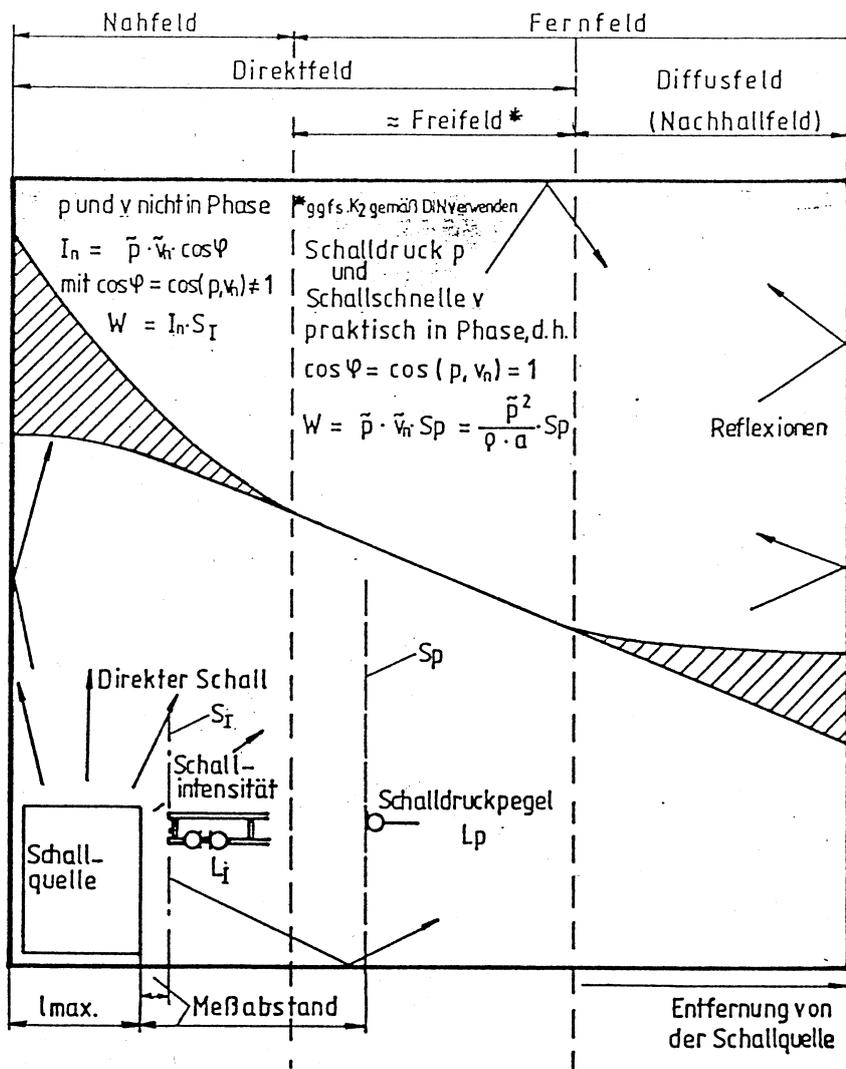


Bild 6.6: Akustische Felder.

Bedingt durch ihren Vektorcharakter lässt sich dagegen die Schallintensität - siehe Abschnitt 1 - in fast jeder Umgebung messen, da bei dieser Messtechnik die unerwünschten Einflüsse von stationären Hintergrundgeräuschen (z.B. von anderen Maschinen verursachten Fremdschallpegeln), Reflexionen aus der Umgebung oder Nahfeldeffekten, sehr stark unterdrückt werden, Bild 6.6 und Bild 6.7.

Desweiteren hat die Intensitätsmessung den Vorteil, dass keine Beschränkung hinsichtlich der Gestalt und der Größe der umgebenden Messoberfläche besteht, solange sich keine Fremdgeräuschquellen innerhalb dieser Messoberfläche befinden, Bild 6.6.

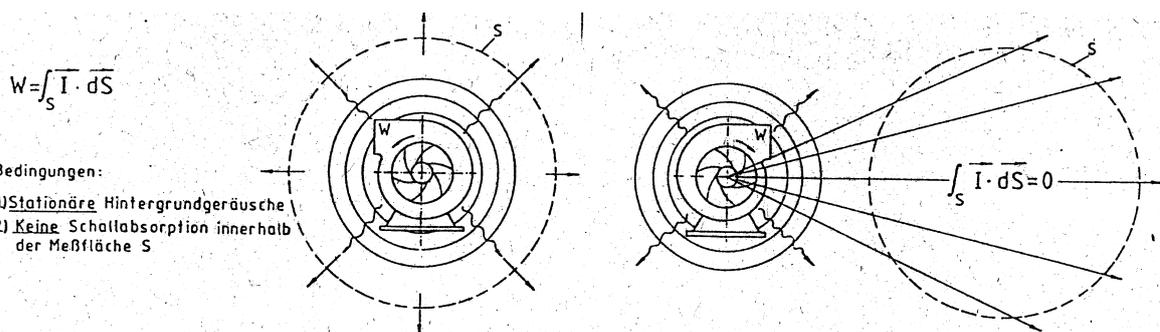


Bild 6.7: Unterdrückung von FremdSchalleistungspegeln

Durch die Möglichkeit einer Nahfeldmessung ergibt sich ein besserer Nutz- zu Störabstand, und da die Schallintensität als vektorielle Größe, im Gegensatz zu den skalaren Größen Schallenergie und Schalldruck, sowohl Betrag als auch Richtung besitzt, kann man mit ihr bei entsprechender Wahl der Messfläche sehr gut einzelne Schallquellen lokalisieren, Bild 6.8.

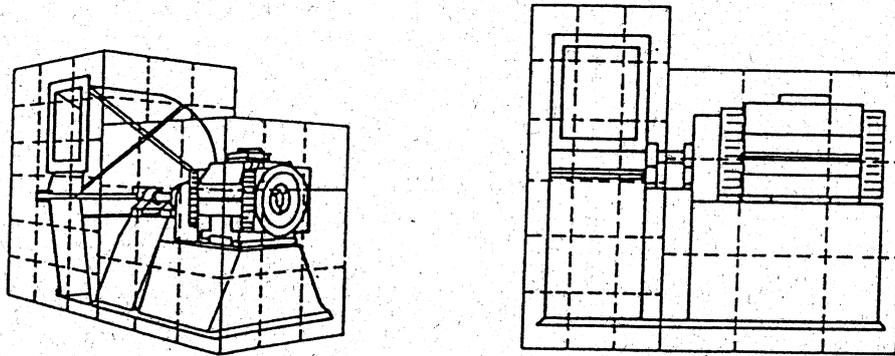


Bild 6.8: Messflächenwahl und Schallquellenortung.

Mit den Normen:

DIN EN ISO 9614 - 1 06.95

Akustik; Bestimmung der Schalleistungspegel von Geräuschquellen aus Schallintensitätsmessungen; Teil 1: Messung an diskreten Punkten, und

DIN EN ISO 29614 - 2 12.96

Akustik, Bestimmung der Schalleistungspegel von Geräuschquellen aus Schallintensitätsmessungen; Teil 2: Messung mit kontinuierlicher Abtastung, liegen zwei gültige Messverfahren zur Ermittlung des Schalleistungspegels mit Hilfe von Schallintensitätsmessungen vor (Bild 6.9).

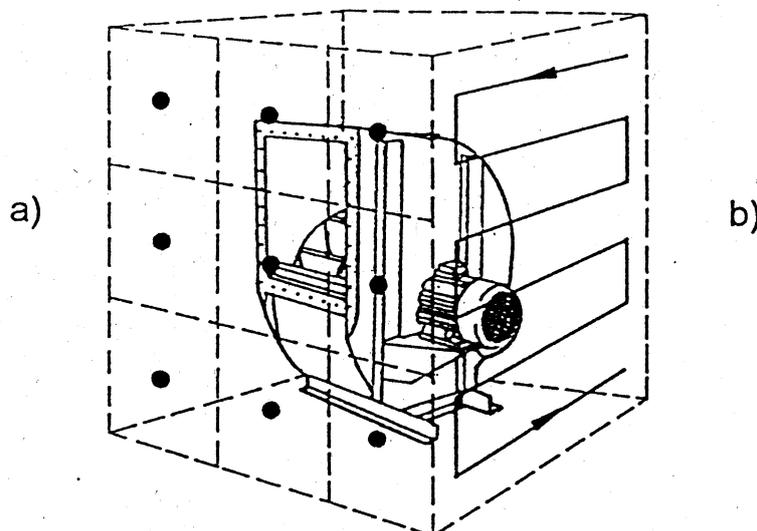


Bild 6.9: Messverfahren bei der Schallintensitätsmessung, a) punktweise Messung, b) kontinuierliches Abtasten (Scanning)

Bei der Gegenüberstellung der beiden Methoden sollte man aber bedenken, dass die Schallintensitätsmessung nicht das zweifelsfrei einfachere Schalldruckmessverfahren ablösen wird, sondern es wird in Situationen, in denen das letztere wegen zu hoher Fremdschallpegel nicht mehr gemäß dem Hüllflächenverfahren angewendet werden kann, dieses bewährte Verfahren ergänzen.

Literatur (ohne Normregelwerke)

Baumgartner, Manfred; Kameier, Frank; Hourmouziadis, Jean: Non Engine Order Blade Vibrations in a High Speed Compressor, ISABE Conference, Melbourne, Australien, 10.-15. September 1995.

Bendat, Julius S., Piersol, Allan G.: Engineering applications of correlation and spectral analysis, New York, 1980.

Blevins, Flow-Induced Vibration, 1990.

Bommes, L.: Minderung des Drehklanglärms bei einem Radialventilator kleiner Schnellläufigkeit, FB Nr.2895 Westdeutscher Verlag, 1979.

Brigham, E.O.: FFT - Schnelle Fourier Transformation, München, 1989.

Brockmeyer, H.: Akustik für den Lüftungs- und Klimaingenieur, Verlag C.F. Müller, Karlsruhe, 1971.

Bruel&Kjaer, Schallintensität, Firmenbroschüre, 1991.

Brüning, Dreifert, Grünewald, Raabe, Yogeshwar: Faszination Fliegen
<http://www.quarks.de/fliegen2/00.htm>

Chlyeh, Y.: Numerische Simulation und experimentelle Überprüfung von Wanddruckschwankungsverläufen, Diplomarbeit, Fachhochschule Düsseldorf, 2000.
http://ifs.muv.fh-duesseldorf.de/diplomarbeiten/arbeit_chlyeh.pdf

Crighton, D.G., Dowling, J.E., Ffowcs Williams, J.E., Heckl, M., Leppington, F.G.: Modern methods in analytical acoustics, London, 1992.

Cumpsty, Compressor Aerodynamics, 1989.

David, E.E.: Aufzeichnung und Wiedergabe von Klängen, in „Die Physik der Musikinstrumente“, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg 1988.

Fletcher, H., Munson, W.A.: Loudness, its definition, measurement and calculation, Journal Acoust. Soc. Amer., 5, pp. 82-108, 1933.

Fletcher, N.H., Rossing, T.D.: The Physics of Musical Instruments, Springer-Verlag, 1991.

Feynman, R., Lectures on Physics, 1974.

Fung, Y.C.: An Introduction to the Theory of Aeroelasticity, Nato Agard, London, 1959.

Haukap, C., Holste, F., Kameier, F.: Experimentelle Untersuchung rotierender Instabilitäten in Axialverdichtern und ihr Einfluss auf die Verdichterstabilität, BMBF Vorhaben 0327 040L, Teil-Verbundprojekt Turbotech 2, 2000.

Heckl, M. u. Müller, H.A.: Taschenbuch der Technischen Akustik, Springer-Verlag, 1995.

Holste, F. u. Neise, W.: Vergleich verschiedener Geräuschemessverfahren für Ventilatoren, HLH Bd. 42 1.Teil Nr.2, S.129/145, 2.Teil Nr.3, S.239/250.

HP Application Note 243: Grundlagen der dynamischen Signale, Böblingen, 1989.

Kameier, Frank: Experimentelle Untersuchung zur Entstehung und Minderung des Blattspitzen-Wirbellärms axialer Strömungsmaschinen, Dissertation an der TU Berlin, VDI-Fortschritt Berichte, Reihe 7, Nr. 243, Düsseldorf, 1994.

Kameier, Frank, Neise, Wolfgang: Rotating Blade Flow Instability as a Source of Noise in Axial Turbomachines, Journal of Sound and Vibration, 203 (5), p.833-853, 1997.

Kameier, F., Clarke, O., Ziegenhagen, St.: Analysis of Dynamic Data in Aeroengine Testing, Proceedings of the Euro Noise 1998, 3rd European Conference on Noise Control, Munich, October 4-7 1998.

Kameier, Frank: Strömungsmaschinen, Vorlesungsskript, FH Düsseldorf, 1999.
<http://ifs.muv.fh-duesseldorf.de/download.htm>

Krause, Zum 100. Geburtstag des Luft- und Raumfahrtpioniers Theodore von Kármán, RWTH Aachen, 1981.

Kurtze, G.: Physik und Technik der Lärmbekämpfung, Karlsruhe, 1975.

Liggett, Caughey: Fluid Mechanics - An Interactive Text, ASME 1998

Lips, Walter: Strömungsakustik, expert-Verlag, 1995.

Lucas et al.: Handbook of the Acoustic Characteristics of Turbomachinery Cavities, 1997.

Macaulay, Ardley: Macaulay's Mammut Buch der Technik, Nürnberg 1989.

Mechanical Engineering, Vol. 121, No.12, Dec. 1999.

Michalke, A.: Vorlesungsskript Strömungsakustik, TU Berlin 1986.

Michel, U.: Schallquellenlokalisierung mit Mikrofonarrays, Haus der Technik e.V., Seminar Aeroakustik, München, 2000.

Parker, R., Stoneman, S.A.T.: An Experimental Investigation of the Generation and Consequences of Acoustic Waves in an Axial Flow Compressor: Large Axial Spacing between Blade Rows, J. Sound and Vibration 99, pp. 169-182, 1985.

Reinartz, D.: Seminar „Ventilatoren“, HDT Essen, 1996.

Reinhold, M.: Untersuchung von Verdichterschaufelschwingungen mittels statistischer Methoden, Diplomarbeit, FH Düsseldorf, 2001.

Robinson, D.W., Dadson, M.A.: A re-determination of the equal-loudness relations for pure tones, British Journal of Applied Physics, 7, pp.166-181, 1956.

Rottmann, Karl: Mathematische Formelsammlung, Mannheim, 1960.

Schade, Kunz: Strömungslehre, de Gruyter, 1989

Schirmer, W. u.a.: Lärmbekämpfung, Verlag Tribüne, Berlin, 1971.

Schmidt, H.: Schalltechnisches Taschenbuch einschließlich zahlreicher DIN-Vorschriften und VDI-Richtlinien, VDI-Verlag, 1968.

Smith, Michael J.T.: Aircraft Noise, Cambridge University Press, 1989.

Stahl, Bernhard: Experimenteller Beitrag zur Schallerzeugung durch die Turbulenz in einer Rohrströmung hinter einer un stetigen Querschnittserweiterung, DFVLR-FB 86-06, Köln, 1986.

Stüber, B.: Untersuchung aerodynamisch erzeugter Schallfelder mit Hilfe der Modellmethode, Dissertation, TU München 1968

Veit, Ivar: Technische Akustik, Würzburg, 1988.

Zeller, W.: Technische Lärmabwehr, Verlag Kröner, Stuttgart, 1950.